

## TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 7 au 12 mai 1973

PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION  
SOUS-MARINE DE SURFACEClaude GAZANHES et Jean LEANDRE  
Centre de Recherches Physiques - Marseille

---

**RESUME** On réalise sur un modèle réduit, en cuve acoustique la diffusion d'une onde ultrasonore par une surface aléatoire. On étudie les fluctuations d'amplitude du signal suivant la direction spéculaire.

Il comprend deux composantes, l'une cohérente, l'autre incohérente. On peut les obtenir par des mesures d'auto et d'intercorrélation au moyen d'un signal modulé en fréquence. On peut aussi les calculer à partir des densités de probabilité de l'enveloppe du signal.

La loi de probabilité théorique de BECKMANN ajuste bien nos résultats.

**SUMMARY**

In view of studying the scattering wave from the sea surface, a model tank with a wind driven random surface has been built. The ultrasound signal at 150 kHz reflected and scattered in the specular direction is amplitude and phase modulated by the time varying surface.

This scattered signal was composed of two components ; one coherent, and the other incoherent. Auto cross-correlation functions for the amplitude modulation only, provide a mean for computing these two components separately.

The same thing is done from probability density functions. Theoretical analyses from experiments are in good agreement with Beckmann's probability.

# PROPRIETES STATISTIQUES DE LE REFLEXION SOUS-MARINE DE SURFACE

---

## 1.- INTRODUCTION

Nous savons qu'un signal acoustique ou électromagnétique qui se propage dans un milieu hétérogène est altéré par des fluctuations d'amplitude et de phase. Le développement des sonars et des communications sous-marines a rendu nécessaire l'étude des diverses causes de distorsion du signal acoustique. Parmi ces causes nous avons étudié plus particulièrement le mécanisme de la réflexion diffuse par la surface de la mer.

Nous montrons que le signal diffusé comporte deux composantes ; l'une cohérente, l'autre incohérente que l'on peut expliquer à partir des propriétés statistiques de la modulation d'amplitude. Nous avons pu obtenir les variations de ces composantes en fonction des paramètres suivants ; longueur d'onde acoustique, angle d'incidence, état de la mer défini par l'écart type des vagues. Nous pouvons calculer ces deux composantes à partir de deux méthodes différentes, l'une basée sur la mesure des densités de probabilité, l'autre sur la mesure des fonctions d'auto et d'intercorrélacion.

## 2.- ETUDE STATISTIQUE DE LA DIFFUSION SPECULAIRE

### 2-1.- Etude Expérimentale

Nous avons déjà abordé cette étude dans un travail précédent [1]. Nous travaillons en cuve acoustique en émission entretenue, à la fréquence ultrasonore de 150 kHz. Les vagues sont engendrées par une soufflerie. Nous nous intéressons uniquement aux variations d'amplitude du signal diffusé par la surface suivant la direction spéculaire. Pour cela le signal reçu après diffusion est amplifié puis détecté. Seules les variations de l'enveloppe sont analysées au moyen de l'ensemble de traitement statistique DIDAC 800. Nous obtenons ainsi une estimation de la densité de probabi-



PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE  
DE SURFACE

lité de l'enveloppe du signal, estimation à partir de laquelle nous calculons sur ordinateur la valeur moyenne, l'écart type et le coefficient de variation  $\gamma_0 = \sigma/m$ .

Chaque mesure est caractérisée par les paramètres expérimentaux suivants :

longueur d'onde ultrasonore :  $\lambda$   
état de surface défini par l'écart type des vagues :  $\sigma_s$   
angle d'incidence  $\theta$

que nous avons regroupés dans le paramètre réduit

$$g = \frac{4 \pi \sigma_s}{\lambda} \cos \theta \quad (1)$$

Si pour une fréquence ultrasonore et une incidence données nous traçons sur un même graphique les densités de probabilité correspondant à des forces de vent décroissantes, nous constatons qu'elles se déplacent à partir de l'origine vers une position extrême  $E_0$  correspondant à la surface calme. La figure 1 schématise ce mécanisme. De son côté le coefficient de variation  $\gamma_0$  décroît de la valeur 0,52 à zéro. Nous avons porté sur la figure 2 les valeurs expérimentales de  $\gamma_0$  en fonction de  $g$ .

Nous constatons que  $\gamma_0$  tend vers la limite 0,52 quand  $g$  augmente. Cette valeur limite correspond à la valeur du coefficient de variation de la loi de probabilité de Rayleigh.

## 2-2.- Loi de probabilité de BECKMANN

Pour les cas intermédiaires compris entre la loi limite de Rayleigh et la valeur  $E_0$ , la loi de probabilité de BECKMANN [2] explique bien l'évolution des histogrammes.

PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE  
DE SURFACE

---

Elle généralise en fait la loi de Rayleigh.  
Soit le signal analytique :

$$S(t) = S_1(t) + i S_2(t) = E(t) e^{i(\omega_0 t + \varphi)}$$

où  $E(t)$  est l'enveloppe du signal et  $\varphi$  la phase. Supposons que les composantes  $S_1$  et  $S_2$  sont des fonctions aléatoires de Laplace-Gauss telles que la valeur moyenne de  $S_1$  soit différente de zéro et les variances de  $S_1$  et  $S_2$  soient différentes.

Nous posons

$$E \{ S_1 \} = \alpha \quad \sigma_1 \neq \sigma_2 \quad E \{ S_2 \} = 0$$

Ces hypothèses conduisent à la loi de BECKMANN qui prend la forme suivante :

$$p(u) = \frac{K^2 + 1}{K^2} U e^{-\frac{1 + K^2}{2} (B^2 + \frac{1 + K^2}{2 K^2} U^2)} \quad X$$

$$X \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \xi_m I_m \left( \frac{K^4 - 1}{4 K^2} U^2 \right) I_{2m} \left[ B(1 + K^2) u \right] \quad (2)$$

Avec les paramètres réduits :

$$B^2 = \frac{\alpha^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad U = \frac{E}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \quad K = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

$$\xi_m = 1 \quad \text{pour } m = 0$$

$$\xi_m = 2 \quad \text{pour } m \neq 0$$

Pour  $K = 1$  et  $B^2 = 0$ , l'expression (2) se réduit à la loi de Rayleigh pour laquelle  $\alpha = 0$  et  $\sigma_1 = \sigma_2$

Nous introduisons ensuite les données expérimentales au moyen des paramètres  $K$  et  $B$ .



PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE  
DE SURFACE

Le paramètre K est calculé par BECKMANN [2] pour une surface Gaussienne

$$K^2 = \frac{1 + e^{-g^2}}{1 - e^{-g^2}} = \coth \frac{g^2}{2} \quad (3)$$

Le paramètre B est obtenu à partir de l'énergie totale reçue. On écrit celle-ci

$$\sigma_{\text{exp}}^2 + m_{\text{exp}}^2 = \chi^2 + I_{\text{incoh}}$$

Avec  $I_{\text{incoh}} = \sigma_{\text{incoh}}^2 + m_{\text{incoh}}^2 = \sigma_{\text{incoh}}^2 \left[ 1 + \frac{1}{\gamma_v^2} \right]$

Posons  $\sigma_{\text{incoh}}^2 = \sigma_{\text{exp}}^2$

et  $\gamma_v = \frac{\sigma_{\text{incoh}}}{m_{\text{incoh}}} = 0,5227$

il vient successivement

$$\chi^2 = m_{\text{exp}}^2 - \frac{\sigma_{\text{exp}}^2}{(\gamma_v)^2} \quad (4)$$

et  $B^2 = \frac{1/(\gamma_v)_{\text{exp}}^2 - 1/(\gamma_v)^2}{1 + 1/(\gamma_v)^2} \quad (5)$

Nous assimilons le terme cohérent du champ acoustique diffusé à la valeur de  $\chi^2$  et le terme incohérent à la valeur de  $\sigma_{\text{exp}}^2$ .

Nous mesurons  $\sigma_{\text{exp}}^2$  et  $m_{\text{exp}}^2$ .

PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE  
DE SURFACE

Le tableau I donne les résultats obtenus pour trois états de surface, ils correspondent aux courbes de la figure 3.

TABLEAU I

$g$	$\gamma_0$	$X^2$	$\chi^2$
0,7544	0,3261	63,45	175,20
0,7375	0,2847	90,47	159,81
6,1104	0,5205	44,45	137,70

La loi Beckmann ajuste bien nos résultats. Le test de vraisemblance du  $\chi^2$  vérifie toujours la relation  $X^2 \leq \chi^2_{\alpha}$

$\alpha$  étant le niveau de signification que nous avons fixé à 5 %.

Les courbes des figures 4 et 5 montrent les variations de  $\sigma$  et de  $\alpha$ , c'est-à-dire du terme incohérent et du terme cohérent en fonction de la variable réduite  $g$ .

Le terme cohérent décroît rapidement avec  $g$  et le terme incohérent présente un maximum pour  $g = 1$ ; il décroît ensuite quand  $g$  augmente.



PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE  
DE SURFACE

---

3.- ETUDE PAR CORRELATION DE LA DIFFUSION SPECULAIRE

Nous avons pu obtenir par des mesures d'auto et d'intercorrélacion les deux composantes cohérente et incohérente du signal diffusé. Ce type de mesure est basé sur les propriétés d'un train d'onde modulé en fréquence. Les résultats obtenus confirment les hypothèses que nous avons choisies plus haut.

Voyons maintenant quel est le principe de ces mesures.

3-1.- Détermination du terme cohérent

Soit  $p_i(t)$  le signal incident sur la surface et  $A p_i(t-t')$  le signal reçu après réflexion sur la surface au repos.  $t'$  représente le temps de propagation émetteur-récepteur et  $A$  le facteur de réflexion, égal à un pour le dioptre eau-air.

Surface au repos ; par intercorrélacion du signal incident et du signal reçu, nous écrivons :

$$C_{12}(\tau) = A \langle p_i(t-\tau) \times p_i(t-t') \rangle$$

qui est maximum pour  $\tau = t'$ , soit :

$$C_{12}(t') = A \langle I_i \rangle$$

PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE  
DE SURFACE

Surface agitée ; le signal reçu est de la forme :

$$p = A. B. p_i(t-t') + p_{incoh}$$

où B est un coefficient qui dépend de l'état de surface, il est quelquefois appelé perte de cohérence. Par intercorrélacion signal reçu - signal émis, nous obtenons

$$C'_{12}(\tau) = A. B. \langle p_i(t-t') p_i(t-\tau) \rangle + P_{incoh} \times p_i(t-\tau)$$

qui est maximum pour  $\tau = t'$ .  $C'_{12}(t') = A. B. \langle I_i \rangle$

(le deuxième terme est nul puisque les deux signaux sont indépendants) de sorte que nous obtenons :

$$B = \left[ \frac{C'_{12}(\tau)}{C_{12}(\tau)} \right]_{\tau=t'} \quad (6)$$

3-2.- Détermination de la partie incohérente du signal

Deux mesures de corrélation suffisent.

Surface au repos : On mesure l'autocorrélation du signal reçu

$$C_o(\tau) = A^2 \langle p_i(t-t') p_i(t-t'-\tau) \rangle$$

qui est maximum pour  $\tau = 0$  soit

$$C_o(0) = A^2 \langle I_i \rangle$$

Surface agitée

$$C'_o(\tau) = A^2 B^2 \langle p_i(t-t') p_i(t-t'-\tau) \rangle + \langle I_{incoh} \rangle$$

qui est maximum pour  $\tau = 0$  soit

$$C'_o(0) = A^2 B^2 \langle I_i \rangle + \langle I_{incoh} \rangle$$





PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE  
DE SURFACE

Formons le rapport

$$R = \frac{C'_0(0)}{C_0(0)} = B^2 + \frac{I_{\text{incoh}}}{A^2 \langle I_i \rangle}$$

il vient

$$\frac{I_{\text{incoh}}}{A^2 \langle I_i \rangle} = R - B^2 \quad (7)$$

qui est l'énergie incohérente totale. La variance du signal reçu est encore :

$$\sigma_p^2 = \frac{R - B^2}{1 + \frac{1}{(\gamma_{\text{v}}^{\text{H}})^2}}$$

Nous pouvons donc obtenir à l'aide de quatre mesures, la partie cohérente et la partie incohérente du signal diffusé.

Pour faire ces 4 mesures, nous utiliserons un train d'onde modulé linéairement en fréquence. Ce signal particulier permet d'obtenir en sortie d'un corrélateur une fonction de corrélation ayant un maximum bien marqué. C'est ce maximum qui est proportionnel aux valeurs de  $C_0(0)$ ,  $C'_0(0)$ ,  $C_{12}(\zeta)$ ,  $C'_{12}(\zeta)$  respectivement autocorrélation et intercorrélation du signal acoustique émis et reçu après réflexion sur la surface.

Le signal modulé en fréquence est d'un emploi courant en technique radar ou sonar dès que l'on recherche une bonne résolution des échos sur une cible. On dit qu'il y a alors "compression d'impulsion" ou émission à B.T. grand (produit largeur de bande par durée du signal).

Les trains d'onde émis par le générateur sont modulés de 100 à 200 kHz, d'une durée de 0,8 ms, et

PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE DE SURFACE.

---

leur récurrence est de 15 ms. Les émetteurs et récepteurs ultrasonores sont amortis. Ils ont fait l'objet d'une étude spéciale au laboratoire.

Après filtrage pour éliminer les vibrations basses fréquences d'origine mécanique, le signal reçu est amplifié et envoyé sur l'entrée d'un corrélateur en temps réel S.A.I.P. En commutant les entrées, nous obtenons soit la fonction  $C_{xx}(\tau)$  auto-corrélation du signal reçu, soit la fonction  $C_{yx}(\tau)$  intercorrélacion du signal reçu avec une copie du signal émis. Cette copie est obtenue directement à la sortie du générateur de trains d'onde. Enfin, le DIDAC 800 permet de numériser les fonctions de corrélation ou de les obtenir facilement sur table traçante.

A partir des valeurs maximales correspondant à  $\tau = 0$  où  $\tau = t'$ , nous calculons les rapports (6) et (7) proportionnels respectivement aux termes cohérents et incohérents. Les figures 6 et 7 montrent l'ensemble des résultats obtenus, ainsi que les valeurs théoriques correspondantes.

#### 4.- CONCLUSION

La loi statistique de Beckmann permet d'expliquer le mécanisme de la diffusion d'une onde acoustique par une surface agitée. A la différence de la loi de probabilité de Rice où le terme cohérent est indépendant de la diffusion, la loi de Beckmann rend compte d'un terme cohérent qui dépend précisément de cette diffusion.

Nous avons pu tracer les variations du terme cohérent et du terme incohérent en fonction de l'état de surface et de l'incidence.

La méthode par corrélation conduit aux mêmes résultats expérimentaux confirmant par là nos hypo-



PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE  
DE SURFACE

---

thèses.

Nous avons pu obtenir à partir de la formule de Green, une expression théorique du champ acoustique diffusé suivant la direction spéculaire [3]. Un calcul numérique de cette expression est bien vérifiée par les résultats expérimentaux.

-oOo-

PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE  
DE SURFACE

---

BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. GAZANHES  
Etude du champ ultrasonore diffusé par une surface agitée.  
3ième Colloque sur le Traitement du Signal et ses applications. Nice Juin 1971 - Tome I 409,428
- [2] P. BECKMANN - A. SPIZZICHINO -  
The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces.  
Pergamon Press NY 1963
- [3] C. GAZANHES  
Etude de la modulation d'amplitude consécutive à la diffusion d'une onde acoustique par une surface agitée.  
Thèse de Doctorat d'Etat - Université de Provence Aix-Marseille 1 - Septembre 1972.

§



PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE  
DE SURFACE

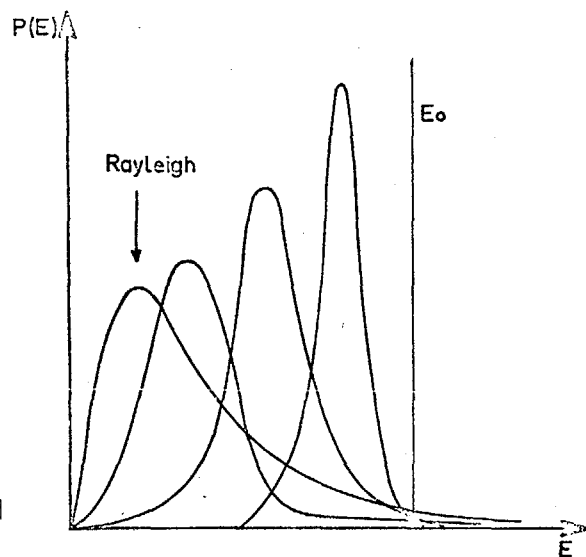


Figure 1

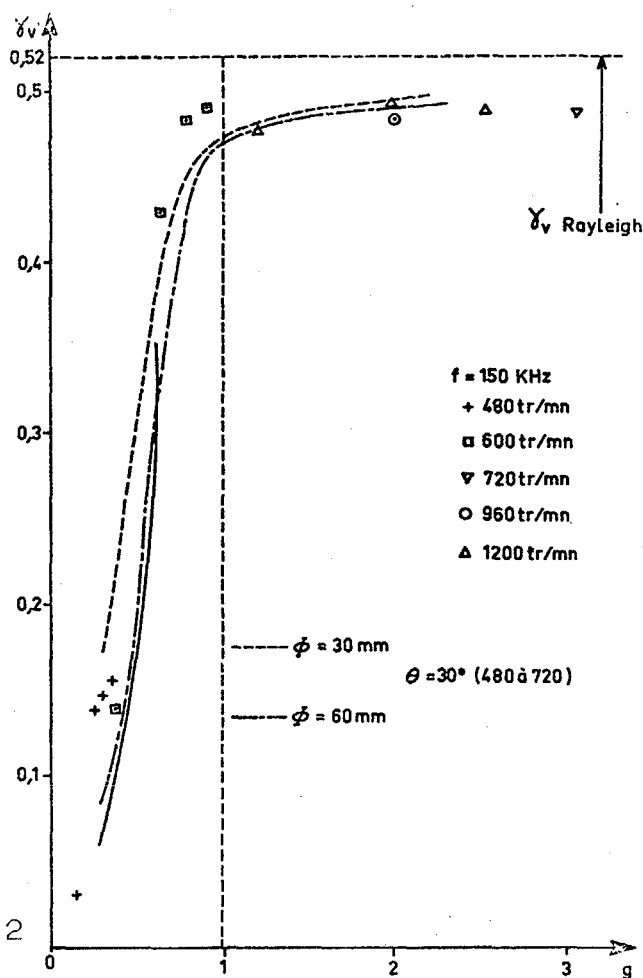


Figure 2

PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE  
DE SURFACE

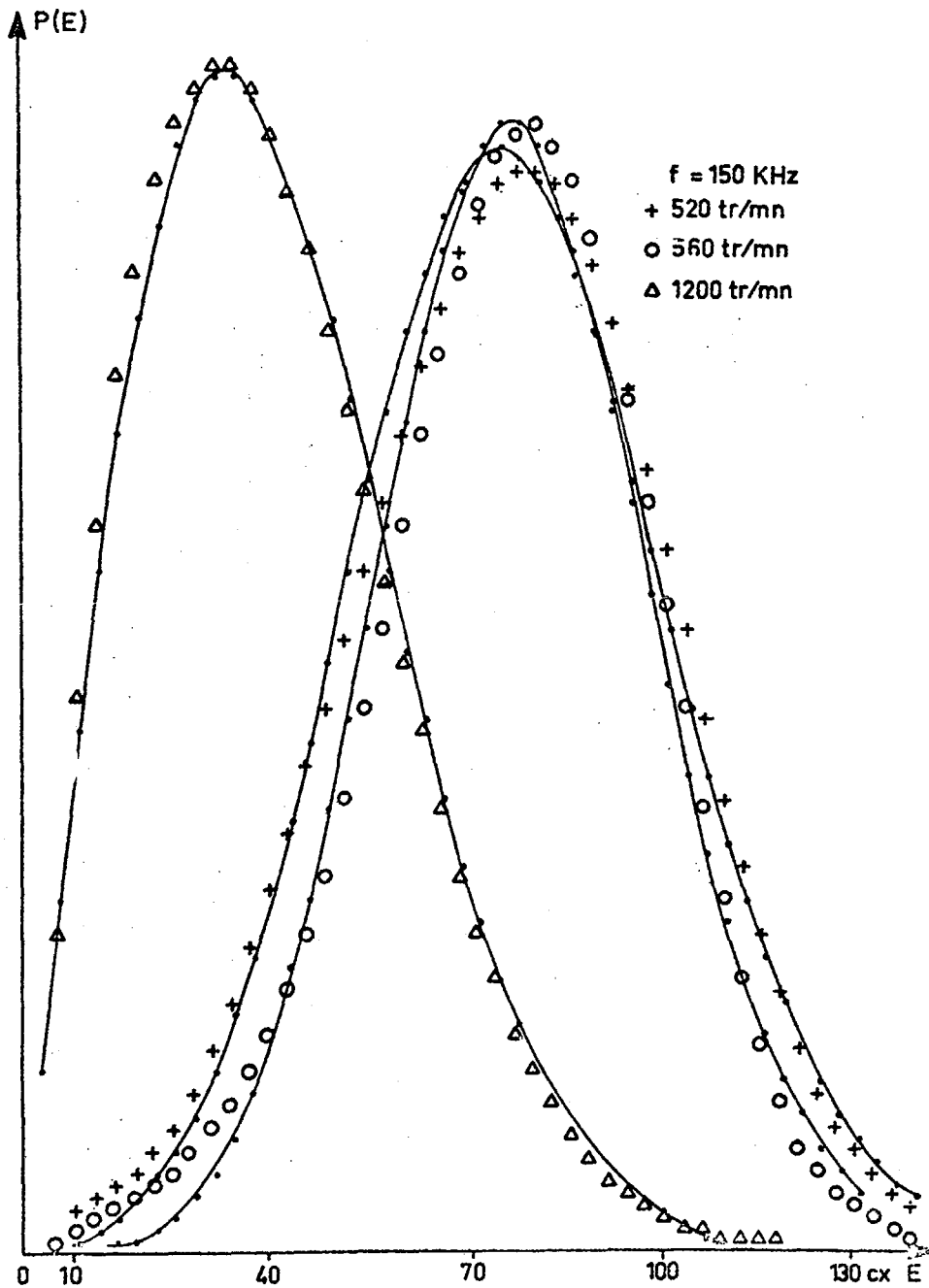


Figure 3



PROPRIÉTÉS STATISTIQUES DE LA RÉFLEXION SOUS-MARINE DE SURFACE

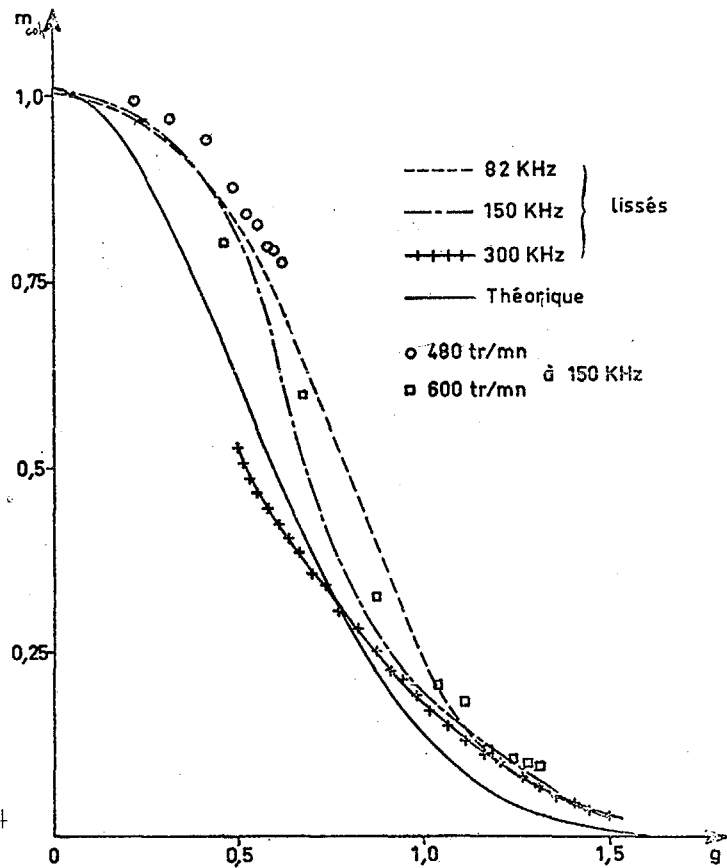


Figure 4

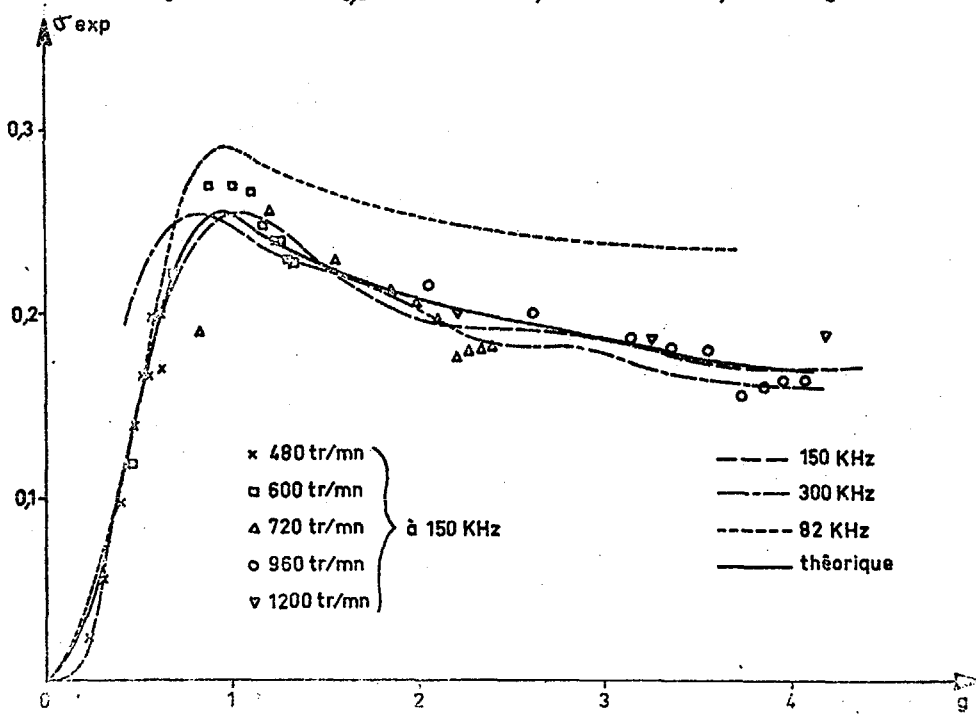


Figure 5



# PROPRIETES STATISTIQUES DE LA REFLEXION SOUS-MARINE DE SURFACE

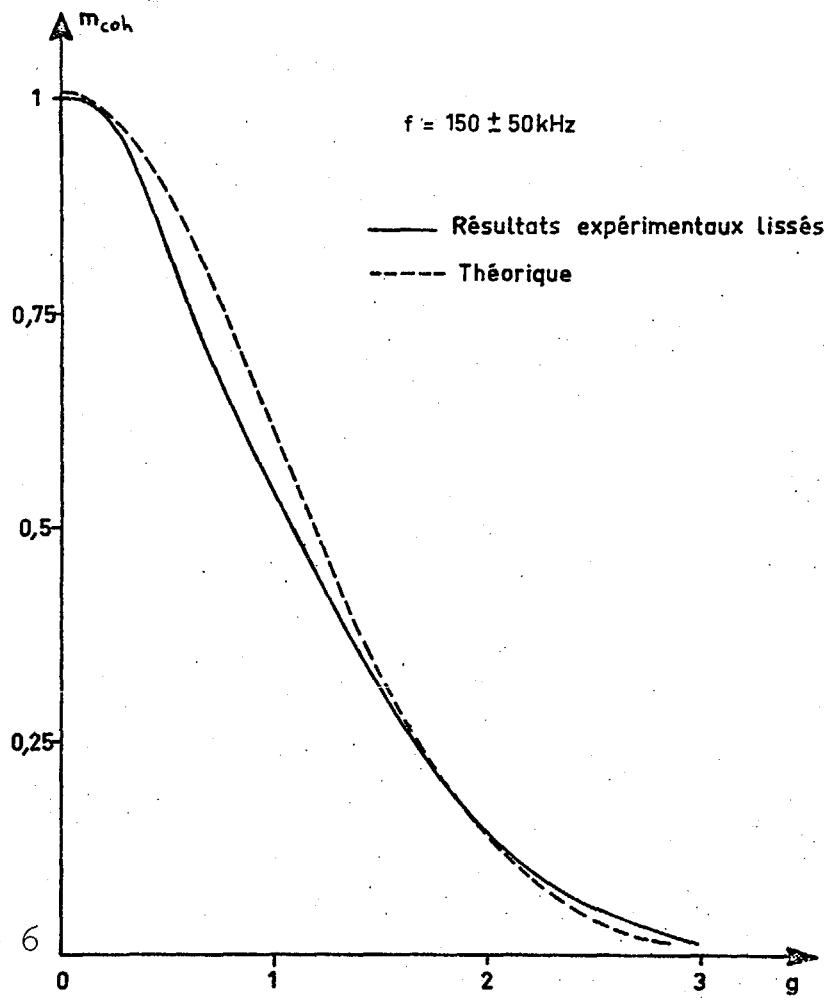


Figure 6

Perte de coherence

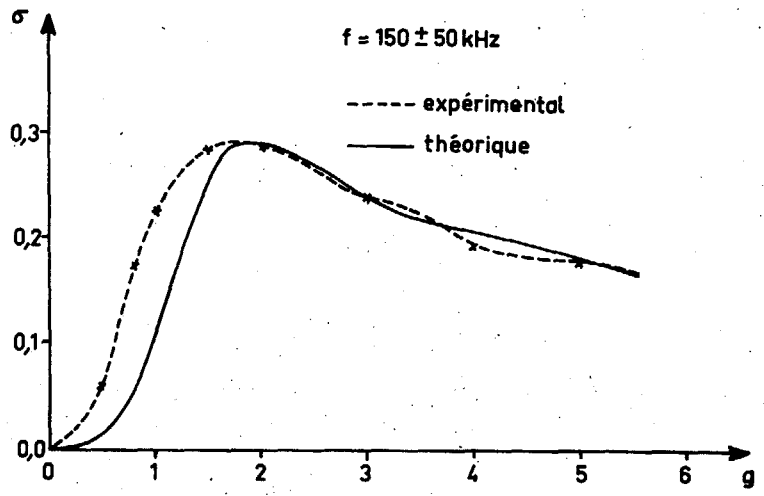


Figure 7