

## TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 7 au 12 mai 1973

---

**EFFICACITE DES TESTS DE DETECTION NON PARAMETRIQUES**

M. Tran Ngoc TOAN

Ingénieur Principal

à la Société d'Etudes et Conseils AERO

---

**RESUME**

Le groupe d'études des Tests Non Paramétriques de CETHEDDEC a cherché à apporter une solution au problème de la régulation des fausses alarmes en détection radar par utilisation des tests non paramétriques. Un test non paramétrique dit test CARRE a été élaboré en vue de l'application à un radar incohérent à fréquence porteuse variable destiné à détecter des petits objets à la surface de la mer. Une évaluation des performances du test a été faite par simulation numérique et a permis de montrer que ce test est aussi bon que les meilleurs tests paramétriques en usage dans les extracteurs radars même quand le bruit est gaussien.

**SUMMARY**

CETHEDDEC NON PARAMETRIC TEST GROUP is working on CFAR radar processor using non parametric tests. A special non parametric test called CARRE test is proposed for pulsed radar with pulse to pulse variable carrier frequency.

Numerical Simulation has shown that this test is as good as the best parametric tests implemented in actual radar systems even with gaussian noise.

## EFFICACITE DES TESTS DE DETECTION NON PARAMETRIQUES

1.- INTERET DES TESTS NON PARAMETRIQUES POUR REGULER LA FAUSSE ALARME1.1 Difficulté de réguler la fausse alarme avec les tests paramétriques

Un groupe d'études a été constitué au CETHEDC depuis 1968 pour analyser l'application des tests non paramétriques aux problèmes de détection radar ou sonar.

Ces recherches sont motivées par la difficulté de réguler la fausse alarme dans un radar opérant en présence de clutter, c'est-à-dire d'un fouillis d'échos de réverbération.

Rappelons brièvement ce problème de la régulation de la fausse alarme. Un extracteur radar met en oeuvre un test d'hypothèses, l'hypothèse nulle étant que le signal observé est un signal parasite ou bruit, mélange de bruit thermique et d'échos de clutter, et l'alternative étant que le signal observé contient un signal utile (ou écho de cible) différent du signal parasite bien que les caractéristiques n'en soient pas nécessairement connues de manière complète. Ce test d'hypothèses consiste essentiellement à déterminer la valeur d'une fonction  $T$  des observations, fonction appelée statistique de test, à comparer cette valeur à un seul  $S$  et à décider présence ou absence de signal utile suivant que cette valeur de  $T$  dépasse ou non le seuil de décision  $S$ .

Le seuil de décision  $S$  doit être réglé de manière à réaliser une certaine probabilité de fausse alarme  $P_{fa}$ .

En général, la relation entre la valeur du seuil de décision  $S$  et la probabilité de fausse alarme  $P_{fa}$  dépend de la loi statistique des observations de bruit. Cette loi est supposée entièrement connue ; le plus souvent le bruit est supposé être stationnaire gaussien, de puissance et de fonction d'autocorrélation connues, quand on utilise un test paramétrique ; celui-ci est alors optimisé au sens de NEYMAN-PEARSON pour la loi de bruit postulée.

Or cette hypothèse fondamentale que la loi du bruit est entièrement connue n'est pas toujours vérifiée en



---

pratique. Ainsi le clutter radar, qu'il soit de mer ou de sol, reste mal connu en dépit de nombreux travaux tant expérimentaux que théoriques qui sont consacrés à l'analyse de ce phénomène.

Dans ces conditions le test paramétrique optimisé pour une certaine loi de bruit n'est plus le plus efficace : la probabilité de détection pour une probabilité de fausse alarme donnée n'est plus nécessairement maximale avec ce test. Cette dégradation de l'efficacité du test par suite d'un écart entre la loi réelle du bruit et la loi postulée est certes gênante, mais ce qui est plus préoccupant pour les utilisateurs du radar est l'incertitude sur la probabilité de fausse alarme résultant de la méconnaissance de la loi réelle du bruit. En effet, la probabilité de fausse alarme effectivement réalisée diffère de la probabilité de fausse alarme théorique puisque le seuil est réglé avec la loi postulée du bruit. De plus, elle varie beaucoup dans le temps et dans l'espace, le seuil étant fixé. Cette situation est fâcheuse car il convient de ne pas oublier que les cibles, que le radar a pour mission de détecter, sont plutôt rares par rapport aux parasites.

Pour y remédier on est amené en radar à admettre que la forme de la loi de bruit est connue a priori, par exemple loi gaussienne, mais que certains des paramètres de cette loi, et en particulier le paramètre d'échelle (c'est-à-dire la puissance moyenne du bruit), doivent être en permanence réajustés aux observations ; le test paramétrique utilisé est le même que celui qui est optimal quand la loi de bruit est complètement connue (bruit thermique en l'occurrence). Cette procédure soulève deux problèmes délicats. D'une part, comment identifier la loi du bruit compte tenu du fait que celle-ci peut assumer des formes variées dans le temps et dans l'espace, d'autre part, comment estimer au mieux les paramètres de la loi du bruit ? Ces deux problèmes sont loin d'être résolus de manière satisfaisante dans les récepteurs radar existants.

## 1.2 Les tests non paramétriques classiques

Les tests non paramétriques constituent une autre approche au problème de la régulation de la fausse alarme. Nous n'essayons pas de donner une définition

---

précise des tests non paramétriques. Nous nous contentons de dire qu'un test non paramétrique est tel que sa mise en oeuvre ne nécessite qu'une connaissance incomplète de la loi de bruit. Ceci implique deux propriétés :

. La première est que la forme de la statistique de test  $T$  soit indépendante des lois statistiques des observations (loi sous l'hypothèse nulle et loi sous l'alternative).

Cette propriété n'est pas spécifique aux tests non paramétriques. Par exemple le test paramétrique STUDENT possède cette propriété. Par contre, le test basé sur le rapport de vraisemblance n'en jouit évidemment pas. Cette propriété ne joue aucun rôle sur le plan théorique, mais elle est importante en pratique car elle signifie que l'on n'a pas besoin de changer de récepteur quand la loi de bruit (ou/et celle du signal utile) change, mais qu'il est seulement nécessaire de changer la valeur du seuil de décision  $S$  (éventuellement).

. La deuxième propriété des tests non paramétriques est que le réglage du seuil de décision  $S$  est indépendant de la loi de bruit, c'est-à-dire la loi de probabilité de la statistique de test  $T$  sous l'hypothèse nulle est indépendante de la loi de bruit ; un test possédant cette propriété est un test libre, la régulation de la fausse alarme est parfaite pour un tel test, par définition.

Bien entendu la probabilité de détection associée à une probabilité de fausse alarme donnée dépend de la loi exacte du bruit (et du signal utile), que le test soit libre ou non.

Disons tout de suite qu'un test ne peut être libre que vis-à-vis d'une certaine classe de lois de bruit ; la classe  $\mathfrak{L}_0$  de lois, qui a été considérée en premier, est définie par la condition que les observations des échantillons soumis au test sont statistiquement indépendantes et ont même loi de probabilité, dans l'hypothèse nulle, cette loi commune étant quelconque. Pour cette classe un certain nombre de tests libres ont pu être conçus. Certains d'entre eux ont été appliqués ou ont été envisagés pour être appliqués en détection radar. Ce sont le test de signe, le test WILCOXON, le test de corrélation de rang et le test KENDALL  $\tau$ .



Nous pouvons classer ces tests en deux catégories suivant que le problème est un problème à un ou à deux échantillons. Dans le problème à un échantillon il s'agit de décider si un échantillon litigieux  $X$  de  $n$  observations  $x_1, x_2, \dots, x_n$  provient de la population "bruit" ou de la population "signal plus bruit".

Dans le problème à deux échantillons, on dispose en plus de l'échantillon litigieux  $X$  d'un autre échantillon  $Y$  de  $n'$  observations  $y_1, y_2, \dots, y_{n'}$ , échantillon dit témoin dont on sait qu'il provient du bruit.

Les tests à un échantillon sont des tests de tendance ; ils consistent à tester la présence d'une tendance à l'intérieur de l'échantillon, c'est-à-dire d'une corrélation entre l'ordre chronologique  $i$  de chaque observation  $x_i$  avec le rang  $r_i$  occupé par sa valeur lorsque les observations sont classées par ordre croissant ou décroissant. Exemple : test basé sur le nombre d'inversions ; il y a inversion quand  $r_i > r_j ; i < j$ .

Naturellement il faut choisir le test de manière à favoriser la détection de la tendance caractéristique d'un échantillon provenant de la population "signal plus bruit" : par exemple en radar cette tendance peut être la modulation due au mouvement du faisceau de l'antenne.

En pratique un échantillon provenant de la population "signal plus bruit" ne présente pas toujours une tendance permettant de le distinguer du bruit : c'est le cas quand le signal utile est constant ou quand le signal utile fluctue. L'efficacité des tests à un échantillon est faible dans ces cas.

Les tests à deux échantillons sont plus intéressants. Ce sont des tests d'homogénéité ; ils consistent à tester si l'échantillon témoin  $Y$  et l'échantillon litigieux  $X$  ont même loi statistique ou non. Le test WILCOXON est un exemple typique de cette catégorie de tests à deux échantillons. Il consiste à :

- . classer l'ensemble de toutes observations litigieuses et témoins par ordre croissant ;
- . former la somme des rangs des observations litigieuses ;
- . comparer cette somme à un seuil de décision.

---

Les deux opérations fondamentales de ce test sont la quantification, c'est-à-dire le remplacement des valeurs des observations par leurs rangs et la combinaison des rangs des observations litigieuses.

La quantification entraîne une perte d'information puisque l'échelle des rangs est discrète et comporte seulement  $n + n'$  niveaux. Cette perte d'information est donc d'autant moins grave que les échantillons soumis au test sont plus nombreux. En contrepartie l'abandon des valeurs des observations au profit de leurs rangs assure la liberté du test, puisque sous l'hypothèse nulle, la loi de probabilité de l'ensemble des  $n$  rangs des observations litigieuses  $r_1, r_2, \dots, r_n$  est indépendante de la loi de bruit (pourvu qu'elle appartienne à la classe  $\mathcal{L}_0$  précédemment définie). Quant à l'opération de combinaison des rangs des observations litigieuses, elle est une simple sommation dans le test WILCOXON, mais il est clair que d'autres combinaisons pourront être envisagées pour exploiter au mieux les connaissances disponibles a priori sur les populations "bruit" et "signal plus bruit".

Le caractère libre du test WILCOXON est-il obtenu au prix d'une perte d'efficacité importante par rapport au test paramétrique optimisé contre du bruit thermique, dans le cas justement où le bruit serait gaussien ?

La théorie analytique montre qu'il n'en est rien asymptotiquement, c'est-à-dire quand les tailles des échantillons augmentent indéfiniment. Par simulation, le groupe d'études du CETHEDec a vérifié que cette perte d'efficacité est négligeable avec des tailles d'échantillons raisonnables, disons entre 10 et 50. Ces résultats, ainsi que les généralités qui viennent d'être rappelées sur les tests non paramétriques, ont été publiés dans le numéro spécial de la Revue du CETHEDec, 2ème trimestre 1968.

## 2.- LE TEST CARRE

### 2.1 Motivation

Les résultats encourageants obtenus pour le test WILCOXON ont incité le groupe à concevoir un test libre plus facile à mettre en oeuvre dans un radar. Ce test a été appelé test CARRE du nom d'un membre du groupe.



---

Il devra être utilisé dans un extracteur radar conçu par THOMSON-CSF ; le radar correspondant est un radar incohérent aéroporté, destiné à la détection de petits objets à la surface de la mer tels que sous-marins en immersion périscopique.

Ce radar présente les deux caractéristiques essentielles pour l'application d'un test libre tel que le test WILCOXON. D'une part, le radar est à fréquence porteuse variable et la variation est suffisamment grande d'une récurrence à la suivante pour que les échos de clutter correspondants puissent être considérés comme indépendants. Cette condition est essentielle pour la liberté du test ainsi que nous l'avons rappelé plus haut. D'autre part, le nombre de récurrences par cible est assez grand (30 ou 60) ce qui rend négligeable la perte d'information due à la quantification. Néanmoins, pour réduire la complexité du matériel, nous avons modifié le test WILCOXON pour réaliser ce que nous avons appelé le test CARRE. C'est ce test que nous allons décrire en détail dans ce qui suit, avant de vous exposer une comparaison de son efficacité avec celle des tests paramétriques.

## 2.2 Description du test CARRE

Décrivons d'abord la manière dont le test est appliqué au radar. On le formulera ensuite en termes mathématiques.

Le signal vidéo qui apparaît au temps correspondant à une distance  $D$  est comparé à l'ensemble des signaux suivants :

1. Aux signaux obtenus au cours des récurrences passées et à la même distance  $D$  (aspect tendance à l'intérieur de l'échantillon litigieux).

2. A un témoin des signaux parasites qui est constitué des signaux recueillis au voisinage de  $D$  aux mêmes récurrences radar (aspect homogénéité avec des témoins). On prendra les signaux correspondant à  $D+d$  et  $D-d$  avec  $d$  égal à deux durées d'impulsions environ (fig. 1a).

Le test consiste à attribuer au signal une note qui est égale au rang qu'il occupe dans le classement en

amplitude de tous les signaux réunis (fig. 1b). Les notes obtenues à une même distance et à chaque récurrence sont intégrées pendant le temps de passage du faisceau. L'intégration est réalisée par un filtre en peigne digital. Le résultat fournit une vidéo corrélée et normalisée par rapport au bruit ou au retour de mer.

Le test qui vient d'être décrit limite l'importance relative des signaux forts. Ceci n'est pas important en exploitation automatique, mais sur un indicateur panoramique il est nécessaire de conserver une bonne dynamique pour bien utiliser la rémanence du tube, ce qui aide l'opérateur à acquérir les cibles nouvelles.

Un test modifié par insertion d'une pondération est proposé ci-dessous pour ce cas d'application. Il permet d'accroître le contraste entre les signaux forts et les signaux parasites.

Pour obtenir ce résultat les amplitudes du signal à noter sont divisées en deux classes (fig. 1c) :

- a) Les amplitudes inférieures au plus grand des signaux témoins.
- b) Les amplitudes supérieures à ce même signal.

Si l'amplitude du signal est dans la classe a), il est noté comme précédemment par son rang. Si l'amplitude est dans la classe b), le rang obtenu est multiplié par un facteur constant  $\mu > 1$ . (Pour  $\mu = 1$  on retrouve le précédent) ; le caractère libre du test n'est pas altéré par cette pondération.

La formulation mathématique du test qui vient d'être décrit se fait de la manière ci-après :

On considère trois échantillons :

- |   |                      |
|---|----------------------|
| . un premier échantillon de bruit $\{b_i\}$   | $i = 1 \text{ à } N$ |
| . un deuxième échantillon de bruit $\{b'_i\}$ |                      |
| . un échantillon litigieux $\{u_i\}$          |                      |

$k_0$  étant un paramètre entier positif, on pose :

$$\begin{aligned}
 k &= k_0 & \text{si} & \quad i > k_0 \\
 k &= i & \text{si} & \quad i < k_0
 \end{aligned}$$





On range par ordre croissant de 1 à  $3k$ , les  $3k$  éléments suivants :

$$\begin{aligned} u_i, \dots, u_{i-k+1} \\ b_i, \dots, b_{i-k+1} \\ b'_i, \dots, b'_{i-k+1} \end{aligned}$$

$k$  est la taille du sous-échantillon glissant traité chaque fois.

On désigne par  $B_i$  le plus grand élément de bruit parmi les  $2k$  éléments de bruit, dans ce classement.

On désigne par  $r_i$  le rang de l'élément litigieux  $u_i$  dans ce classement ;  $r_i$  varie de 1 à  $3k$ .

On désigne par  $R_i$  le rang pondéré du  $u_i$  :

$$\begin{aligned} R_i &= r_i & \text{si } u_i < B_i \\ R_i &= \mu r_i & \text{si } u_i \geq B_i \end{aligned}$$

$\mu$  étant un paramètre positif supérieur à 1.

La statistique de test est  $T$ , obtenue en intégrant les rangs :

$$T = \sum_{i=1}^N \alpha_i R_i$$

les coefficients  $\alpha_i$  étant de la forme :

$$\alpha_i = \exp - \frac{N-i}{I}$$

Le paramètre  $I$  caractérise la mémoire de l'intégrateur non numérique ; l'intégrateur idéal correspond à  $I$  infini.

On décide que l'échantillon litigieux contient du signal utile si  $T$  dépasse un seuil de détection  $S$ .

#### Remarque

Le test décrit ci-dessus présente un "effet de bord" car la fenêtre glissante de longueur  $k_0$  est réduite à  $k_0 - 1, k_0 - 2, \dots, 1$  pour les  $k_0 - 1$  premières observations.

Pour supprimer l'effet de bord il faudra supposer qu'on dispose de  $k_0 - 1$  observations de plus dans chaque échantillon. Au total, donc, il y aura  $2(N + k_0 - 1)$  observations témoins, tandis que l'intégration s'effectuera toujours sur  $N$  observations litigieuses.

### 2.3 Choix des paramètres du test

Les deux paramètres essentiels du test CARRE sont :

- .  $k_0$  le nombre d'éléments considérés à chaque classement à l'intérieur de chacun des trois échantillons (c'est-à-dire la taille de la fenêtre glissante) ;
- .  $\mu$  la pondération.

Nous avons étudié par simulation les performances du test CARRE pour diverses combinaisons de ces paramètres. L'analyse des résultats nous a conduits à adopter les valeurs suivantes :

$$k_0 = 5$$

$$\mu = 2$$

Il est clair que la valeur de  $k_0$  qui assure le maximum d'efficacité au test est  $N$ , taille de l'échantillon litigieux complet. Par contre, la complexité du matériel croît aussi avec  $k_0$ . Il est remarquable qu'un compromis satisfaisant soit réalisé avec une valeur assez faible  $k_0 = 5$ .

### 2.4 Comparaison avec des tests paramétriques

#### 2.4.1 Recherche des tests paramétriques de référence

Nous avons comparé le test CARRE ci-dessus défini ( $k_0 = 5$ ,  $\mu = 2$ , effet de bord) avec des tests paramétriques en supposant que le bruit est gaussien stationnaire, c'est-à-dire en nous plaçant dans l'hypothèse la plus favorable aux tests paramétriques. Ceux-ci ont été choisis de manière à être représentatifs des dispositifs couramment utilisés. En effet, nous avons dit plus haut que ceux-ci ne sont pas optimaux pour la détection des signaux en présence de bruit de loi mal connue comme le clutter. Nous allons essayer de préciser ce qui peut être un test paramétrique de référence par rapport



auquel les performances du test CARRE pourront être appréciées ; il est bien entendu que nous n'essaierons en aucune manière de définir le meilleur test face au clutter.

Dans le cas des radars pulsés incohérents on sait définir une statistique de test optimale sous les hypothèses suivantes :

La loi de distribution du bruit est :

- . gaussienne,
- . stationnaire,
- . de paramètres  $(m, \sigma^2)$  connus.

Ces statistiques sont,  $x$  étant l'amplitude du signal vidéo :

- (1) 
$$W = \sum_{i=1}^N \log I_0(x / \sqrt{2\mu})$$
 pour une cible non fluctuante
- (2) 
$$W = \sum_{i=1}^N x_i^2$$
 pour une cible fluctuante en loi de RAYLEIGH

L'optimisation est faite au sens de NEYMAN-PEARSON (probabilité de détection maximale à probabilité de fausse alarme donnée).

De plus, les calculs montrent que l'utilisation de la statistique (2), plus simple à mettre en oeuvre car elle ne fait pas intervenir le rapport signal sur bruit  $\rho$  à priori inconnu, a des performances sensiblement équivalentes dans le cas d'une cible non fluctuante.

Nous considérons donc le test  $W = \sum_{i=1}^N x_i^2$  comme le test paramétrique idéal.

Les trois conditions énoncées ci-dessus (bruit gaussien-stationnarité-paramètres connus) qui garantissent que le test  $W = \sum x_i^2$  est optimum, se ramènent en pratique à deux conditions : bruit gaussien-bruit stationnaire.

En effet, si le bruit est stationnaire il est possible de disposer d'un échantillon témoin de taille

---

suffisamment grande pour obtenir une bonne estimation des paramètres de la loi gaussienne.

Dans la pratique, la stationnarité n'est pas acquise. Le clutter n'est stationnaire ni dans le temps ni dans l'espace. Quelles que soient les hypothèses que l'on sera amené à faire sur la loi de distribution des signaux parasites, l'estimation des paramètres de cette loi ne pourra se faire qu'à partir d'échantillons témoins de taille très limitée (au voisinage de l'observation litigieuse) pour s'adapter au mieux à une "stationnarité locale" éventuelle. Or, si l'on était assuré de n'avoir affaire qu'à des bruits thermiques, on pourrait supposer que ces bruits sont stationnaires et faire des mesures de paramètres plus précises en augmentant la taille des échantillons témoins.

C'est là que réside l'apparente contradiction des procédures utilisées.

On utilise, face à des bruits thermiques, des procédures qui pourraient être optimales si l'on se donnait la peine de mieux estimer les paramètres et qui ne le sont pas du fait qu'on ne prend en compte que des échantillons de taille réduite. Cela pour éviter d'être trop désadapté si l'on se trouvait en présence de clutter non stationnaire ; cela revient à dire que le clutter est traité comme un bruit gaussien dont les caractéristiques (notamment la puissance du bruit) se déformeraient dans le temps et l'espace et qui nécessiterait donc une estimation à entretenir en permanence.

En résumé :

. si le bruit est gaussien on s'est pénalisé en effectuant une mesure imprécise parce que référée à un échantillon témoin de taille réduite ;

. si le bruit n'est pas gaussien, la procédure n'est en aucune manière optimale puisque la loi de distribution est assurément différente d'une loi normale, mais on espère que le fait de considérer le bruit réel comme un bruit "localement thermique" est une approximation pas trop mauvaise de la réalité.

Retenons pour l'instant que, même dans le cas gaussien, le test paramétrique auquel il convient de



8/6Z

comparer le test non paramétrique n'est pas le test idéal précédemment défini mais un test altéré par l'imprécision sur la mesure des paramètres.

Le test paramétrique de référence est donc un test :

- . utilisant une statistique optimale pour le bruit gaussien ;
- . établi sur une connaissance imprécise des paramètres de bruit (l'imprécision provenant de la taille de l'échantillon témoin), ce qui le rend sous-optimal.

On pourrait imaginer un test paramétrique de référence plus sophistiqué et défini de la manière suivante :

. Emploi d'un échantillon témoin de grande taille lorsque le bruit est gaussien et d'un échantillon témoin de petite taille défini au voisinage de l'observation lorsque le bruit est du clutter non stationnaire. Aussi mal optimisé que le précédent en présence de clutter, il redeviendrait optimal en présence d'un bruit thermique. Ce test serait donc globalement supérieur au précédent ; mais son emploi suppose que l'on ait à sa disposition un indicateur d'ambiance permettant de reconnaître la situation dans laquelle on se trouve (peut-être est-ce là une direction d'étude dans la recherche d'un test paramétrique de référence).

Rappelons que dans le test non paramétrique de type CARRE précédemment défini on utilise :

- . un échantillon litigieux  $\{x_i^2\}$  de taille  $N$  (bruit ou signal plus bruit) ;
- . un échantillon témoin de taille  $2N$  (bruit seul) que nous décomposerons en deux :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_i^2 \\ i = 1 \end{array} \right\} \quad i = N \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} y_i^2 \\ i = 1 \end{array} \right\} \quad i = N$$

- un échantillon glissant de normalisation de taille  $2k_0$  (partie de l'échantillon témoin), la largeur de la fenêtre  $k_0$  étant définie à l'échelle de la stationnarité.

Pour respecter les principes précédemment définis, nous sommes pratiquement ramenés à définir un test paramétrique équivalent du point de vue du volume d'information traité.

La procédure pourrait être la suivante : chaque élément  $x_i^2$  de l'échantillon litigieux est normé par rapport à  $2k_0$  éléments pris dans son voisinage :

$$U_i = \frac{x_i^2}{\frac{1}{2k_0} \sum_{j=1}^{i+k_0} (y_j^2 + y_j'^2)}$$

L'ensemble des  $U_i$  est alors intégré :

$$W = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i$$

pour être comparé à un seuil.

Ce test suppose qu'on dispose non pas de  $2N$  valeurs mais  $2(N + k_0 - 1)$  valeurs  $y_j^2$  et  $y_j'^2$  de manière à éliminer "l'effet de bord". Sinon le dénominateur de  $U_i$  serait :

$$\frac{1}{2k} \sum_{j=1}^{i+k_0} (y_j^2 + y_j'^2)$$

$k$  étant égal à la plus petite des valeurs  $k_0$  et  $N-i$ .

Le test qui vient d'être défini présente un inconvénient majeur.

En effet, on ne peut affirmer que ce test soit uniformément le plus puissant, même lorsque la loi du bruit est gaussienne sphérique quand on adopte la normalisation précédente.



Pour pallier cet inconvénient on peut chercher à l'encadrer par deux autres tests à l'intérieur desquels il est possible d'affirmer que ce test se situera.

De ce point de vue, considérons l'information globale dont on dispose : soit un échantillon litigieux de taille  $N$  et un échantillon témoin de taille  $2N$ .

En posant  $k_0 = N$  on élimine les problèmes de corrélation et l'on est ainsi ramené à un test classique d'homogénéité (SNEDECOR) :

$$W = \frac{\frac{1}{N} \sum_1^N x_i^2}{\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N (y_j^2 + y_j'^2)}$$

On sait en particulier que ce test est optimal parmi les tests sans biais pour un signal fluctuant, ce qui signifie qu'il ne saurait exister de test paramétrique utilisant le même volume d'information qui lui soit supérieur du point de vue des performances en détection.

Par ailleurs, nous prendrons comme test sous optimal, ce qui constituera notre borne inférieure, le même test d'homogénéité réduit à l'échelle de la stationnarité reconnue du clutter :

$$U_j = \frac{\frac{1}{k_0} \sum_{i=jk_0+1}^{i=jk_0+k_0} x_i^2}{\frac{1}{2k_0} \sum_{i=jk_0+1}^{i=jk_0+k_0} (y_i^2 + y_i'^2)}$$

et intégré par paquets disjoints de  $k_0$  éléments litigieux :

$$W = \frac{k_0}{N} \sum_{j=1}^{N/k_0} U_j$$



### 2.4.2 Performances comparées des différents tests

Les performances des différents tests envisagés ont été déterminées pour des tailles d'échantillons :

$$N = 10 \quad \text{et} \quad N = 30$$

avec une probabilité de fausse alarme égale à  $10^{-3}$ .

Les hypothèses suivantes ont été retenues :

- . bruit gaussien, stationnaire,
- . signal fluctuant comme du bruit (voir remarques en fin de chapitre).

Rappelons ces différents tests :

1. Test idéal : statistique  $W = \sum x_n^2$

La mise en oeuvre de ce test suppose que le paramètre "puissance moyenne" du bruit gaussien soit parfaitement connu.

2. Test optimal : (pour N donné) ou test SNEDECOR. C'est le meilleur test que l'on puisse obtenir avec une taille d'échantillon témoin limitée à  $2N$ .

3. Test paramétrique de référence : caractérisé par l'emploi d'une fenêtre glissante de normalisation de largeur  $k_0$ , mesure de la stationnarité, alors qu'on possède N informations disponibles.

4. Test sous optimal : test réduit en prenant comme taille d'échantillon témoin la largeur  $k_0$  de la stationnarité. Il constitue une borne inférieure du point de vue des performances.

Pour les tests 2, 3 et 4 ci-dessus, il faut supposer que le bruit est gaussien stationnaire pour régler le seuil, mais il n'est pas nécessaire de connaître sa puissance moyenne.

Tout le problème consiste à placer le test non paramétrique de type CARRE par rapport aux tests ci-dessus, le bruit étant supposé du type bruit thermique





---

et le signal fluctuant en loi de RAYLEIGH. Rappelons que pour le test CARRE le réglage du seuil ne dépend pas de la loi marginale du bruit, que le bruit soit thermique ou soit du clutter.

a) Le test idéal et le test optimal pour  $N$  donné (SNEDECOR) ont été calculés analytiquement\*. Tous les autres l'ont été par simulation. Les résultats sont présentés figures 2 et 3.

On observera que la restriction de la taille de l'échantillon témoin utilisé pour la mesure des paramètres de bruit - qui fait passer du test idéal au test optimal - s'accompagne d'une perte en rapport signal sur bruit d'environ 2 dB pour  $N=10$  et 1,5 dB pour  $N=30$  (fig. 2).

Ce test de SNEDECOR a été comparé au test non paramétrique : en effet, si les performances étaient équivalentes il serait inutile d'aller plus loin puisque le test optimal SNEDECOR, bien qu'inférieur au test idéal, est le meilleur test paramétrique que l'on puisse obtenir pour  $N$  donné. On aurait ainsi montré que le test non paramétrique est supérieur à tous les tests pratiques de référence imaginables, en présence de bruit thermique.

Mais il n'en est pas ainsi : pour  $N=30$  la perte calculée du test non paramétrique par rapport au test SNEDECOR est inférieure à 2 dB (fig.3).

Ce résultat justifie que l'on aille au-delà et que l'on simule les autres tests (test paramétrique de référence et test sous optimal) pour tenter de les situer par rapport au test SNEDECOR.

b) La perte du test CARRE par rapport au test paramétrique de référence est inférieure à 1 dB (fig. 3) (voir aussi remarques en fin du chapitre).

Cette légère supériorité théorique du test paramétrique de référence est pratiquement annihilée par les

---

\* Le test SNEDECOR a été également évalué par simulation. La concordance des résultats ainsi obtenus avec les calculs analytiques est remarquable (cf. fig. 2).

imperfections technologiques de réalisation car le test paramétrique comporte des opérations mathématiques plus complexes que le test non paramétrique.

c) On peut toujours craindre que le choix du test paramétrique de référence, base de la comparaison, n'ait pas été le meilleur et penser qu'un autre test paramétrique mieux optimisé aurait présenté des performances significativement meilleures.

La simulation du test sous optimal répond à cette préoccupation puisqu'elle vise à montrer qu'il existe des tests paramétriques moins performants que celui qui a été choisi et dont les caractéristiques semblent cependant assez bien adaptées au problème : rappelons que le test sous optimal est un test réduit où l'on prend comme taille d'échantillon témoin la largeur de la stationnarité. La figure 3 montre que le test sous optimal est inférieur au test paramétrique de référence d'environ 0,25 dB (voir aussi remarques ci-dessous).

#### Remarques

1. Le test paramétrique de référence utilise  $2(N + k_0 - 1)$  observations témoins au lieu de  $2N$ , ceci pour éviter "l'effet de bord" (cf. § 2.2 ci-dessus). L'effet de bord est négligeable pour le test CARRE ; il est important pour le test paramétrique de référence. En effet la statistique de test correspondante est une somme de variables  $U_i$  du type  $F(\nu_1, \nu_2)$  avec  $\nu_1 = 2$ ,  $\nu_2 = 20$  degrés de liberté sauf pour les quatre dernières pour lesquelles  $\nu_2 = 16, 12, 8, 4$  respectivement. Or, pour  $\nu_2 = 4$  on sait que la variable aléatoire du type  $F(\nu_1, \nu_2)$  a une variance infinie. Le calcul par simulation montre effectivement que la perte due à "l'effet de bord" est de l'ordre de 3 dB, pour le test paramétrique de référence (fig. 3).

2. La simulation montre aussi que les trois tests suivants : paramétrique de référence sans effet de bord, paramétrique sous optimal, non paramétrique CARRE ont pratiquement la même efficacité à 0,2 dB près quand le signal utile est stable, non fluctuant.



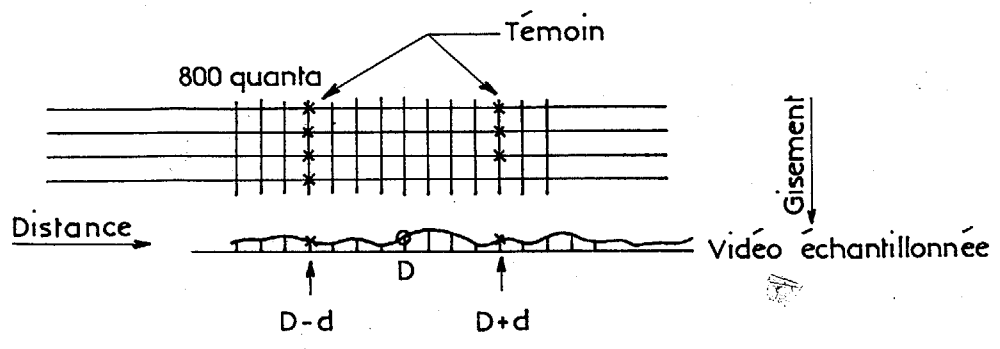
### 3.- CONCLUSIONS

Les résultats exposés ci-dessus ont été publiés dans le numéro spécial de la Revue du CETHEDDEC, 4ème trimestre 1972. Ils montrent que le test non paramétrique CARRE constitue une solution prometteuse au problème important de la régulation de la fausse alarme dans la détection radar en présence du clutter. Nous rappelons qu'un extracteur radar appliquant ce test est en cours d'études et de réalisation à THOMSON-CSF. Nous rappelons également que le caractère libre du test CARRE, comme de tous les tests non paramétriques connus, n'est garanti que lorsque les observations de bruit soumises au test sont indépendantes statistiquement. Le groupe d'études du CETHEDDEC a entrepris des études relatives au comportement des tests non paramétriques lorsque cette condition d'indépendance n'est plus respectée. Les résultats obtenus seront publiés dans un numéro spécial de la Revue du CETHEDDEC dans le courant de cette année.

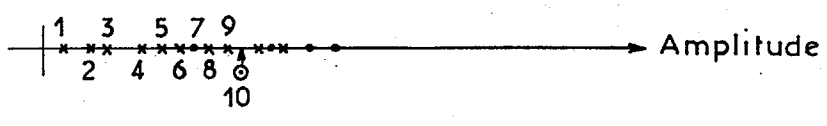
Pour terminer disons quelques mots de l'emploi éventuel des tests non paramétriques en sonar actif. Le plus souvent la détection doit s'effectuer sur une seule récurrence en sonar actif. La taille de l'échantillon litigieux risque donc d'être égale à 1 ce qui est peu favorable pour un test basé sur les rangs des observations. Cependant si le pouvoir discriminatoire en distance du sonar est suffisamment bon, l'écho d'une cible, telle qu'un sous-marin par exemple, se présente sous l'aspect d'un train d'impulsions. Le nombre de ces impulsions est sensiblement le rapport entre les dimensions radiales,  $L_r$  de la cible vue du sonar d'une part,  $\delta_r$  de la cellule de discrimination du sonar d'autre part ; il peut donc être assez important. Par exemple :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_r = 45 \text{ m} \\ \delta_r = 1,5 \text{ m} \end{array} \right. \quad (\text{impulsion de } 1 \text{ kHz de bande passante})$$

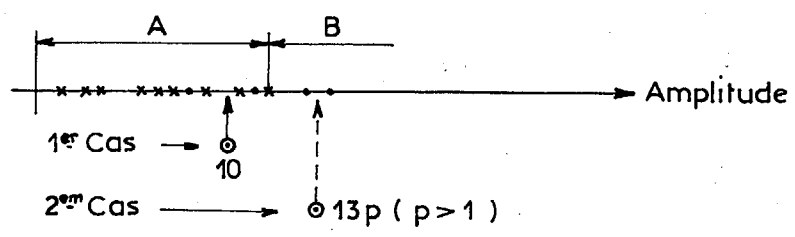
La taille de l'échantillon litigieux ne constitue donc pas un obstacle insurmontable à l'usage des tests non paramétriques en sonar actif. Il reste bien entendu d'autres problèmes délicats à résoudre notamment comment choisir les témoins, comment adapter la taille de l'échantillon à la présentation de la cible, etc.



1-a : Mémoire du test

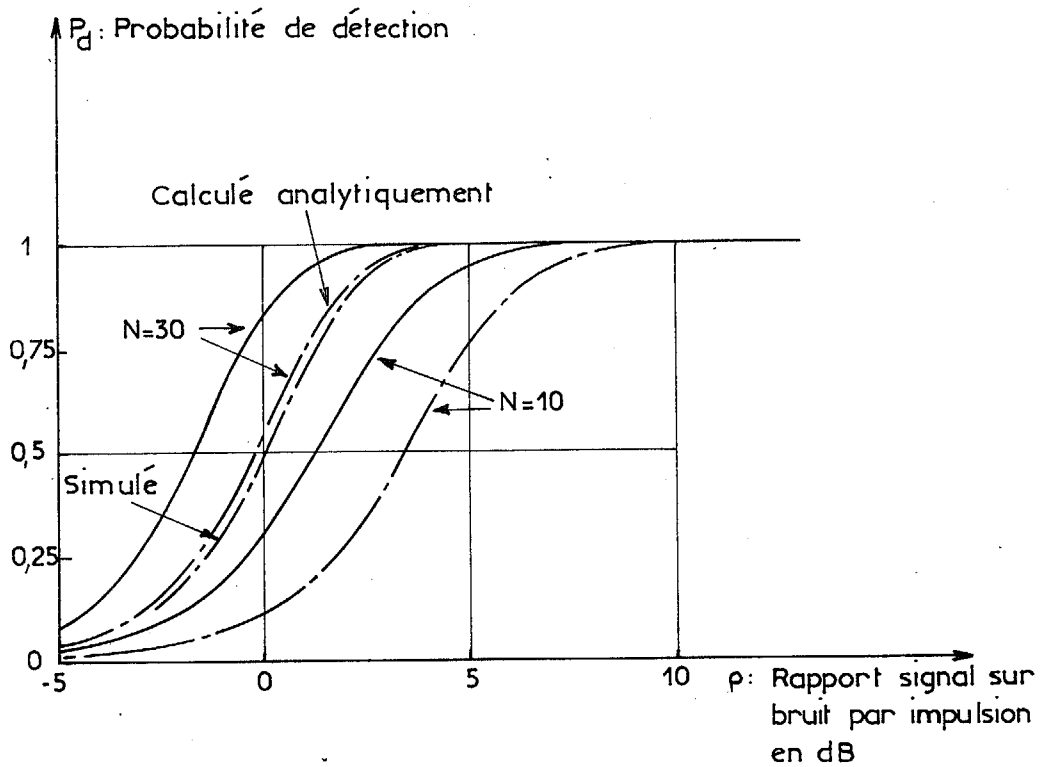


1-b : Note du signal à estimer



1-c : Test modifié pour exploitation sur indicateur panoramique

Fig. 1 { a  
b : Test CARRE  
c



### Légende

———— Test idéal

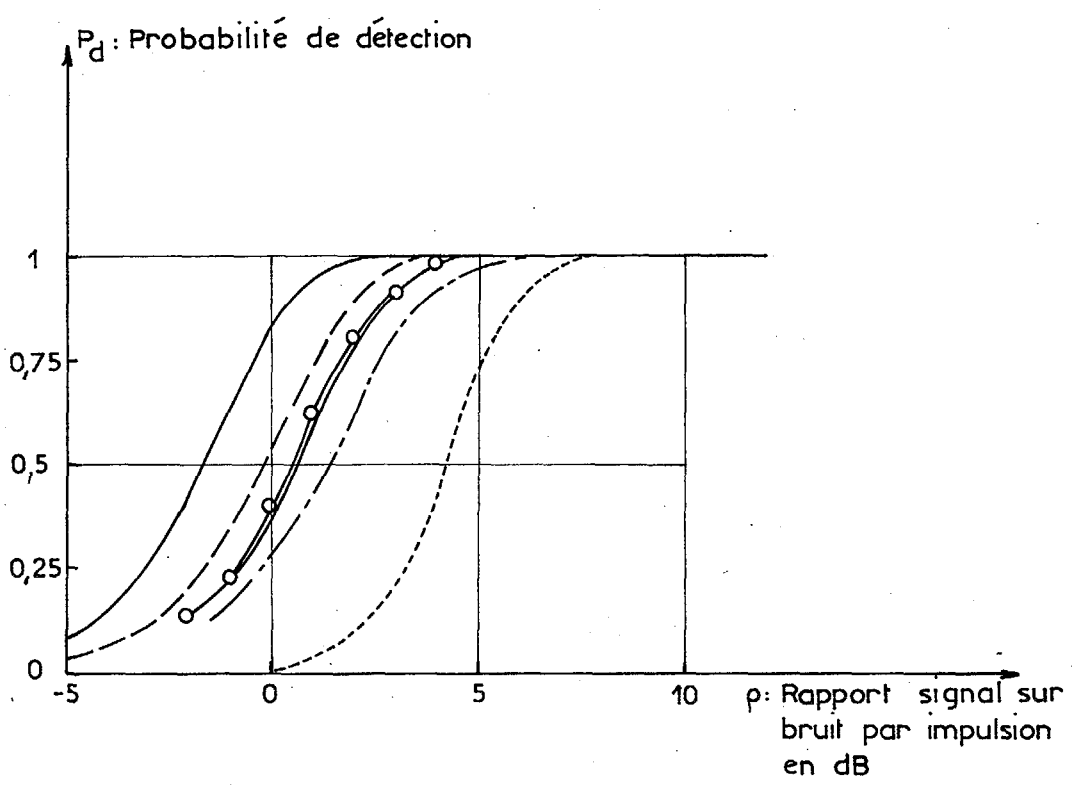
----- Test de SNEDECOR

$P_{fa} = 10^{-3}$

Bruit thermique

Signal utile fluctuant comme le bruit

Fig-2 : Comparaison entre test idéal et test SNEDECOR



Légende

- Test idéal
- Test de SNEDECOR
- · - · - Test paramétrique de référence avec effet de bord
- ..... Test CARRE (p=2)
- ——— Test paramétrique de référence sans effet de bord
- Test sous optimal

$N = 30$        $k_o = 5$        $P_{fa} = 10^{-3}$

Bruit thermique

Signal utile fluctuant comme le bruit

Fig.3 : Comparaison des différents tests