

## TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 7 au 12 mai 1973

---

ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

Roger PHILIPPART

Groupe d'Etudes Sous-Marines de l'Atlantique  
D.C.A.N. - BREST

---

**RESUME**

On présente un problème pratique de détection continue d'une classe de signaux arrivant à une date inconnue, dans un bruit non stationnaire. On définit le détecteur qui serait optimal pour les signaux localisés et on analyse ensuite les problèmes liés à un fonctionnement quasi-continu. On présente enfin les premiers résultats obtenus par simulation.

**SUMMARY**

The paper deals with a practical problem of continuous detection of a class of signals with unknown occurrence time in a non stationary noise. The detector which would be optimal for localized signals is defined and the problems related to a quasi-continuous operation are thereafter analysed. The first results performed in a simulation process are finally shown.

ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

---

I - INTRODUCTION -

Cette étude est relative à la détection du passage d'un navire à l'aide d'un capteur de pression posé sur le fond de la mer.

L'analyse des données et conditions du problème montre qu'il s'agit de détecter de façon quasi continue un signal de forme  $S_k$  variable et de temps d'arrivée inconnu.

Nous abordons cette question dans l'optique de la théorie statistique de la détection, basée sur le rapport de vraisemblance.

Après avoir formulé le problème dans cette optique, nous rappelons la structure du système optimal pour détecter, à un instant  $t_0$ , un signal  $S$  appartenant à la famille des  $S_k$  possibles et supposé localisé.

Nous considérons ensuite le cas de la détection continue de  $S$  non localisé, que nous traitons en faisant fonctionner sur un mode séquentiel la structure définie pour le signal localisé. Nous mettons alors l'accent sur les difficultés d'évaluation théorique des performances du détecteur dans ces conditions.

Pour pallier ces difficultés, nous avons fait une simulation sur ordinateur qui est présentée dans la dernière partie.

II - CONSIDERATIONS GENERALES SUR LES DONNEES DU PROBLEME -

2.1 - Nature du signal -

Le champ de vitesses et de pressions produit par un navire en déplacement est complexe. Schématiquement, on peut dire que les particules de fluide rencontrant l'avant sont ralenties, puis accélérées sur les flancs de la carène et ralenties de nouveau à l'arrière. Il en résulte, dans le domaine des pressions, l'apparition de deux zones de surpression aux extrémités d'une zone dépressionnaire.

Ces variations de pressions peuvent être mesurées par un capteur situé à l'aplomb ou à une certaine distance de la ligne de passage du navire. Dans les conditions évoquées ci-dessus la "signature"  $S(t)$  enregistrée affecte, par exemple, l'une des formes indiquées sur la figure 1.



ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

La forme de  $S(t)$  évolue de façon complexe en fonction des quatre paramètres suivants :

- le type du navire (c'est-à-dire la forme de sa carène)
- sa vitesse
- sa distance en abord du capteur
- la hauteur d'eau.

On a en général peu ou prou d'informations a priori sur la valeur des trois premiers paramètres et le signal à détecter  $S(t)$  a donc une infinité de formes possibles.

Dans un but de simplification, nous considérerons qu'on peut valablement définir un nombre fini  $K$  de modèles de signatures  $S_k(t)$ , correspondant à un nombre fini  $K$  de triplets

- type de navire
- vitesse
- distance en abord

2.2 - Nature du bruit -

Nous avons dit que le capteur observait des variations de pression. En pratique, deux phénomènes contribuent à ces variations :

- le passage éventuel d'un navire, donnant lieu à  $S_k(t)$  de durée limitée
- la houle, qui apporte une contribution permanente et aléatoire  $H(t)$ .

La façon dont signature et houle contribuent à la formation du signal global  $X(t)$  est en fait mal connue et, pour être rigoureux, il faudrait écrire :

$$X(t) = X [H(t), S(t)]$$

Nous ferons dans la suite l'approximation suivante :

$$X(t) = H(t) + S(t)$$

2.3 - Rapport Signal sur Bruit -

Nous voudrions détecter le passage d'un navire quel que soit l'état de la mer, c'est-à-dire détecter  $S$  dans  $H$  quelle que soit l'amplitude moyenne de  $H$ . En général la puissance de  $H$  est plus forte que celle de  $S$  et nous avons donc à résoudre un problème de détection de signaux faibles.



ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

---

2.4 - Caractéristiques statistiques de la houle -

Parler des "états de la mer" sous-entend que la houle n'est pas un phénomène stationnaire. La puissance moyenne de  $H(t)$  évolue en effet au cours du temps. Il en est de même de sa covariance : cette caractéristique estimée sur une durée limitée ne conserve pas la même forme au cours du temps.

Toutefois, le phénomène évolue lentement et on peut parler de "stationnarité à court terme" sur une durée moyenne de 20 minutes. Il est alors possible d'estimer et utiliser une "fonction de corrélation" valable sur cette durée.

Compte tenu de la stationnarité à court terme, on peut essayer de tester la loi de probabilité de  $H$  conditionnellement au tirage au sort d'une tranche temporelle. On constate alors un certain écart par rapport à la loi de Gauss. En particulier, le moment du troisième ordre  $m_3$  n'est pas nul : les tests effectués sur différents échantillons de houle ont, par exemple, montré un facteur d'assymétrie ( $\frac{m_3}{\sigma^3}$ ) de l'ordre de 0,1 à 0,2. Nous serons cependant amenés dans la suite à utiliser l'hypothèse d'une houle gaussienne ; nous le ferons évidemment avec certaines réserves.

2.5 - Nécessité d'une détection continue -

Le passage d'un navire peut se produire à un instant tout à fait quelconque et il donne lieu à une seule signature qui, une fois terminée, ne se reproduira plus.

Dans ces conditions, on ne peut pas, comme en radar ou sonar, parler de détection sur une intervalle de durée fixe à l'intérieur duquel le signal, s'il est présent, est affecté d'un retard  $\tau$  ayant une certaine loi de probabilité dans l'intervalle (cf [1]).

En pratique on est conduit à une observation continue, éventuellement très longue compte tenu du fait que la probabilité de passage d'un navire est très faible. Cette probabilité a priori est d'ailleurs inconnue et difficilement estimable.

Soulignons de plus qu'il est nécessaire d'obtenir une bonne probabilité de détection puisque le signal relatif au passage d'un navire est unique.

2.6 - Contrainte supplémentaire -

Dans ce type de problème, on est éventuellement amené à considérer une contrainte supplémentaire : le détecteur ne fonctionnera qu'une fois, après quoi il sera inopérant, voire



ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

même détruit. Ceci implique d'obtenir un taux de fausse alarme nul ou quasiment nul. D'un point de vue mathématique, cette notion de fausse alarme nulle peut paraître stupide ; en pratique, elle a un sens car les phénomènes naturels sont d'amplitude limitée.

Une telle contrainte est évidemment draconienne, mais on peut en partie s'en libérer si on suppose que le détecteur dépressionnaire est couplé à un deuxième système détectant un autre type de phénomène lié au passage du navire et ayant pour rôle de confirmer les décisions du premier.

III - FORMULATION DU PROBLEME DANS L'OPTIQUE DE LA THEORIE STATISTIQUE DE LA DECISION - [2] - [3]

Comme les signatures sont des signaux transitoires de durée limitée, on peut envisager la détection sur des tranches temporelles de l'observation  $X(t)$ .

Dans un premier temps, nous allons étudier la détection à l'instant  $t_0$  d'une signature  $S$  supposée parfaitement localisée dans l'intervalle  $(t_0 - T, t_0)$ .

3.1 - Vecteur observation -

On admet que pendant la durée  $T$  on a prélevé  $n$  échantillons  $X_i$  à  $n$  instants  $t_i$  sur la fonction aléatoire d'entrée. On ramène ainsi l'observation à un vecteur aléatoire à  $n$  dimensions

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}$$

De même  $H(t)$  et  $S(t)$  sont remplacés par des vecteurs  $\vec{H}$  et  $\vec{S}$  de l'espace  $R^n$ .

3.2 - Loi de probabilité de l'observation -

Désignons par  $P(\vec{h})$  la densité de probabilité du vecteur aléatoire  $\vec{H}$ .

En l'absence de signature, hypothèse  $\mathcal{H}_0$ , la densité de probabilité de l'observation  $\vec{X}$  s'écrit :

$$P_0(\vec{x}) = P(\vec{h})$$

ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

En présence de signature, hypothèse  $\mathcal{H}_1$ , la densité de probabilité de  $\vec{X}$ , correspondant à la relation  $\vec{X} = \vec{H} + \vec{S}$ , est donnée par :

$$P_1(\vec{x}) = P(\vec{x} - \vec{S})$$

D'après ce que nous avons dit plus haut, l'hypothèse  $\mathcal{H}_1$  regroupe en fait K sous-hypothèses  $\mathcal{H}_{1,k}$  correspondant aux K signatures possibles  $S_k$ . A chacune de ces  $\mathcal{H}_{1,k}$  correspond la densité :

$$P_{1,k}(\vec{x}) = P(\vec{x} - \vec{S}_k)$$

3.3 - Formulation du test -

On veut décider de la présence éventuelle d'une signature dans l'échantillon  $\vec{X}$  reçu et, pour cela, choisir entre les deux hypothèses mutuellement exclusives :

- hypothèse simple  $\mathcal{H}_0$  : houle seule, pour laquelle  $\vec{X}$  est de loi de probabilité  $P_0(\vec{x})$
- hypothèse composite  $\mathcal{H}_1$  : houle plus signature, regroupant les K sous-hypothèses  $\mathcal{H}_{1,k}$  pour lesquelles  $\vec{X}$  est de loi de proba  $P_{1,k}(\vec{x})$

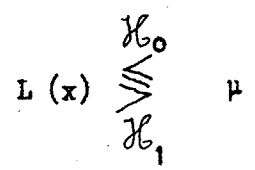
IV - FORME GENERALE DU DETECTEUR OPTIMAL -

Pour résoudre le problème ainsi posé, il existe deux méthodes de choix optimal d'une règle de décision correspondant soit au critère de minimalisation du risque moyen (solution de Bayes), soit au critère de Neymann Pearson (non existence de probabilités a priori). Dans les deux cas, le test optimal consiste à comparer le "Rapport de vraisemblance"  $L(\vec{x})$  à un seuil  $\mu$  dont la valeur est fonction du critère choisi.

La règle de décision correspondante est :

- $L(\vec{x}) \leq \mu \Rightarrow$  choix de  $\mathcal{H}_0$
- $L(\vec{x}) > \mu \Rightarrow$  choix de  $\mathcal{H}_1$

Nous la représenterons par la notation symbolique :





ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

4.1 - Solution de Bayes -

Pour le test entre l'hypothèse simple  $\mathcal{H}_0$  et l'hypothèse composite  $\mathcal{H}_1$ , le rapport de vraisemblance est de la forme :

$$L(\vec{x}) = \frac{\sum_{i=1}^K \pi_{1,i} P_{1,i}(\vec{x})}{\pi_0 P_0(\vec{x})}$$

où  $\pi_0$  et  $\pi_{1,i}$  désignent les probabilités a priori des hypothèses  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_{1,i}$ .

Le seuil  $\mu$  est fonction des coûts que l'on affecte aux différentes décisions. En supposant que le coût des décisions correctes est nul et que seules les erreurs sont dommageables, on obtient :

$$\mu = \frac{C_{FA}}{C_{ND}} \text{ exprimant l'importance relative que l'on}$$

affecte aux deux erreurs possibles (fausse alarme et non détection).

La méthode de Bayes permettrait ainsi d'obtenir un détecteur optimal qui serait, de plus, universel, c'est-à-dire détecterait  $S_k$  quel que soit  $k$ .

En pratique, cette solution a ici les inconvénients suivants :

- il faut assigner des probabilités a priori aux différentes hypothèses. Celles-ci sont en fait inconnues et leur estimation serait aussi artificielle que douteuse, d'autant plus que la probabilité de passage d'un navire est très faible.

- la détermination des coûts d'erreur est aussi une question délicate.

- enfin, compte tenu du fait que les signatures  $S_k$  peuvent éventuellement être très différentes, on peut se demander s'il est vraiment judicieux de chercher à les reconnaître au moyen d'un système unique.

Ces considérations nous amènent à rechercher un autre critère ne faisant pas intervenir les probabilités a priori et pouvant éventuellement conduire plusieurs détecteurs spécialisés.

ESSAI DE DETECTION CONTENU D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

4.2 - Critère de Neymann Pearson -

La deuxième approche possible pour tester  $\mathcal{H}_1$  contre  $\mathcal{H}_0$ , procède de la démarche suivante (cf [7] page 92) :

- a - On recherche parmi les sous-hypothèses  $\mathcal{H}_{1,k}$  celle qui est la plus probable, c'est-à-dire qu'on estime  $\mathcal{H}_{1,k}$  en supposant  $\mathcal{H}_1$  vraie. Pour ce faire on utilise le test du "Maximum de vraisemblance" consistant à rechercher :

$$\max_k P_{1,k}(\vec{x})$$

- b - Ayant ainsi obtenu une estimation  $\hat{S}$  de la signature la plus probable, on est alors ramené à un test entre deux hypothèses simples  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_1, \hat{S}$ .

On peut alors construire le test optimum selon le critère de Neymann Pearson, qui consiste à maximiser la probabilité de détection pour une probabilité de fausse alarme donnée.

La règle de décision est alors de la forme :

$$L(\vec{x}) = \frac{\max_k P_{1,k}(\vec{x})}{P_0(\vec{x})} \underset{\mathcal{H}_1}{\overset{\mathcal{H}_0}{>}} \mu \quad (1)$$

Le seuil  $\mu$  est défini par la contrainte d'une valeur maximale  $\alpha$  de la probabilité de fausse alarme, c'est-à-dire :

$$\text{Prob.}(L(\vec{x}) > \mu / \mathcal{H}_0) \leq \alpha$$

L'expression (1) peut encore s'écrire :

$$L(\vec{x}) = \max_k \frac{P_{1,k}(\vec{x})}{P_0(\vec{x})} \underset{\mathcal{H}_1}{\overset{\mathcal{H}_0}{>}} \mu$$

ou encore :

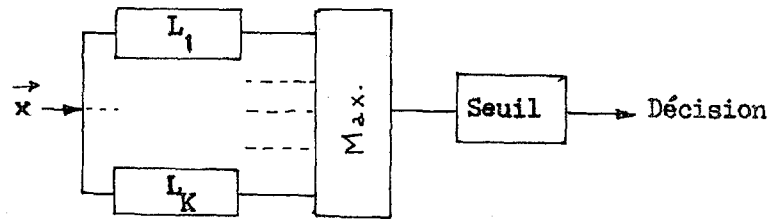
$$\max_k L_k(\vec{x}) \underset{\mathcal{H}_1}{\overset{\mathcal{H}_0}{>}} \mu$$

Ceci revient donc à former en parallèle les K rapports de vraisemblance qui correspondent aux tests entre  $\mathcal{H}_{1,k}$  et  $\mathcal{H}_0$  et à retenir la valeur la plus élevée pour la comparer au seuil  $\mu$ , selon le schéma ci-après :





ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

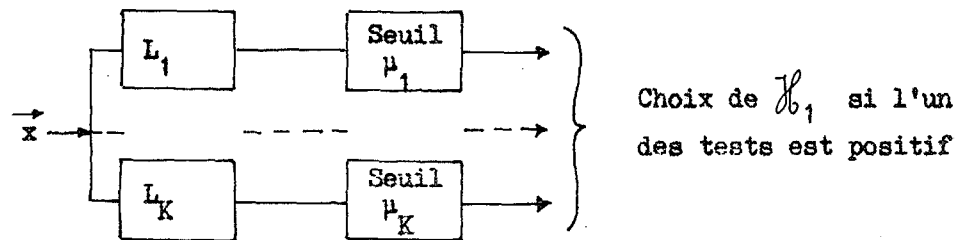


Dans ce schéma, la valeur de l'indice  $k$  correspondant au maximum indique la nature de la signature éventuellement détectée.

Si on veut seulement détecter sans préciser  $k$ , on peut alors transformer le schéma ci-dessus et mettre en  $m$  parallèle  $K$  détecteurs spécialisés comparant  $L_k(\vec{x})$  à des seuils  $\mu_k$  dont les valeurs sont telles que les probabilités de fausse alarme soient dans tous les cas inférieures à  $\alpha$  :

$$\Pr (L_k(\vec{x}) > \mu_k / \mathcal{H}_0) \leq \alpha \quad \forall k$$

On aboutit ainsi au dispositif suivant :



Chacun des tests parallèles ne prend en compte que les deux hypothèses  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_{1,k}$  et suppose donc que ce sont les seules possibles. Ceci n'est pas gênant puisque les autres hypothèses correspondent aussi à présence de navire ; il n'est pas alors dommageable de décider  $\mathcal{H}_{1,k}$  vraie alors qu'on est en présence de  $\mathcal{H}_{1,k'}$ .

Retenant cette structure parallèle, nous allons préciser les équations du détecteur spécialisé.

V - DETERMINATION D'UN DETECTEUR SPECIALISE DANS LE CAS GAUSSIEN -

5.1 - Considérations générales -

Pour expliciter le rapport de vraisemblance, il nous faut maintenant préciser la loi de probabilité de  $\bar{H}$ . Or nous avons dit que la houle n'était pas un processus gaussien stationnaire. Nous ne pouvons pas non plus l'assimiler à un "bruit sphériquement invariant" (bruit gaussien de puissance aléatoire,

ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

cf [4] et [5] ) ; ceci reviendrait en effet à supposer que la covariance est connue à un facteur près, alors que nous avons dit que la forme même de cette covariance était aléatoire.

Ne connaissant pas de modèle plus juste qui permette encore d'effectuer les calculs dans le cadre de la théorie statistique de la détection, nous retiendrons l'hypothèse d'une loi gaussienne. Compte tenu du temps de stationnarité de la houle, nous pourrions considérer les paramètres de cette loi comme constante sur une durée très supérieure à T et étudier le fonctionnement du détecteur sur cette durée. Pour résoudre le problème de la non-stationnarité dans le cas pratique d'un fonctionnement prolongé, nous supposons pouvoir estimer périodiquement les caractéristiques du bruit de façon à ajuster les paramètres du détecteur. Cette adaptation du détecteur pourrait aussi être abordée par la méthode d'itération stochastique développée dans [6] .

5.2 - Expression du rapport de vraisemblance -

Désignons par  $\Gamma(\tau)$  la fonction de corrélation normée de H (t) :

$$\Gamma(\tau) = \frac{E \{ H(t) \cdot H(t - \tau) \}}{\sigma^2}$$

et soit  $\Gamma$  la n x n matrice symétrique d'éléments

$$\Gamma_{ij} = \Gamma(t_i - t_j)$$

La densité de probabilité de l'observation  $\vec{x}$  sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  s'écrit alors :

$$P_0(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} (\det \Gamma^{-1})^{1/2}} \exp \left\{ - \frac{\vec{x}^T \Gamma^{-1} \vec{x}}{2 \sigma^2} \right\}$$

et sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_{1,k}$

$$P_{1,k}(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} (\det \Gamma^{-1})^{1/2}} \exp \left\{ - \frac{(\vec{x} - \vec{s}_k)^T \Gamma^{-1} (\vec{x} - \vec{s}_k)}{2 \sigma^2} \right\}$$

Compte tenu de la symétrie de  $\Gamma$ , le rapport de vraisemblance a alors pour expression :

$$L_k(\vec{x}) = \exp \left\{ \frac{\vec{x}^T \Gamma^{-1} \vec{s}_k}{\sigma^2} - \frac{\vec{s}_k^T \Gamma^{-1} \vec{s}_k}{2 \sigma^2} \right\}$$



ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

Vue la forme exponentielle de cette expression, nous raisonnerons sur :

$$l_k(\vec{x}) = \text{Log}_e L_k(\vec{x})$$

Sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  ( $\vec{x} = \vec{h}$ )  $l_k$  aura pour valeur :

$$l_k(\vec{h}) = \frac{\vec{h}^T \Gamma^{-1} \vec{s}_k}{\sigma^2} - \frac{\vec{s}_k^T \Gamma^{-1} \vec{s}_k}{2\sigma^2}$$

et sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_{q,k}$  ( $\vec{x} = \vec{h} + \vec{s}_k$ ) :

$$l_k(\vec{h} + \vec{s}_k) = l_k(\vec{h}) + \frac{\vec{s}_k^T \Gamma^{-1} \vec{s}_k}{2\sigma^2}$$

Si la signature effectivement présente  $S_p$  est différente de la signature de référence  $S_k$ , on obtient :

$$l_k(\vec{h} + \vec{s}_p) = l_k(\vec{h}) + \frac{\vec{s}_p^T \Gamma^{-1} \vec{s}_k}{\sigma^2}$$

VI - POSSIBILITES D'EVALUATION THEORIQUE DES PERFORMANCES DU DETECTEUR -

$l_k(\vec{x})$  est une variable aléatoire scalaire résultant d'une transformation linéaire des variables  $X_i$  supposées gaussiennes dans leur ensemble, donc  $l_k(\vec{x})$  peut de même être supposée gaussienne.

Un calcul simple permet de déterminer les paramètres de la lois de  $l_k(\vec{x})$  dans les différents cas ; on obtient en particulier :

$$\mathcal{H}_0 \left\{ \begin{array}{l} E(l_k/\mathcal{H}_0) = - \frac{\vec{s}_k^T \Gamma^{-1} \vec{s}_k}{2\sigma^2} = -m \\ \text{Var}(l_k/\mathcal{H}_0) = \frac{\vec{s}_k^T \Gamma^{-1} \vec{s}_k}{\sigma^2} = 2m \end{array} \right.$$

ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

$$\mathcal{H}_{1,k} \begin{cases} E ( l_k / \mathcal{H}_{1,k} ) = + m \\ V_{ar} ( l_k / \mathcal{H}_{1,k} ) = 2 m \end{cases}$$

A partir de ces éléments, on pourrait évaluer les probabilités de fausse alarme et de détection et tracer les courbes C.O.R. du système.

L'ensemble pourrait être résumé (cf [3] page 99) en caractérisant le détecteur par le facteur :

$$d^2 = \frac{[ E ( l_k / \mathcal{H}_{1,k} ) - E ( l_k / \mathcal{H}_0 ) ]^2}{V_{ar} ( l_k / \mathcal{H}_0 )}$$

et en utilisant les courbes générales de la figure 2.

Cette démarche pourrait donner quelques indications, mais elle est insuffisante dans le cadre de notre problème, car nous avons jusqu'ici laissé dans l'ombre la question de l'écoulement du temps et supposé que la signature à détecter était parfaitement localisée dans la fenêtre  $(t_0 - T, t_0)$ .

VII - DETECTION CONTINUE -

En fait, nous devons effectuer la détection continue d'un signal non localisé. Ce type de problème n'est pas résolu théoriquement. En pratique, on adopte habituellement les structures définies pour les signaux localisés en les faisant fonctionner sur un mode séquentiel : à chaque instant  $t = p\theta$  on teste la présence du signal dans la fenêtre immédiatement antérieure  $(t - T, t)$ , en postulant que, si  $\theta$  est assez petit, il arrive un moment où le signal à détecter est correctement positionné dans la fenêtre de détection.

Evaluer les performances de ce procédé par la méthode du chapitre précédent reviendrait à négliger l'aspect temporel du problème et à traiter les intervalles successifs comme s'ils constituaient autant d'épreuves indépendantes. Ceci n'est certainement pas valable car les valeurs successives de  $l_k$  ne sont pas indépendantes ( $l_k$  résulte d'une combinaison linéaire des  $H(t_i)$  et la variable aléatoire  $H(t)$  n'est pas à corrélation étroite).

Par ailleurs, en procédant ainsi, on mettrait l'accent



ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

sur la probabilité de fausse alarme instantanée, qui n'est plus ici significative, car plusieurs points successifs dépassant le seuil de décision constituent en fait une même fausse alarme. Il convient donc plutôt d'étudier le taux moyen de fausse alarme en considérant la fonction  $l_k(\vec{h}, t)$ .

Il semblerait possible d'évaluer théoriquement ce taux de fausse alarme en s'inspirant de la méthode évoquée à la fin de [7]. Nous n'avons pas cependant exploré cette voie, car il faudrait encore utiliser l'hypothèse d'une houle gaussienne, et on peut demeurer sceptique sur la validité des résultats, d'autant plus que les taux de fausse alarme que nous cherchons à obtenir sont très faibles.

Il convient encore de faire une remarque importante au sujet de la détection : lors de la répétition du test, la signature, si elle est présente, n'apparaît pas sur un intervalle unique, mais "défile" selon le schéma de la figure 3. La valeur de  $l_k$  est alors fonction du décalage  $\tau$  de la signature par rapport à la fenêtre de détection (décalage entre la signature qui passe et la signature de référence) et on doit considérer une expression générale de la forme :

$$l_k(\vec{h} + \vec{S}, t, \tau) = l_k(\vec{h}, t) + \frac{\vec{S}(\tau)^T \Gamma^{-1} \vec{S}_k}{\sigma^2}$$

Lors du passage du navire, le signal de sortie  $Y(\tau) = \frac{\vec{S}(\tau)^T \Gamma^{-1} \vec{S}_k}{\sigma^2}$

croît et passe par un maximum. Tenant compte du fait que le système est "adapté" à la signature, on serait tenté d'admettre que la probabilité de détection diffère peu de la probabilité instantanée de détection à l'instant du maximum de  $Y(\tau)$  ; on pourrait alors étudier la détection selon la méthode du chapitre précédent.

Pour notre problème, cette attitude serait pessimiste parce que  $Y(\tau)$  est relativement étalé dans le temps (les signatures sont des signaux à ambiguïté faible). En conséquence, il semble judicieux de considérer les possibilités de détection autour du maximum de  $Y(\tau)$ , et plus précisément dans tout l'intervalle où  $Y(\tau)$  est positif.

Dans ces conditions, l'évaluation théorique des performances du système paraît très difficile. Ceci nous a amenés à procéder à une simulation sur ordinateur. Après en avoir brièvement décrit la méthode, nous en donnerons les premiers résultats.

ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

VIII - METHODE DE SIMULATION -

8.1 - L'échantillon de Houle -

Nous utilisons un enregistrement de houle durant environ 15 minutes et échantillonné au pas  $\theta = \frac{1}{2}$  seconde.

Nous calculons sa fonction d'autocorrélation normée point par point, pour des retards allant de 0 à 100 secondes.

Nous divisons cette houle par différents facteurs de réduction ( $R = 1, 2$  ou  $5$ ) de façon à simuler différents rapports signal sur bruit. Cette réduction est un peu artificielle, mais elle correspond grossièrement au fait qu'une houle de période donnée peut présenter des amplitudes moyennes différentes.


8.2 - Les vecteurs  $\vec{H}$  et  $\vec{S}_k$  et la matrice  $\Gamma^{-1}$  -

La largeur  $T$  de la fenêtre de détection doit sensiblement correspondre à la durée de la signature de référence  $S_k$ . Par ailleurs, pour alléger les calculs de  $l_k$ , il convient de prendre un nombre  $n$  restreint de composantes pour  $\vec{H}$  et  $\vec{S}_k$ . Ceci nous a amenés à choisir pour la formation de ces vecteurs un pas d'échantillonnage  $\theta$  plus élevé que  $\theta$ , tout en respectant évidemment la règle de Shannon pour la fonction  $H(t)$ .

La matrice  $\Gamma$  des variances-covariances est alors déterminée à partir des valeurs prises par la fonction d'autocorrélation en  $n$  points correspondants à des retards de 0 à  $(n-1)\theta$ . On calcule ensuite l'inverse  $\Gamma^{-1}$  de la matrice  $\Gamma$ .

8.3 - Evaluation du taux de fausse alarme -

On répète le calcul de  $l_k(\vec{h})$  à chaque instant  $t = p\theta$  de façon à former la fonction échantillonnée  $l_k(\vec{h}, p\theta)$ . Cette fonction est ensuite comparée à différents seuils  $\lambda_j = \log \mu_j$  pour lesquels on évalue le taux de fausse alarme de la façon suivante : si plusieurs points successifs dépassent le seuil, on ne compte qu'une fausse alarme pour cette série de points ; on somme les fausses alarmes ainsi obtenues au long de l'échantillon de houle et à la fin on divise le total par la durée de l'échantillon. On obtient ainsi le taux de fausse alarme par unité de temps (seconde) pour les différents seuils.

33/16 

ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

8.4 - Evaluation des probabilités de détection -

On calcule tout d'abord le terme  $Y(q\theta) = \frac{\vec{S}(q\theta) \Gamma^{-1} \vec{S}_k}{\sigma^2}$  correspondant à la variation du signal de sortie lors du passage de la signature à détecter dans la fenêtre T (cf figure 3). On ne retient que les valeurs positives de  $Y(q\theta)$  entourant le maximum ; cette partie positive a une durée  $\Delta q = (q_2 - q_1)\theta$ ,  $q_1$  et  $q_2$  étant les indices de passage à zéro de  $Y(q\theta)$ .

On simule ensuite le passage de la signature autour d'un point  $p_0$  de l'échantillon de houle. Ce passage se traduit par l'addition du signal  $Y(q\theta)$  à la fonction  $l_j(\bar{h}, p\theta)$ , comme l'indique la figure 4. On compte qu'il y a détection si le seuil  $\lambda_j$  est dépassé au moins une fois dans l'intervalle  $(p_0 - q_1, p_0 + q_2)$ .

On répète cette opération pour toutes les P valeurs possibles de  $p_0$  au sein de l'échantillon de houle et on compte le nombre M de tests positifs obtenus. La probabilité de détection est alors égale à M/P.

IX - PREMIERS RESULTATS -

9.1 - Présentation -

Les planches 5 à 8 montrent les résultats obtenus pour 2 échantillons de houle (baptisés houle 2 et houle 3) et les trois signatures de la figure 1. Chaque planche est relative à un détecteur spécialisé (signature de référence  $S_1$  ou  $S_3$ ). Dans chaque cas, on considère trois valeurs possibles de l'amplitude moyenne de la houle\*, données par les trois réductions évoquées ci-dessous :

Réduction	HOULE 2		HOULE 3	
	$\bar{a}$	$\sigma$	$\bar{a}$	$\sigma$
R = 1	47,8	38,7	76,8	61,3
R = 2	23,9	19,4	38,4	30,7
R = 5	9,6	7,7	15,4	12,3

\* - En général, on caractérise la houle par l'amplitude moyenne du phénomène (moyenne des crêtes) plutôt que par l'écart type de la fonction.



ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

Pour chiffrer le rapport signal sur bruit, il faut comparer ces valeurs à la dépression maximale des signatures.

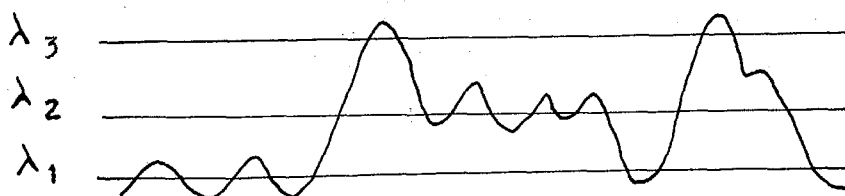
Signature	Dépression maxi
$S_1$	- 5,1
$S_2$	- 4,1
$S_3$	- 2,8

Sur chaque figure on a représenté en fonction de la valeur du seuil :

- le taux de fausse alarme : courbe en tirés, échelle de droite
- la probabilité de détection de  $S_1$ ,  $S_2$  ou  $S_3$  par la signature de référence : courbes en traits pleins et échelle de gauche.

9.2 - Analyse -

- Remarque préliminaire : Pour les réductions 1 et 2 les courbes de fausse alarme présentent un maximum qui peut surprendre. En fait, il s'explique très bien si on considère une variation de  $\lambda_k(h, t)$  telle que ci-dessous ;



Il semble judicieux de ne retenir que les portions de courbes situées à droite du maximum.

- Discussion :

Pour la détection de  $S_1$  ou  $S_2$  dans la houle 2 les résultats obtenus sont assez satisfaisants : même pour les fortes amplitudes ( $R = 1$ ) on obtient encore une assez bonne probabilité de détection à taux de fausse alarme quasiment nul.





ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

---

Dans le cas de la houle 3, la situation est moins favorable : pour la réduction 1, on aurait très peu de chances de détecter si on réglait le seuil de façon à avoir un taux de fausse alarme nul. Notons toutefois qu'on pourrait être moins exigeant si on envisageait de coupler le détecteur dépressionnaire à un autre dispositif (cf paragraphe 4.6).

Par ailleurs, on peut dire que notre évaluation de la fausse alarme est peut-être encore pessimiste, car on pourrait considérer que des dépassements rapprochés (exemple du seuil  $\lambda_2$  ci-dessus) constituent une même fausse alarme. Il conviendrait de refaire l'évaluation dans cette optique.

Ces remarques s'appliquent aussi à la détection de  $S_3$  dans les fortes amplitudes de houle 2 et houle 3, cas qui paraît ici défavorable.

On peut encore remarquer que, pour la détection de  $S_3$ , on obtient des performances voisines en prenant  $S_1$  ou  $S_2$  comme référence. Ceci nous permettrait de ne prendre qu'un détecteur spécialisé (référence  $S_1$ ) pour détecter le passage de  $S_1$ ,  $S_2$  ou  $S_3$ . Il faudrait évidemment considérer cette question de sélectivité pour un plus grand nombre de signatures.

Il serait hâtif de vouloir tirer ici des conclusions. On peut cependant dire que, en dépit de l'imperfection des hypothèses faites, ces premiers résultats sont encourageants et justifient la poursuite de l'étude.

ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

---

REFERENCES

- [1] - MACCHI O. - Détection optimale d'un signal de temps d'arrivée inconnu et estimation de ce temps - Annales des Télécommunications - T. 25, N° 7 - 8 - Juillet-Août 1970
- [2] - FOURGEAUD C., FUCHS A. - Statistique - DUNOD - PARIS - 1967
- [3] - VAN TREES H.L. - Détection, Estimation and Modulation Theory - J. WILEY - NEW-YORK - 1968 - Part 1
- [4] - PICINBONO B., VEZZOZI G. - Détection d'un signal certain dans un bruit non stationnaire et non gaussien - Annales des Télécommunications - T. 25, N° 11 - 12 - Nov. - Déc. 1970
- [5] - VEZZOZI G., PICINBONO B. - Détection d'un signal certain dans un bruit sphériquement invariant, structure et caractéristiques des récepteurs - Annales des Télécommunications - T. 27, N° 3-4 - Mars-Avril 1972
- [6] - MACCHI C. - Itération stochastique et détection. Colloque national du Groupe d'Etude du Traitement du Signal - NICE - 1971
- [7] - ARQUES P.Y. - Détection, Estimation et Performances de signaux certains de date d'arrivée et de direction inconnues - Annales des Télécommunications - T. 26, N° 9-10 - Sept.-Oct. 1971



ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

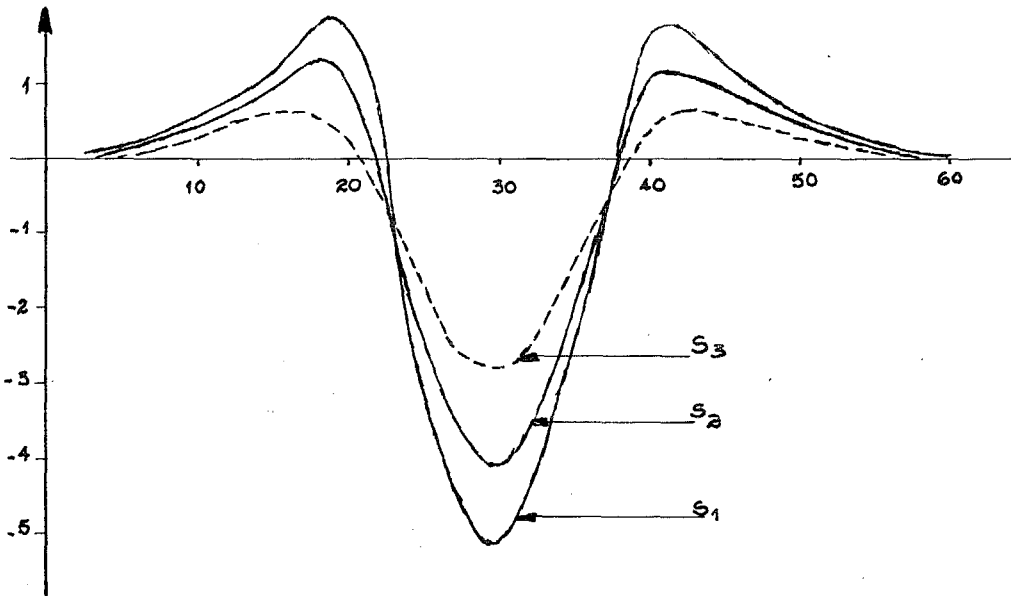


Figure 1      SIGNATURES D'UN NAVIRE  
A DIFFERENTES DISTANCES EN ABORD

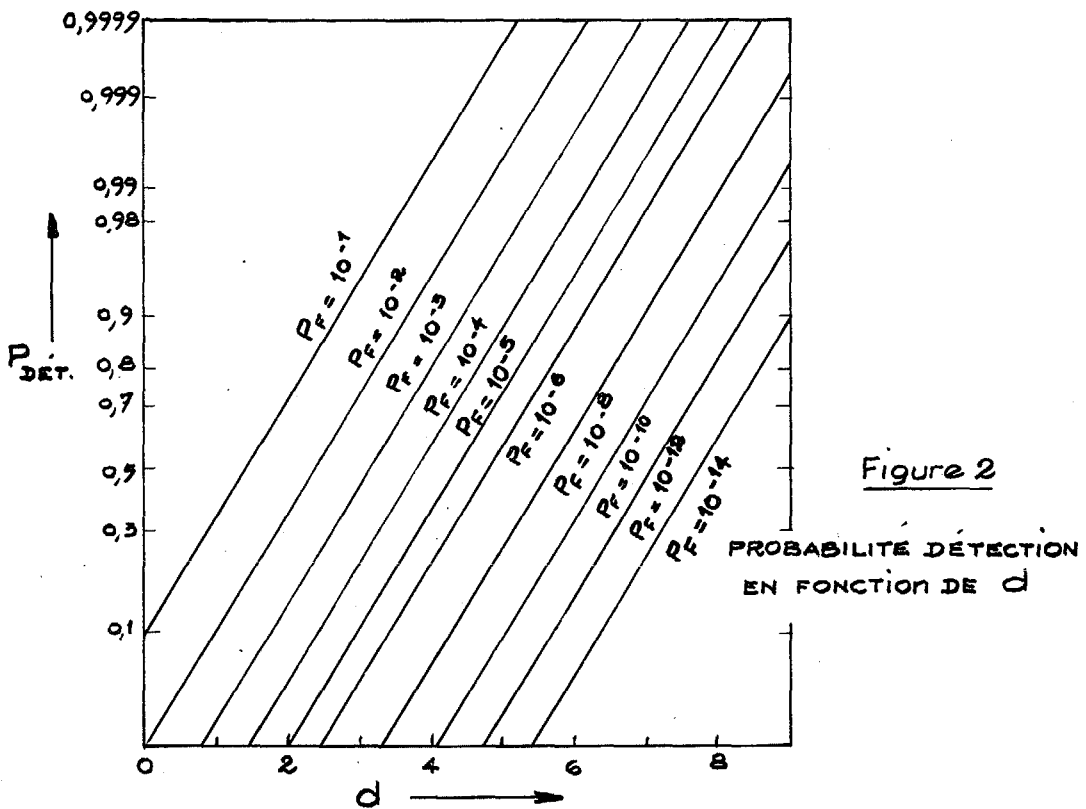


Figure 2

PROBABILITE DETECTION  
EN FONCTION DE d

ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

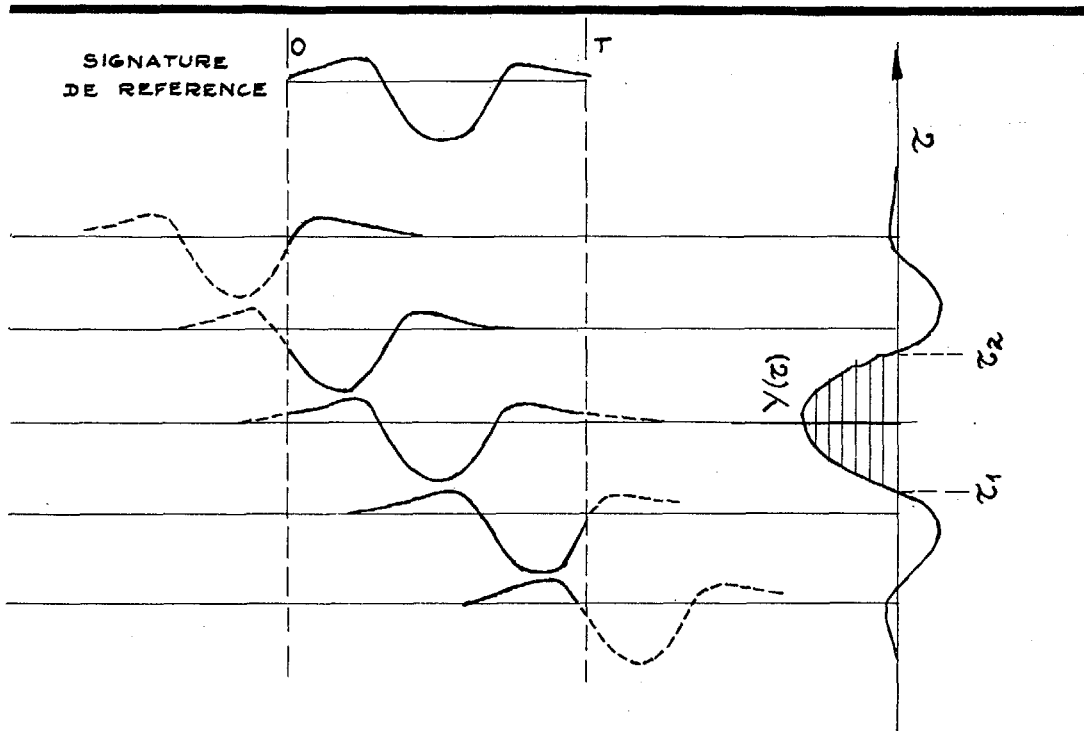


FIGURE 3 - DEFILEMENT DE LA SIGNATURE  
ET FORME DU SIGNAL  $Y(t)$

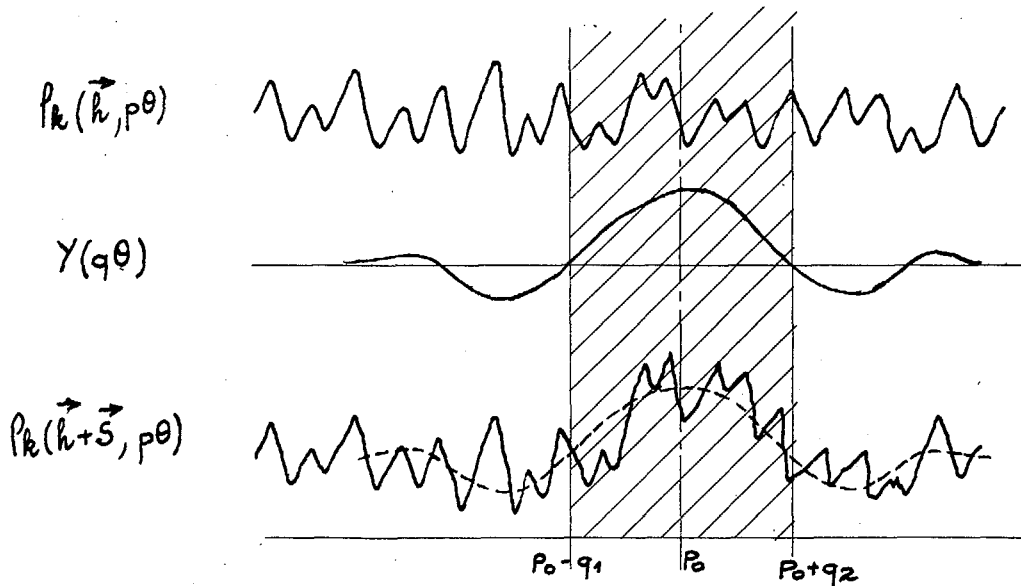


FIGURE 4 - VARIATION DE  $P_k$   
LORS DU PASSAGE D'UN NAVIRE



ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

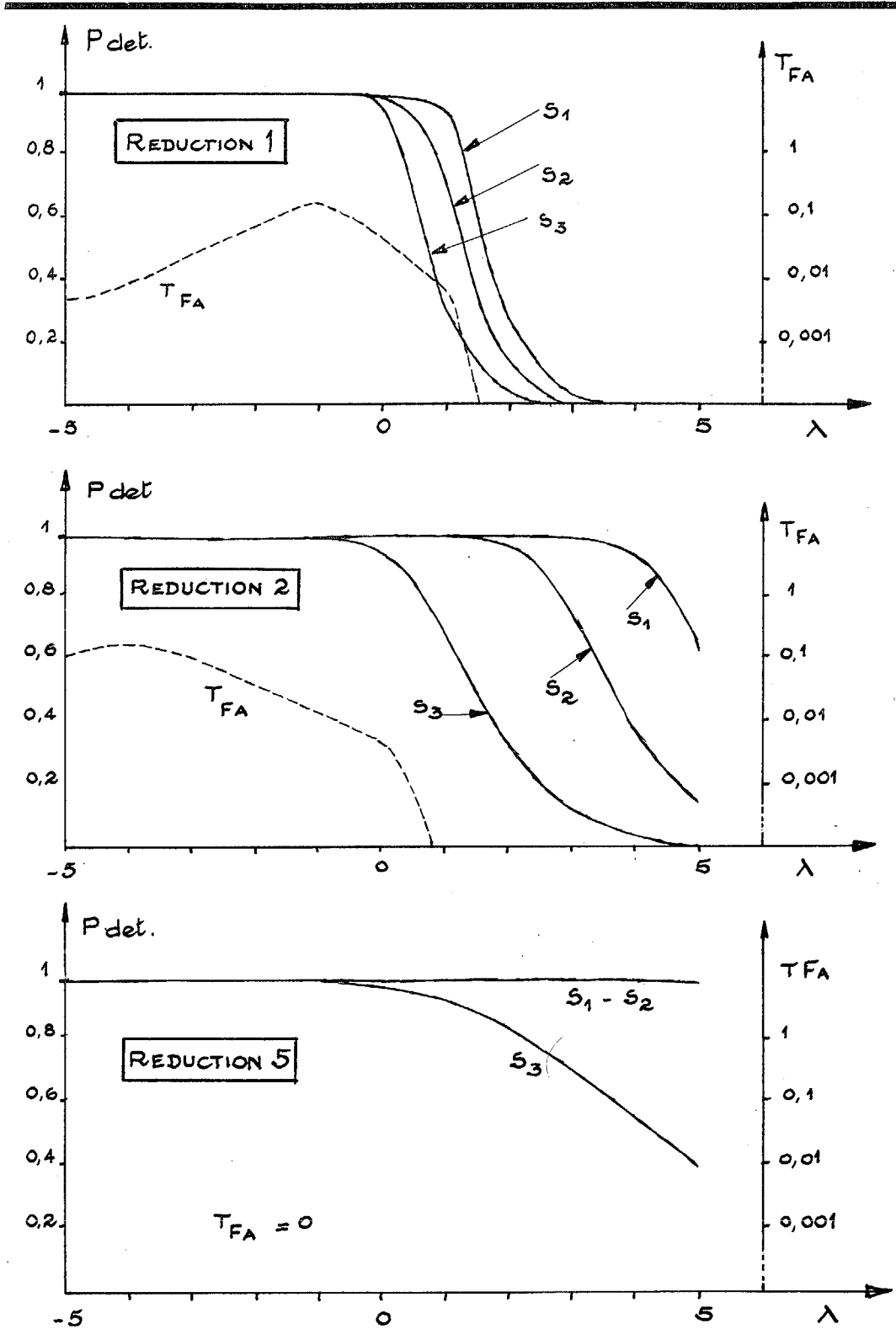


FIGURE 5. DETECTION DANS LA HOULE 2  
REFERENCE  $S_1$

ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

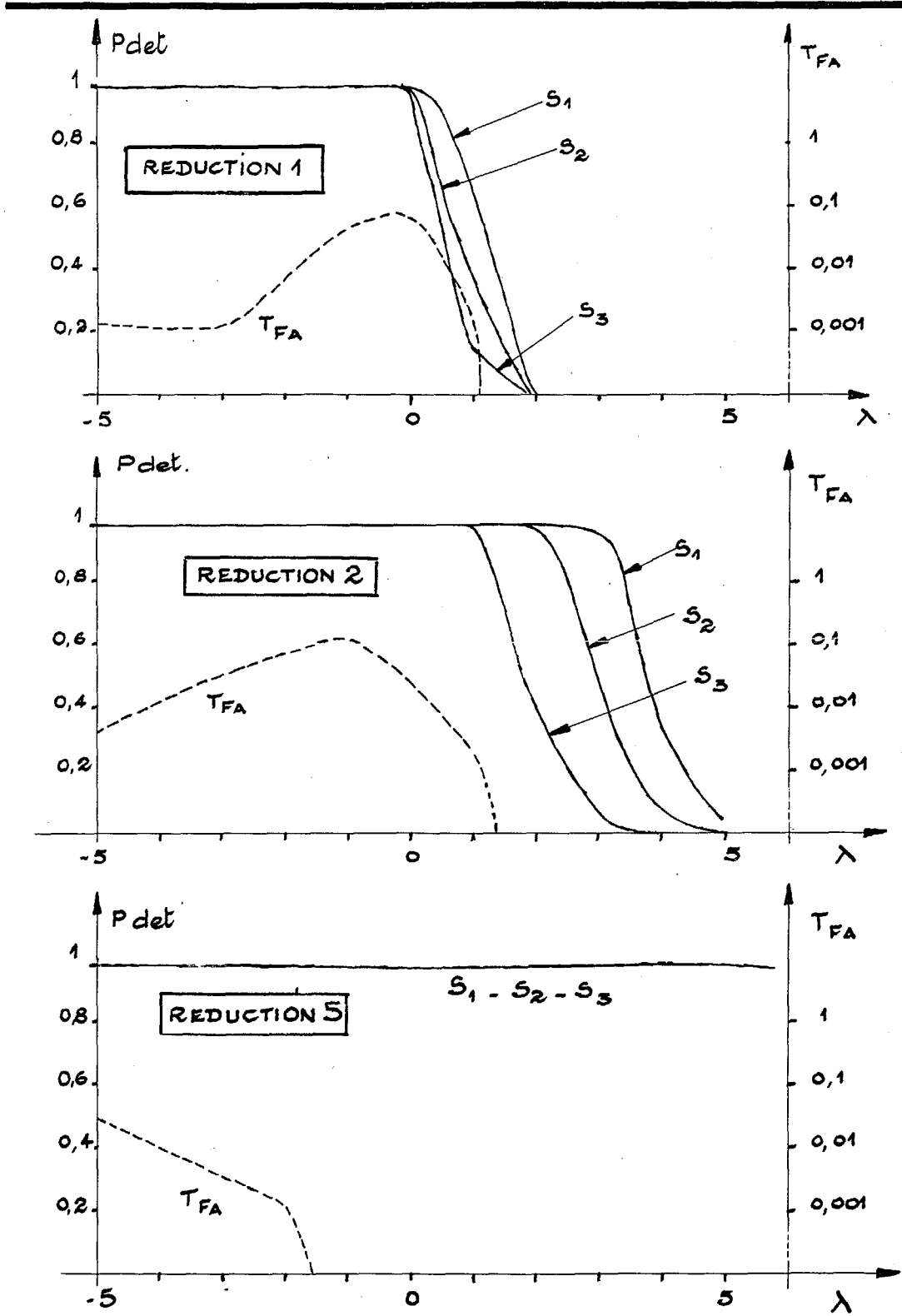


FIGURE 6 . DETECTION DANS LA HOULE 2  
Référence  $S_3$



ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU

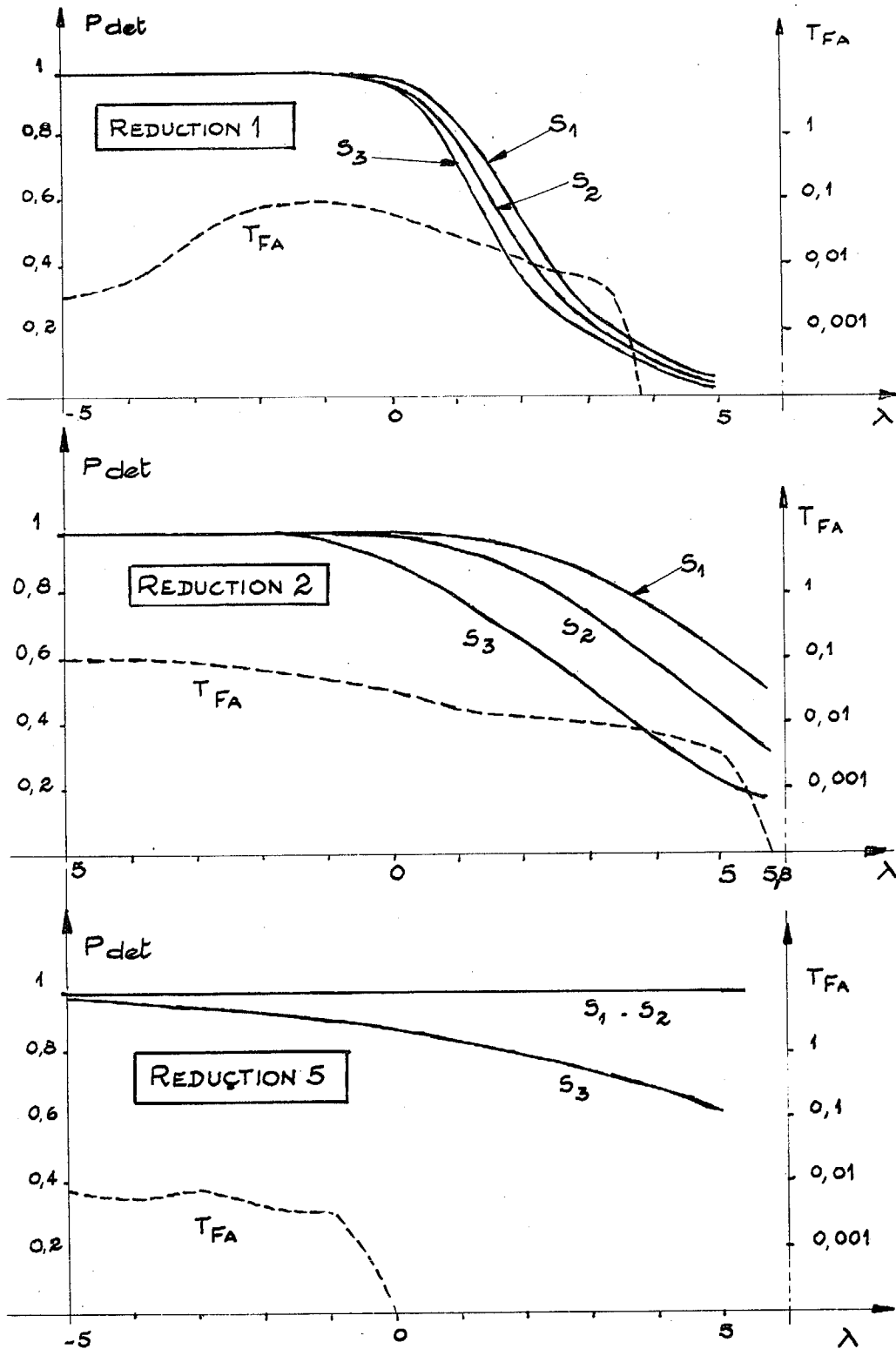
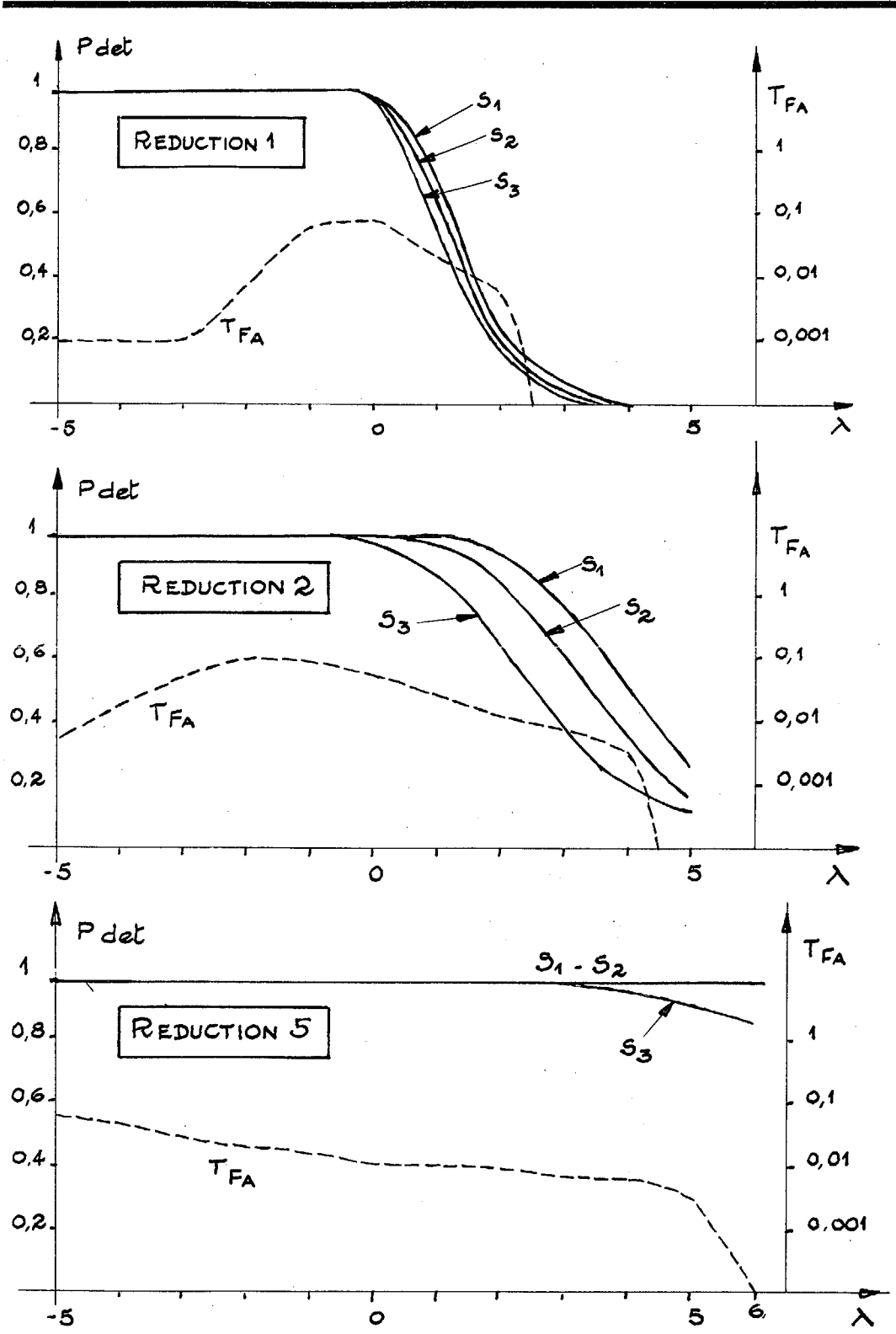


FIGURE 7 . DETECTION DANS LA HOULE 3  
Référence S 1

ESSAI DE DETECTION CONTINUE D'UN SIGNAL DE FORME VARIABLE  
ET DE TEMPS D'ARRIVEE INCONNU



**FIGURE 8 . DETECTION DANS LA HOULE 3**  
 Référence  $S_3$