QUATRIEME COLLOQUE SUR LE

TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 7 au 12 mai 1973

COHERENCE DES SYSTEMES

M. Maurice BRESSON
Directeur des Etudes
à la Société d'Etudes et Conseils AERO

RESUME

L'exposé aborde le problème général de la cohérence des systèmes complexes. On analyse en particulier la cohérence des systèmes d'armes ASM. On conclut à la nécessité d'un effort méthodologique sérieux.

SUMMARY

The paper tackles the general problems dealing with the coherence of complex systems. In particular, the coherence of ASW weapons systems is analyzed. One emphasizes the need to carry on a serious methodoli-gical endeavour.

A - INTRODUCTION

Le développement des technologies permet d'envisager et de réaliser des systèmes de plus en plus complexes. Dès la phase de conception on doit prendre en compte :

- l'efficacité ou l'utilité du système,
- sa disponibilité (ou fiabilité, au sens large),
- son coût de développement, de réalisation, d'entretien et par conséquent le nombre de systèmes analogues réalisables dans une enveloppe budgétaire fixée.

Dans tout système complexe, la part consacrée à la saisie des données, à leur traitement et à leur exploitation est importante. Cette part tend même souvent à devenir prépondérante. En effet, la qualité du traitement du signal et de l'information réagit sur les trois familles de facteurs essentiels que nous avons énumérées : efficacité, disponibilité, coût. On est donc amené à essayer d'évaluer au mieux la part de l'effort total que l'on doit consacrer au traitement de l'information ainsi que les fractions de cet effort à affecter aux différents composants du système conditionnant l'efficacité et la disponibilité.

Intuitivement, on imagine bien qu'il puisse être regrettable de consacrer un effort excessif à certains aspects, ce qui entraîne nécessairement, en pratique, un sous-développement d'autres aspects dont l'influence sur le résultat global escompté peut être aussi grande.

Un système bien réussi doit être équilibré. L'analyse de la cohérence d'un système a pour objet de dégager un certain nombre de principes permettant d'aborder de telles recherches avec méthode.

A titre d'illustration, on a esquissé l'analyse de la cohérence d'un système d'armes. En effet, les caractéristiques et les contraintes des systèmes d'armes sont particulièrement typiques : coût élevé, importance capitale de la disponibilité opérationnelle, difficulté d'évaluer l'efficacité en horizon incertain, existence d'un nombre critique minimal pour la réalisation de systèmes identiques au-dessous duquel l'efficacité globale est pratiquement nulle. Plus précisément, on s'est attaché à l'analyse de la cohérence des systèmes ASM pour lesquels la collecte des données et le traitement du signal en milieu sous-marin présentent des difficultés bien connues qui se traduisent, non seulement par des performances souvent médiocres, mais encore par une grande dispersion des résultats escomptés, c'est-à-dire par un fonctionnement peu fiable des dispositifs opérationnels.

1.- POSITION DU PROBLEME

1.1 Définition générale d'un système

Un système est un ensemble de moyens humains et matériels conçu et organisé pour remplir une certaine mission. Il forme un tout composé de parties ordonnées. Ces parties, permanentes ou temporaires, ont chacune leurs lois et une certaine indépendance. Par contre, le tout a ses lois propres car il existe entre les parties des liens, des relations identifiables (du moins pour certaines d'entre elles) et qui s'enchaînent l'une l'autre.

A titre d'exemple, citons des systèmes empruntés à des domaines variés :

- la circulation automobile d'une ville (urbanisme),
- un réseau sanguin (biologie),
- une classe sociale (sociologie),
- les consommateurs d'une famille de produits dans une nation ou une communauté économique (économie),
- le marché commun (économie-politique),
- un réseau de télécommunications civil ou militaire,
- un dispositif de défense contre avions (système d'armes),
- un char ou un avion de combat, un bâtiment de guerre (système d'armes).

1.2 Fonctions et propriétés essentielles des systèmes d'armes

La phase finale de l'action d'un système d'armes consiste toujours à amener sur l'objectif choisi, ou en son voisinage, une certaine quantité d'énergie (cinétique, chimique, nucléaire) capable de produire sur cet objectif l'effet recherché, généralement sa mise hors de combat définitive ou temporaire.

La première phase débute toujours par le recueil, au profit du tireur, d'une information exploitable concernant l'objectif.

La réussite de l'ensemble des opérations effectuées par un système d'armes, c'est-à-dire la mise hors de combat d'un objectif donné, exige la fermeture d'un "circuit" allant de l'objectif à l'objectif. La première partie du circuit qui est de nature "informationnelle" comprend la séquence d'opérations suivantes :

. détection-localisation de l'objectif,
. classification,
. décision d'attaque et choix du vecteur.

La seconde partie est à la fois de nature "énergétique" (transport d'une charge capable de produire l'effet recherché) et "informationnelle" (guidage du vecteur, relocalisation éventuelle, acquisition de l'objectif et dernière phase de guidage du vecteur, détermination de l'instant de détonation). L'explosion de la charge (ou l'impact, s'il s'agit d'un projectile à énergie cinétique) est le point de convergence du double processus. La défaillance d'une seule des opérations énumérées entraîne l'échec de l'opération tout entière.

La probabilité d'obtenir l'effet recherché est donc le produit des probabilités conditionnelles de réussir chacune des opérations du circuit.

Les probabilités affectées aux opérations élémentaires dépendent à la fois des facteurs propres aux sous-ensembles du système correspondant (qualité intrinsèque et disponibilité) et de facteurs externes, notamment ceux concernant la cible et les conditions d'environnement.

En termes généraux ces probabilités, liées aux facteurs externes, varient en fonction de paramètres d'espace et de temps (distance relative séparant la cible du tireur, vitesses, immersions, inclinaisons, assiettes, etc.).

COHERENCE DES SYSTEMES

Une représentation commode pour l'évaluation de la probabilité de succès d'un système d'armes consiste à définir des surfaces d'isoprobabilités de réussite des opérations élémentaires, centrées par exemple sur le tireur, contre une cible donnée, de comportement défini, dans un environnement déterminé.

La représentation fidèle des situations peut exiger que l'on fasse appel à des espaces de phases plus ou moins complexes, permettant de prendre en compte les facteurs que nous avons énumérés précédemment (vitesses relatives et absolues, inclinaisons, etc.).

Si l'on se concentre sur deux des fonctions les plus importantes :

- . la fonction détection-classification (initiation du processus,
- . la fonction transport de la charge (aboutissement du processus),

la représentation au moyen de volumes d'isoprobabilité de réussite, centrés par exemple sur le tireur, est particulièrement parlante.

En effet, pour ce qui concerne la détection, il est généralement possible de définir des surfaces d'isoatténuations admissibles, pour un système de détection donné, dans un milieu donné et contre un but de caractéristiques définies. La surface d'isoprobabilité de détection, pour un seuil de détection et un niveau de fausses alarmes fixés, en résulte immédiatement.

Pour ce qui concerne le transport de la charge, la portée du vecteur est également une donnée bien définie. Elle résulte directement de la quantité d'énergie stockée à bord du vecteur et de la loi de résistance du milieu dans lequel se déplace le vecteur. L'environnement peut infliger des variations aléatoires à cette portée. Mais lorsque le milieu est connu on peut généralement définir avec précision la fonction de répartition des variations de portée.

Parvenu à ce point de l'analyse, on pourrait être tenté de définir immédiatement la cohérence d'un système d'armes :

. un système d'armes cohérent est un système pour lequel les volumes d'isoefficacités associés aux fonctions élémentaires essentielles sont sensiblement identiques, pour chaque niveau de probabilité fixé et pour la plupart des situations opérationnelles intéressantes.

Malheureusement l'application pratique d'une telle définition se révèle difficile. Par exemple, le volume définissant la portée maximale d'un vecteur donné peut être considéré comme certain, au moins en première approximation. Par contre, les surfaces d'isoprobabilités de détection peuvent varier considérablement d'une situation à l'autre. De sorte que la variable aléatoire portée maximale au sens du vecteur apparaît comme une variable quasi-certaine, tandis que la variable aléatoire "portée de détection" apparaît comme très dispersée (fig. 1). Dans ces conditions, la coïncidence des volumes d'isoefficacités apparaît comme impossible de par la nature même des phénomènes représentés.

On pourrait espérer simplifier l'évaluation de la cohérence en ne considérant, dans le cas des variables aléatoires fortement dispersées, que des valeurs typiques, par exemple leur moyenne ou au contraire leurs valeurs extrêmes.

Mais, dans l'hypothèse où l'on choisirait les valeurs extrêmes, il est clair qu'avec des variables aléatoires fortement dispersées on risque soit de surdimensionner le sous-système correspondant, soit au contraire de le sous-dimensionner.

Dans l'hypothèse où l'on adopterait une valeur typique de la tendance centrale (moyenne, médiane, moyenne de l'étendue, mode), on pourrait songer à calculer alors la proportion de chances perdues pour les cas où l'événement recherché se trouverait au-delà de la valeur centrale retenue et se contenter ainsi d'estimer le manque à gagner au point de vue opérationnel, afin de comparer cette perte au prix supplémentaire d'un système amélioré permettant d'obtenir une portée plus grande.

Nous allons montrer que cette procédure est mauvaise <u>car elle ne considère que l'effet à obtenir sur un adversaire donné, comme si ce dernier devait rester passif</u>.

Or, dans le cas d'un système d'armes, il est essentiel de considérer non seulement l'efficacité intrinsèque du système ami, mais encore d'inclure dans son évaluation les réactions possibles de l'adversaire.

En d'autres termes, une évaluation correcte de la cohérence d'un système d'armes doit tenir compte, non seulement de la probabilité d'obtenir un effet donné sur un objectif donné, mais aussi des risques encourus par l'utilisateur du système d'armes, puisque par exemple une "portée insuffisante" d'un composant quelconque du système peut entraîner non seulement l'insuccès d'une opération donnée, mais encore la faillite de toutes les opérations dont le système ami était potentiellement capable par suite de la destruction de ce dernier.

C'est une telle analyse qui est esquissée au chapitre suivant en prenant pour exemple un système d'armes ASM opposé à un Sous-marin*.

B - APPLICATION AUX SYSTEMES D'ARMES ASM

1.- DEFINITIONS

1.1

Soit X la variable aléatoire désignant la distance à laquelle le sous-marin est détecté et classé pour la première fois par le bâtiment ASM lorsqu'une détection a eu lieu.

On a :

$$\text{Prob}\left[x \leqslant X < x + dx\right] = f(x)\, dx$$

avec $f(x)$ densité de probabilité, c'est-à-dire :

$$\int_0^\infty f(x)\, dx = 1 \quad \text{et} \quad X \geqslant 0$$

* Dans la suite le Sous-marin sera désigné sous l'abréviation SM.

La fonction $f(x)$ est la densité conditionnelle de la portée de première détection, sachant qu'une détection s'est produite.

Cette densité peut, par exemple, être obtenue à l'issue d'exercices ASM, en ajustant l'histogramme des fréquences de détection enregistrées sur les bâtiments ASM par tranches de distance auxquelles les détections observées ont eu lieu.

Les graphes des fonctions $f(x)$ ont généralement une forme du type de celle de la figure 2.

Dans la littérature américaine de telles courbes sont désignées par l'expression "True range curve".

1.2

Soit ℓ , la distance maximale à laquelle le bâtiment ASM peut tirer sur le SM. Cette distance est normalement limitée par la quantité d'énergie stockée à bord du missile ou de la torpille ASM. Elle peut être également limitée par les moyens de guidage, par exemple par la longueur du fil dans le cas d'une torpille filoguidée.

1.3

Soit D , la distance efficace de tir du SM contre le bâtiment ASM.

A chaque instant la portée efficace d'une arme donnée contre un objectif donné peut être définie comme la plus petite de deux distances :

- la portée de détection-classification ;
- la distance maximale à laquelle la charge peut être transportée et guidée efficacement jusque sur son objectif ou en son voisinage immédiat.

1.4

Désignons par P_D la probabilité a priori pour que le bâtiment ASM ait une détection au moins, sur le SM, au cours de la durée totale de l'engagement. Cette probabilité est elle-même le produit de la probabilité de bon fonctionnement du sous-système de détection-classification par la probabilité hors tout de détection, sachant que le système est en état de fonctionnement au cours de l'engagement. On exprime souvent cette probabilité par l'expression :

$$P_D = 1 - e^{-F[C]} \quad \text{et} \quad F[C] = \int_C \gamma(x) \frac{ds}{W}$$

où C est la trajectoire relative de SM par rapport à ASM, W sa vitesse relative, et $\gamma(x)$ le taux instantané de détection d'ASM sur SM lorsque la distance les séparant est x.

Si l'on suppose que le système est en mesure de fournir une détection au moins, avec une probabilité tendant vers 1, lorsque la distance sous-marin-bâtiment ASM tend vers 0, la probabilité P_D se réduit alors pratiquement à la probabilité de disponibilité du système de détection-classification lors d'un engagement où les deux adversaires peuvent être amenés au cours de leurs manoeuvres à venir à très courte portée.

1.5

Désignons par P_{KE} la probabilité d'obtenir la mise hors de combat du SM par le bâtiment ASM, lorsque le missile ou la torpille du bâtiment ASM a atteint son objectif.

1.6

De façon symétrique désignons par P_{KS}, la probabilité de mise hors de combat du bâtiment ASM par le SM, lorsque le missile ou la torpille du SM a atteint son objectif.

2.- HYPOTHESES

Retenons le scénario simple suivant :

. Chacun des protagonistes tire dès qu'il est en mesure de le faire (c'est-à-dire dès qu'il a détecté et classé son adversaire et qu'il se trouve à portée).

. La distance relative séparant le bâtiment ASM du sous-marin comporte deux branches : une fonction monotone décroissante jusqu'à une détection minimale D_0 et une fonction monotone croissante à partir de cette distance minimale.

. La portée efficace D du système d'armes du SM contre le bâtiment ASM est une variable certaine (par opposition à une variable aléatoire). Cette valeur de D pourra être supposée connue des autorités chargées de la conception du système d'armes ASM envisagé. Cette situation se produit, par exemple, si le SM a dans tous les cas une bonne détection sur le bâtiment ASM à grande distance. La distance $\mathcal{D}$ est alors la portée maximale des armes du SM (portée maximale du vecteur).

. Les probabilités d'atteinte des armes pour des distances inférieures à ℓ et à $\mathcal{D}$ respectivement sont supposées sensiblement constantes.

. On négligera les corrections qu'il conviendrait d'apporter en considérant les durées de trajets des armes.

Avec le corps d'hypothèses précédent on obtient le tableau ci-après d'événements possibles (la lettre d du tableau signifie qu'au moins une détection du SM a été obtenue par le bâtiment ASM tandis que $\bar{d}$ signifie qu'aucune détection n'a été obtenue par le bâtiment ASM*) :

Pour la construction du tableau on a supposé de plus que les probabilités d'atteinte étaient voisines de 1 pour chaque projectile tiré.

* Dans la suite de l'exposé on désignera généralement "le bâtiment ASM" par l'abréviation "ASM".

			Positions de x		
$l < D$	$D_0 > d$	d		D_0	$x > D_0$
					ASM manque une opportunité de mettre SM hors de combat
		$\bar{d}$	Aucun événement		
	$l < D_0 < D$	d	D_0	$D_0 < x < D$, D	$x > D$
				ASM a été tiré dès que SM a atteint D	ASM manque une opportunité et sera tiré dès que SM sera à une portée D
		$\bar{d}$	ASM a été tiré par SM dès que ce dernier a atteint D		
	$D_0 < l$	d	D_0	$D_0 < x < D$, D	$x > D$
				ASM a été tiré dès que SM a atteint D	ASM manque une opportunité et sera tiré dès que SM a atteint la portée D
		$\bar{d}$	ASM a été tiré par SM dès que ce dernier a atteint D		

			Position de x		
$\ell > D$	$D_0 > \ell$	d	D_0	ASM perd une occasion de mettre SM hors de combat	
		$\bar{d}$	Aucun événement		
	$D < D_0 < \ell$	d	D_0, $D_0 < x < \ell$, ASM tire immédiatement sur SM	ℓ, $x > \ell$ ASM tire sur SM dès que la distance relative atteint ℓ	
		$\bar{d}$	SM ne peut tirer puisque $D < D_0$ et ASM n'a rien perçu, donc aucun résultat		
	$D_0 < D$	d	D_0, $D_0 < x < D$, SM a tiré sur ASM avant que ce dernier ne l'ait détecté	$D < x < \ell$ ASM tire immédiatement sur SM	$x > \ell$ ASM tire sur SM dès que la distance atteint ℓ
		$\bar{d}$	SM tire sur ASM dès que la distance relative atteint D		

Le tableau des événements possibles montre que ces derniers se répartissent en quatre classes :

1. Aucun événement ou aucun résultat.
2. ASM est tiré le premier.
3. SM est tiré le premier.
4. ASM a détecté le premier mais n'a pu tirer par manque de portée de l'arme ASM (c'est-à-dire que la distance maximale à laquelle la charge destinée à détruire SM peut être transportée est insuffisante).

3.- COTATION DES EVENEMENTS

On se place du point de vue de l'intérêt d'ASM. Dans ces conditions les événements de la classe 1 seront considérés comme nuls. Les événements de la classe 2 comme négatifs, ceux de la classe 3 comme positifs.

Les événements de la classe 4 seront considérés comme un manque à gagner pour ASM et seront également considérés comme négatifs.

Toujours en se plaçant du point de vue d'ASM, évaluons la valeur opérationnelle du bâtiment ASM et du SM adverse, non seulement en valeur de coût de construction, mais encore en potentiel opérationnel, soit de protection des forces navales amies (pour ASM), soit de destruction de ces forces navales ou du trafic pour ce qui concerne le SM.

Une cotation usuelle au cours de la Seconde Guerre Mondiale était d'évaluer la valeur des navires en croiseur/mois, c'est-à-dire en équivalent, en nombre de mois de construction nécessaires, par rapport à celui de construction d'un croiseur pris comme référence.

De façon analogue, on pourrait prendre comme valeur étalon, soit une Corvette ASM de classe donnée, soit un SM nucléaire d'attaque par exemple.

Supposons un barème adopté et soit :

$\mathcal{C}_E$ = la valeur attribuée à ASM,
$\mathcal{C}_S$ = la valeur attribuée au SM.

La perte d'opportunité de détruire un SM détecté, hors de la portée maximale du vecteur ASM, sera évaluée comme une fraction $\psi < 1$ de la valeur totale $\mathcal{C}_S$ du SM.

Compte tenu des définitions données pour les probabilités de détection et de destruction, on peut alors dresser un tableau donnant la valeur des événements pondérés par les probabilités d'occurrence de chaque événement (tableau de la page suivante).

4.- ANALYSE DES RESULTATS DU TABLEAU

4.1 Définitions complémentaires

Dans ce tableau :

. $p_d(D_0)$ désigne la probabilité qu'ASM ait une détection au moins, sur SM, sachant que la distance minimale séparant les deux protagonistes au cours de l'engagement est D_0.

. $f(x)$ est la fonction exprimant la densité de probabilité conditionnelle que la <u>première détection d'ASM</u> sur SM se produise à une distance comprise entre x et $x + dx$, sachant qu'une détection a eu lieu et pour la même trajectoire relative de SM par rapport à ASM prise en compte pour la définition de $p_d(D_0)$.

Le produit $p_d(D_0) \int_{x_0}^{x_1} f(x)dx$ est donc la probabilité a priori pour que la première détection d'ASM sur SM se produise entre x_0 et x_1. On a :

$$\int_{D_0}^{+\infty} f(x)\, dx = 1$$

4.2 Résultats

4.2.1

Les cas où $\ell < D$ sont toujours négatifs ou nuls.

4.2.2

Les cas où $\ell > D$ sont positifs, négatifs ou nuls. Ce sont les seuls qui offrent des perspectives de succès pour ASM.

$l < D$	$D_0 > D$		D_0	$X > D_0$
		d		$-\pi_d(D_0)\,\pi_{KE}\,\psi\,\mathscr{C}_S$
		$\bar{d}$	0	
	$l < D_0 < D$		D_0 $\quad D_0 < X < D$ $\quad D$	$X > D$
		d	$-\pi_d(D_0)\,\pi_{KS}\,\mathscr{C}_E\int_{D_0}^{D} f(x)\,dx$	$-[(C_E\,\pi_{KS} + \psi\,\mathscr{C}_S\,\pi_{KE}) \times \pi_d(D_0)(1-\int_{D_0}^{D} f(x)\,dx)]$
		$\bar{d}$	$-\pi_{KS}[1-\pi_d(D_0)]\,\mathscr{C}_E$	
	$D_0 < l$		D_0 $\quad D_0 < X < D$ $\quad D$	$X > D$
		d	$-\pi_d(D_0)\,\pi_{KS}\,C_E\int_{D_0}^{D} f(x)\,dx$	$-[(C_E\,\pi_{KS} + \psi\,C_S\,\pi_{KE}) \times \pi_d(D_0)(1-\int_{D_0}^{D} f(x)\,dx)]$
		$\bar{d}$	$-\pi_{KS}[1-\pi_d(D_0)]\,\mathscr{C}_E$	
$l > D$	$D_0 > l$		D_0	$X > D_0$
		d		$-\pi_d(D_0)\,\pi_{KE}\,\psi\,\mathscr{C}_S$
		$\bar{d}$	0	
	$D < D_0 < l$		D_0	$X > D_0$
		d		$+\pi_d(D_0)\,\pi_{KE}\,\mathscr{C}_S$
		$\bar{d}$	0	
	$D_0 < D$		D_0 $\quad D_0 < X < D$ $\quad D$	$X > D$
		d	$-\pi_d(D_0)\,\pi_{KS}\,\mathscr{C}_e\int_{D_0}^{D} f(x)\,dx$	$+\pi_d(D_0)\,\pi_{KE}\,\mathscr{C}_S[1-\int_{D_0}^{D} f(x)\,dx]$
		$\bar{d}$	$-\pi_{KS}[1-\pi_d(D_0)]\,\mathscr{C}_E$	

4.2.3

La condition $\ell > D$ est sine qua non, c'est-à-dire que la portée du vecteur ASM doit être supérieure à la portée efficace des armes du SM. Si cette première condition n'est pas réalisée le système peut être cohérent ou non, mais il reste inefficace dans tous les cas.

L'amélioration des valeurs de p_d et de $\int f(x)\,dx$ associées au dispositif de détection et de traitement du signal, est alors sans effet pour renverser la situation en faveur d'ASM.

Le coût de cette amélioration ne pourrait d'ailleurs qu'augmenter le regret de ne pas disposer d'une arme de portée suffisante.

On va donc concentrer dans la suite l'analyse de la cohérence sur les cas où $\ell > D$.

5.- FACTEURS SUR LESQUELS PEUT AGIR LA LUTTE ASM

Dans le cadre de notre analyse ces facteurs sont au nombre de 5 :

. p_d et $f(x)$ qui résultent directement du système de détection-classification, y compris les conditions de disponibilité.

. p_{KE} qui résulte de l'importance et de l'organisation de la charge d'explosif destinée à la destruction du SM pris comme objectif de référence, ainsi que des dispositifs d'acquisition et de guidage du vecteur.

. ℓ qui dépend de la quantité d'énergie destinée au système propulsif du vecteur.

. D_0 distance minimale séparant ASM de son adversaire au cours d'un engagement.

Les quatre premiers facteurs seront définis dès la phase de conception du système ASM.

Le dernier facteur D_0 , dépend de la manoeuvre tactique. Il résulte donc à la fois de la conception du système d'armes y compris les performances des plates-formes, de l'habilité manoeuvrière du Commandant du bâtiment ASM et des dispositifs éventuels d'aide à la décision ainsi que des réactions du SM.

Pour notre propos, et dans un but de simplification, nous nous attachons seulement aux facteurs qui sont définis dès la phase de conception des systèmes ASM amis.

6.- INTERPRETATION DES RESULTATS LORSQUE $\ell > D$.

Un bon système d'armes ASM doit tendre à rendre maximales les expressions positives du tableau et à rendre nulles les expressions négatives, en agissant sur les quatre facteurs dont peut disposer l'auteur de la conception du système ASM, à savoir :

$$p_d \ , \ f(x) \ , \ p_{KE} \ , \ \ell$$

Supposons que D soit connu ou estimé. Dans cette hypothèse la condition sine qua non est de choisir un vecteur tel que $\ell > D$.

Restent alors :

$$p_d \ , \ f(x) \ , \ p_{KE}$$

6.1

Cas où $D_o > \ell$. Il est inutile de disposer d'un système de détection permettant de garantir une première détection à une distance substantiellement supérieure à ℓ. On aurait alors un système "incohérent" mais évidemment non dangereux pour ASM, trop cher toutefois pour ce qui concerne les "capteurs" et le traitement du signal.

6.2

Cas où $D < D_o < \ell$. Pour que le résultat de l'engagement soit positif, l'habilité de manoeuvre d'ASM doit tendre à aboutir à une situation telle que $D < D_o < \ell$.

Pour ce qui concerne la détection il suffit d'avoir:

$$p_d\ (D_o) \simeq 1$$

En d'autres termes il suffit d'avoir sur SM une détection au moins, sachant que la distance minimale séparant ASM et SM est égale à D_o.

Cette condition est a fortiori remplie si le système permet d'obtenir une détection au moins, à une distance supérieure ou égale à ℓ, mais cette condition surabondante n'est pas nécessaire.

6.3

Cas $D_0 < D < \ell$. Dans ce dernier cas, pour ce qui concerne les performances de détection, on doit avoir à la fois :

$$\begin{cases} p_d(D_0) \simeq 1 \\ \int_{D_0}^{D} f(x)\, dx = 0 \iff \int_{D}^{\infty} f(x)\, dx = 1 \end{cases}$$

puisque $\int_{D_0}^{+\infty} f(x)\, dx = 1$

Ces deux conditions permettent :

. d'annuler les valeurs négatives du tableau de résultats (situations de perte),

. de maximiser la solution de gain qui prend alors la valeur limite :

$$p_{KE}\ \mathscr{C}_S$$

En d'autres termes le système doit permettre une première détection assurée avant que le SM n'atteigne une distance relative égale à D.

6.4

Pour tous les cas positifs l'espérance de gain est proportionnelle à la probabilité P_{KE}, c'est-à-dire à celle de guider correctement le vecteur ASM et de mettre hors de combat le SM lors de l'explosion de la charge. Un bon système doit donc tendre vers :

$$p_{KE} \simeq 1$$

6.5

En résumé le système doit respecter les règles suivantes :

$$\begin{cases} \ell > D & \text{(portée suffisante du vecteur)} \\ p_{KE} \simeq 1 & \text{(efficacité et fiabilité de la charge)} \\ p_d(D_0) \int_{D}^{\infty} f(x)\, dx = 1 \implies & \begin{cases} p_d(D_0) = 1 \text{ pour } D_0 \leqslant D \\ \text{et} \\ \int_{D}^{\infty} f(x)\, dx = 1 \end{cases} \end{cases}$$

La réunion de ces trois conditions (les deux premières de nature "énergétique" et la troisième relevant du traitement du signal) garantissent l'efficacité du système ASM.

La troisième condition signifie que le système de détection doit donner de façon sûre la première détection sur le SM, avant que celui-ci n'ait atteint la portée efficace de ses armes contre ASM.

Si ces conditions sont remplies elles garantissent l'efficacité du système, c'est-à-dire des valeurs toujours positives ou nulles (situations de gain ou absences de pertes). Mais pour $D_0 > D$ on peut avoir $p_d(D_0) < 1$ c'est-à-dire que l'on peut ne pas détecter le SM parce que celui-ci se rapproche seulement à une distance D_0 supérieure à sa portée de lancement efficace D .

Le système donne par contre toujours cette détection avec les conditions suivantes :

$$\cancel{p_d(D_0)} \int_{\ell}^{D} f(x)\, dx = 1 \Longrightarrow \begin{cases} p_d(D_0) = 1 \text{ avec } D_0 \leq \ell \\ \qquad \text{et} \\ \int_{\ell}^{x} f(x)\, dx = 1 \end{cases}$$

Cet ensemble de conditions correspond à un système "optimal", en ce sens que non seulement il élimine les risques d'ASM mais maximise l'espérance de succès dans tous les cas possibles.

Il suffirait d'ailleurs, si cela est techniquement faisable que :

$$\int_{\ell}^{\ell_1} f(x)\, dx = 1 \quad \text{avec} \quad \ell_1 > \ell \quad \text{et} \quad (\ell_1 - \ell)$$

aussi petit que possible, puisque toute détection audelà de ℓ_1 est inexploitable par ASM du moins immédiatement après la première détection.

Un système ayant ces propriétés serait donc parfaitement cohérent et efficace.

Les solutions intermédiaires entre le système nécessaire et le système maximal sont définies par :

$$p_d\,(D) = 1$$

et :

$$\int_{\mathcal{D}'}^{\infty} f(x)\,dx = 1 \qquad \text{avec} \qquad \mathcal{D} < \mathcal{D}' \leq \ell$$

De tels systèmes sont efficaces et non dangereux mais peuvent laisser perdre des opportunités d'exploiter au mieux les possibilités de détruire le SM adverse, compte tenu des performances du vecteur (portée maximale = ℓ) et de l'efficacité de la charge P_{KE}, en particulier lorsque la manoeuvre d'ASM n'a pas permis d'obtenir que $\mathcal{D}_o$ devienne inférieure à $\mathcal{D}'$.

La discussion détaillée des possibilités offertes par les solutions intermédiaires, c'est-à-dire avec $\mathcal{D} < \mathcal{D}' < \ell$, réclame un cadre élargi et en particulier la prise en compte des prix des systèmes de détection-classification croissant avec $\mathcal{D}'$.

7.- PROBLEMES DE COUT

Désignons par :

. $\mathcal{C}_T$ = coût total du système ASM.

. $F(\ell, P_{KE})$ = coût du vecteur, capable de transporter sur SM, à une distance ℓ du lanceur ASM, une charge d'efficacité P_{KE}.

Cette fonction F est une fonction monotone croissante de ℓ et P_{KE}, c'est-à-dire de la portée, du volume et du poids de la charge, de l'organisation et de l'efficacité de cette dernière, de la précision du guidage du vecteur ASM sur SM, de la fiabilité et de la précision des mécanismes de mise de feu de la charge au voisinage du SM. L'ensemble de ces derniers facteurs conditionne la valeur de P_{KE}.

. $G\left[p_d(\mathcal{D}_o)\int_{\mathcal{D}}^{\ell+\varepsilon} f(x)\,dx\right]$ = coût du sous-système de détection-classification-acquisition de SM par ASM (avec $\ell > \mathcal{D}$, $\varepsilon > 0$, $\mathcal{D}_o \leq \mathcal{D}$). Ce sous-système inclut donc les capteurs et le traitement du signal y compris les dispositifs éventuels d'aide à la décision.

Le facteur p_d dépend aussi de la disponibilité de l'ensemble capteur-traitement du signal.

La fonction G est une fonction monotone croissante de $p_d(D_0)$. Elle dépend aussi de la forme de $f(x)$ entre D et $(\ell+\varepsilon)$.

Posons :

$\overline{X} = E(x) =$ valeur moyenne de X
$\sigma_x =$ écart type de X .

En se limitant aux deux premiers moments de $f(x)$, nous avons vu qu'une fonction $f(x)$ satisfaisante aurait pour propriétés :

$$\begin{cases} \ell < \overline{X} \leq \ell + \varepsilon \\ \text{et} \\ \dfrac{1}{\sigma_x} \text{, grand ; avec par exemple } n\,\sigma_x \leq \dfrac{\varepsilon}{2} \text{ et } n \geqslant 2 \text{ ou } 3 \end{cases}$$

En général, G sera donc monotone croissante avec $\overline{X}$ et $\dfrac{1}{\sigma_x}$.

Ces deux quantités sont elles-mêmes définies en fonction de la distance séparant SM d'ASM par le rapport signal/bruit perçu par ASM, le taux de fausse alarme accepté par ASM, les procédures et l'efficacité de l'extraction et du traitement des signaux reçus.

Avec les définitions de F de G , on a donc :

$$\mathcal{C}_T = F(\ell, P_{KE}) + G\left[p_d(D_0) \cdot \int_D^{\ell+\varepsilon} f(x)\, dx\right]$$

On a vu que la condition $\ell > D$ est sine qua non de l'efficacité du système ASM, que ce dernier soit cohérent ou non de façon interne. On doit donc avoir :

$$F(\ell, P_{KE}) = F(D, P_{KE}) + \lambda\left[(\ell - D), P_{KE}\right]$$

avec :

$$\ell > D \quad \text{et} \quad \lambda[\cdot] > 0$$

Posons :

$$F_0(P_{KE}) = F(D, P_{KE})$$

D'où :

$$(1) \quad \boxed{\mathcal{C}_T = F_o(P_{KE}) + \lambda\left[(\ell - D), P_{KE}\right] + G\left[p_d(D_o)\int_D^{\ell+\varepsilon} f(x)\,dx\right]}$$

8.- CRITERE DE CHOIX ET MANOEUVRE CONCEPTUELLE DU SYSTEME ASM

Lorsque l'adversaire d'ASM a été défini et en particulier la portée efficace D des armes de SM contre ASM, on se propose d'optimiser l'efficacité du système ASM.

Définissons un seuil de risque acceptable pour ASM de valeur $\mathcal{C}_E$, c'est-à-dire que l'on accepte une situation telle que :

[espérance de perte du bâtiment ASM] $< S_r(D_o) \cdot \mathcal{C}_E$, avec $S_r(D_o)$ = seuil accepté, sachant qu'au cours d'un engagement la distance minimale séparant ASM de SM peut atteindre $D_o \geqslant 0$.

On a :

$$S_r(D_o) \leqslant 1$$

Supposons de plus que le coût total du système ASM (construction, installation, entretien et disponibilité pour une durée donnée) soit borné par une valeur extrême $\mathcal{C}_{TM}$ résultant par exemple des contraintes budgétaires.

Dans ces conditions on peut alors se proposer d'élaborer un système ASM pour lequel on recherche :

$$\mathrm{Max}\left\{ p_{KE} \cdot p_d(D_o)\int_D^{\ell+\varepsilon} f(x)\,dx \right\} \quad \text{où} \quad D_o \leqslant D \quad \text{et}$$

avec les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} \ell > D \quad , \quad \varepsilon > 0 \\ \mathrm{Sup}\left\{ p_{KS}\, p_d(D_o)\int_{D_o}^{D} f(x)\,dx \; ; \; p_{KS}\left[1 - p_d(D_o)\right] \right\} \leqslant S_r(D_o) \leqslant 1 \\ \mathcal{C}_T \leqslant \mathcal{C}_{TM} \quad \text{la valeur de } \mathcal{C}_T \text{ étant exprimée par la formule (1).} \end{cases}$$

De façon duale on peut se proposer d'élaborer un système ASM pour lequel on recherche :

$$\mathrm{Min}\left\{ \mathrm{Sup}\left\{ p_{KS}\, p_d(D_o) \int_{D_o}^{D} f(x)\,dx \,;\; p_{KS}\left[1 - p_d(D_o)\right] \right\} \right\}$$

où $D_o \leqslant D$ et avec les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} \ell > D \quad , \quad \varepsilon > 0 \\ \left\{ p_{KE}\; p_d(D_o) \displaystyle\int_{D}^{\ell+\varepsilon} f(x)\,dx \right\} \geqslant S_e(D_o) \quad \text{avec} \\ S_e(D_o) = \text{seuil d'efficacité pour le système ASM et} \\ S_e(D_o) \leqslant 1 \\ \mathcal{C}_T \leqslant \mathcal{C}_{TM} \end{cases}$$

Traitons schématiquement un exemple dans le premier corps d'hypothèses (maximum d'efficacité pour un seuil de risque acceptable).

Si on prend :

$$1 - p_d(D_o) = S_r(D_o) \quad \text{on a}$$

$$p_{KS}\left[1 - p_d(D_o)\right] \leqslant S_r(D_o)$$

et :

$$p_d(D_o) = 1 - S_r(D_o) \,;$$

l'inégalité :

$$\mathrm{Sup}\left\{ p_{KS} \cdot p_d(D_o) \cdot \int_{D_o}^{D} f(x)\,dx \,;\; p_{KS}\left[1 - p_d(D_o)\right] \right\} \leqslant S_r(D_o)$$

sera satisfaite si :

$$\left[1 - S_r(D_o)\right] \cdot \int_{D_o}^{D} f(x)\,dx \leqslant S_r(D_o)$$

ou :

$$\int_{D_o}^{D} f(x)\,dx \leqslant \frac{S_r(D_o)}{1 - S_r(D_o)}$$

Pour $S_r(D_o)$ fixé il suffira de rechercher :

$$\text{Max}\left\{ p_{KE} \int_{D}^{\ell+\varepsilon} f(x)\, dx \right\}$$

avec :

$$\begin{cases} \ell > D \ ; \ \varepsilon > 0 \ ; \ p_d(D_o) = 1 - S_r(D_o) \ ; \ D_o < D \ , \\ \int_{D_o}^{D} f(x)\, dx \leqslant \text{Inf}\left\{ 1 \ ; \ \dfrac{S_r}{1-S_r} \right\} \ ; \\ \int_{D_o}^{\ell+\varepsilon} f(x)\, dx \leqslant 1 \quad , \ \mathcal{C}_T \leqslant \mathcal{C}_{TM} \end{cases}$$

Comme $f(x)$ est une densité de probabilité, soit $\Phi(x)$ la fonction de répartition correspondante.

La quantité à maximaliser est alors :

$$p_{KE}\left[\Phi(\ell+\varepsilon) - \Phi(D) \right]$$

La figure 3 montre deux physionomies de $\Phi(x)$ avec deux fonctions de répartition Φ_1 et Φ_2 . La pente moyenne de Φ_1 est plus importante à partir de $\Phi_1(D)$ que celle de $\Phi_2(x)$. L'analyse de cette figure 3 montre comment on peut rechercher dans des directions différentes les performances optimales du système ASM. En effet, plus la pente de $\Phi(x)$ est grande pour les valeurs de $x \geqslant D$ moins on a besoin d'une valeur élevée pour $\ell+\varepsilon$. Dans le cas d'une forte pente pour $\Phi(x)$, cela signifie que l'effort a été placé sur le sous-système de détection-classification, tandis que pour une pente faible l'accent a été au contraire mis sur la portée du vecteur.

L'optimalisation est bien en définitive conditionnée par les coûts relatifs des deux sous-systèmes essentiels, puisque pour p_{KE} fixé, le prix du sous-système détection est en principe plus élevé pour une pente très forte de $\Phi(x)$ lorsque $x \geqslant D$, tandis que le prix du sous-système vecteur est monotone croissant avec ℓ . Observons qu'à la limite si un tel sous-système était technologiquement possible, il suffirait que $\Phi(x)$ se réduise à la fonction échelon pour $x = D + \varepsilon$ et $\varepsilon \geqslant 0$.

L'exemple traité met en évidence comment on peut "échanger" une partie de l'effort financier à consentir sur les sous-systèmes capteurs-traitement du signal contre une partie de l'effort financier destiné à accroître la portée du vecteur et réciproquement. Les deux aspects essentiels du système d'armes sont complètement liés et toute recherche séparée d'optimisation de l'un ou de l'autre des aspects n'a pas de sens pratique.

9.- QUELQUES RESULTATS GENERAUX

D'après l'analyse effectuée on peut dégager un certain nombre de résultats de portée générale concernant la cohérence des systèmes d'armes.

1. La cohérence d'un système d'armes n'a pas d'intérêt en soi. Par exemple, il serait tout à fait vain d'avoir un excellent système "cohérent", c'est-à-dire un système avec $\overline{X} = E(x)$ et $\sigma_x = \varepsilon$ où ε est très petit lorsque ℓ est inférieur à la distance efficace de tir du sous-marin adverse.

2. Par contre, cette cohérence a un intérêt capital par rapport aux performances des armes de l'adversaire. Tant que cette cohérence relative $(\ell > D)$ n'est pas atteinte, toute dépense consentie pour améliorer le système d'armes, et en particulier le traitement du signal, est un gaspillage.

3. Les performances du sous-système de détection-classification doivent être essentiellement ajustées sur la portée efficace des armes du sous-marin adverse et non sur la portée du vecteur ASM. Le système de détection doit être en mesure, au minimum, d'assurer le premier la détection du sous-marin avant que la distance relative SM-ASM soit devenue inférieure à D.

Cette condition concerne à la fois la disponibilité au sens large du système de détection-classification et la forme même de la fonction de répartition de la distance de première détection. Le système vers lequel on doit tendre est un système pour lequel :

$$[\Phi(D+\varepsilon) - \Phi(D)] \simeq 1 \qquad \text{avec} \qquad \varepsilon > 0$$

4. Puisqu'on doit avoir de façon sine qua non $\ell > D$ on est amené à se poser la question des valeurs optimales de $(\ell - D)$. Cette différence $(\ell - D)$ présente un double intérêt :

. Elle donne à ASM sa liberté de manoeuvre vis-à-vis de SM et lui procure, en particulier, une certaine souplesse pour amener SM à une distance favorable de tir

D_0 , avec $D < D_0 < \ell$ et l'y maintenir le temps nécessaire en dépit des manoeuvres évasives possibles de SM.

. Elle constitue pour ASM une marge de sécurité qui doit être suffisante pour que le ou les missiles ASM tirés atteignent leur but en dépit des manoeuvres de ce dernier. La valeur de $(\ell - D)$ doit donc être d'autant plus importante que les durées de trajet des missiles ASM sont plus grandes.

. L'appréciation complète des valeurs optimales de $(\ell - D)$ implique une analyse du duel ASM contre SM qui tienne compte notamment :

- . de la cinématique relative des antagonistes (c'est-à-dire des vitesses du bâtiment ASM et du SM) ;
- . du traitement du signal et de la dégradation des performances avec les vitesses ;
- . de l'environnement ;
- . de l'habilité tactique des adversaires ;
- . des dispositifs de localisation et d'aide à la décision.

Une telle investigation constitue toute une étude en soi que l'on ne peut songer à aborder, même sommairement, dans le cadre du présent exposé.

5. Lors de la conception d'un système d'armes en temps de paix, on a généralement tendance à se préoccuper assez peu du facteur p_{KE} , c'est-à-dire de la probabilité conditionnelle d'obtenir la mise hors de combat du but, lorsque ce dernier a été désigné au vecteur ASM. Cette probabilité dépend, comme nous l'avons indiqué, de la puissance de la charge, de son organisation, de la fiabilité du système de mise à feu et enfin de la qualité du guidage permettant d'amener le vecteur ASM sur la cible ou en son voisinage immédiat.

Or, ce facteur p_{KE} est aussi important que ceux associés à la détection ou à la portée proprement dite du vecteur.

Sa faible valeur est de nature à entraîner une efficacité catastrophique pour l'ensemble du système, même si le problème complexe de la détection, par exemple, a reçu une solution très satisfaisante.

L'hypothèse où p_{KE} est faible est particulièrement regrettable, parce que la possibilité d'obtenir de bonnes valeurs pour p_{KE} est certainement un des problèmes technologiquement le moins difficile à résoudre, sauf peut-être pour ce qui concerne la résistance aux contre-mesures.

De plus, il y a lieu de souligner qu'une faible valeur de p_{KE} rend non seulement l'efficacité globale du système très faible, mais de surcroît rend l'analyse du processus d'engagement, lors de la phase conceptuelle, très complexe, puisqu'il est alors nécessaire de considérer toute une séquence de tir de missiles ou de torpilles ASM avant d'obtenir le résultat espéré, à savoir la mise hors de combat de SM, elle-même fonction compliquée du nombre de coups au but.

6. De façon symétrique il convient de ne pas négliger les facteurs qui conditionnent l'efficacité de P_{KS} c'est-à-dire la protection d'ASM.

Bien entendu, l'effort correspondant à la minimalisation de p_{KS} ne se pose de façon aiguë que dans le cas où l'on accepte un seuil de risque important pour ASM, c'est-à-dire lorsque la probabilité de première détection d'ASM sur SM est insuffisante pour les distances supérieures à D.

7. Les orientations précises exigent que l'on prenne en compte les questions de prix. Les notions de prix sont "relativement" faciles à cerner pour ce qui concerne la portée ℓ du vecteur et l'efficacité terminale p_{KE} qui s'expriment toutes deux au moyen de nombres.

Elles sont plus complexes pour ce qui concerne la détection, puisque cette notion dépend notamment de la forme de la fonction $f(x)$.

Rappelons que l'idéal vers lequel on doit tendre est une fonction $f(x)$ telle que :

$$\int_{D_2}^{D_1} f(x)\,dx = 1 \qquad \text{avec} \quad D < D_1 < D_2$$

et :

$$f(x) = 0 \qquad \text{pour} \quad x \leqslant D$$

La fonction $f(x)$ dépend elle-même du rapport $\frac{\gamma(x)}{W}$ où $\gamma(x)$ est le taux instantané de détection à la distance x et W la vitesse relative de SM par rapport à ASM ainsi que de la forme de la trajectoire relative de SM.

Le taux $\gamma(x)$ résulte à son tour du facteur de mérite F_M du sonar, du traitement du signal, de l'environnement, tandis que W résulte de la vitesse d'ASM, de celle de SM, de l'habilité manoeuvrière des antagonistes et des valeurs absolues de ces vitesses qui réagissent sur les facteurs de mérite des sonars.

L'analyse des prix doit donc incorporer l'ensemble de ces facteurs, sans omettre l'aspect duel et les performances des plates-formes elles-mêmes en plus des performances des capteurs et du traitement du signal.

Cela conduit à élaborer un modèle complet du duel ASM contre SM dans une perspective de recherche d'optimisation.

Seul un tel modèle permet, entre autres, de montrer comment les facteurs importants interviennent réellement et quel "poids" il convient d'accorder à chacun d'entre eux en fonction de leur coût.

8. Dans une optique très simplificatrice, on peut dire qu'un bon système ASM doit posséder les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} . \ l - D > \varepsilon_1 > 0 \\ . \ p_d(D_0) \simeq 1 \quad \text{avec} \quad D \leq D_0 < l + \varepsilon_2 \\ . \ \int_{l-\varepsilon_1}^{l+\varepsilon_2} f(x)\,dx = 1 \quad \text{et} \quad \varepsilon_2 \geq 0 \\ . \ P_{KE} \simeq 1 \\ . \ P_{KS} \ll 1 \quad \text{si} \quad p_d(D_0) \neq 1 \\ \qquad \text{ou si} \quad \int_{D'}^{D} f(x)\,dx \neq 0 \ \text{lorsque} \ D' < D \\ . \ \text{Durée de trajet du missile ASM (délais de mise en oeuvre et durée de trajet) très petite.} \end{cases}$$

Donnons quelques applications numériques élémentaires en s'attachant essentiellement aux problèmes de portée de détection et de portée du vecteur ASM.

Si l'on a :

- . $\mathcal{D}$ = 15 nautiques,
- . Vitesse du vecteur ASM = 150 noeuds,
- . Temps mort de mise en oeuvre du missile ASM = 6' (six minutes),
- . Vitesse relative maximale SM/ASM = 40 noeuds (par exemple ASM = 10 noeuds, SM = 30 noeuds en route de collision frontale lorsque le SM s'efforce de franchir au plus vite la zone qui lui paraît la plus dangereuse),

on trouve par un calcul très simple un système "cohérent" avec :

ℓ = 25 nautiques et ε_1 = 2 nautiques ε_2 = 5 nautiques

c'est-à-dire avec un système de détection-classification donnant une première détection assurée entre 23 et 30 nautiques.

Prenons maintenant un système ASM de conception différente face au même type de SM :

- . $\mathcal{D}$ = 15 nautiques,
- . Vitesse du vecteur ASM = 750 noeuds (missile à Mach 1,15),
- . Temps morts de mise en oeuvre du missile ASM = 2' (2 minutes),
- . Vitesse relative maximale SM/ASM = 30 noeuds (vitesse très faible d'ASM pendant l'engagement et SM à 30 noeuds),

on trouve par le même calcul que précédemment un système cohérent avec :

ℓ = 19 nautiques et ε_1 = 2,4 nautiques ε_2 = 6 nautiques

c'est-à-dire avec un système de détection-classification donnant une première détection assurée entre 17 et 25 nautiques.

Enfin donnons une dernière application :

- $\mathcal{D}$ = 15 nautiques,
- Vitesse du vecteur ASM = 45 noeuds (propulsion sous-marine),
- Temps de mise en oeuvre du système ASM = 2' (2 minutes),
- Vitesse relative maximale SM/ASM = 30 noeuds,

on trouve alors les caractéristiques suivantes pour un système ASM "cohérent" :

ℓ = 26 à 28 nautiques, avec : ε_1 = 0 à 2 nautiques et ε_2 = 5 à 7 nautiques,

c'est-à-dire avec un système de détection-classification donnant une première détection assurée entre 26 et 35 nautiques.

10.- CONCLUSION

L'analyse effectuée n'a pu mentionner nombre de facteurs intéressants qu'il serait absolument nécessaire de prendre en compte dans une étude approfondie.

Parmi ces facteurs citons :

- Les faux échos et les fausses cibles.
- Une analyse fine de la distance effective $\mathcal{D}$, elle-même scindée en une partie détection et une partie vecteur.

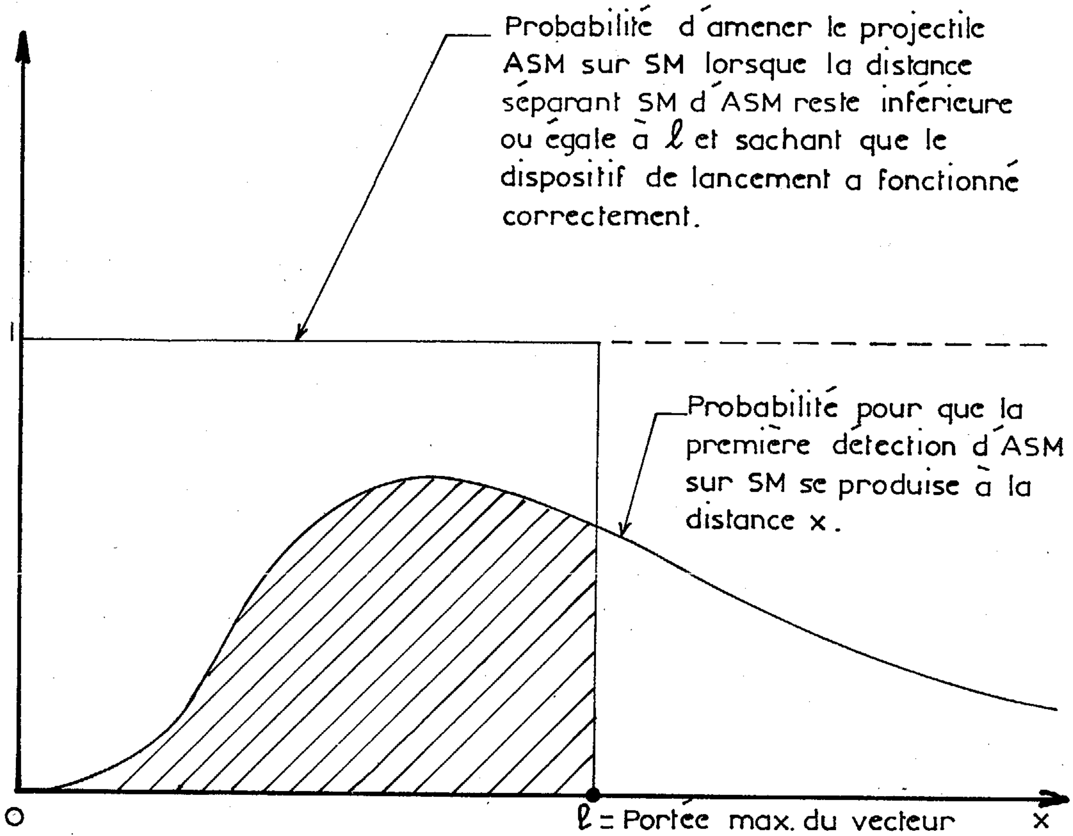
De plus il conviendrait de tenir compte éventuellement du caractère incertain et évolutif de ces facteurs.

- Incorporer le facteur temps en raison des trajets relatifs, tenant compte des évolutions des plates-formes et des contraintes temporelles concernant les armes.
- Analyser le duel proprement dit, avec le jeu tactique et les décisions qui conditionnent en particulier la valeur de $\mathcal{D}_o$ et la durée de présence d'un objectif dans une tranche déterminée de distance relative.

Malgré le caractère incomplet de l'analyse présentée on a pu dégager un certain nombre de résultats intéressants qui resteraient probablement valables avec une analyse plus détaillée.

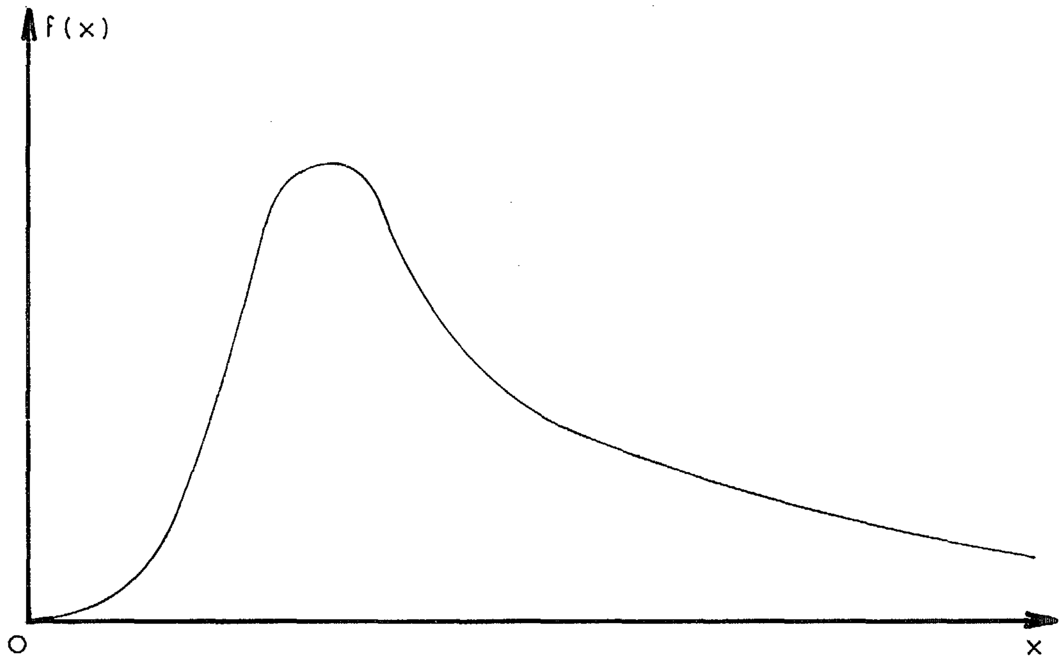
Mais le but essentiel de la présentation est de montrer l'intérêt d'établir une base méthodologique ferme pour la conception générale des systèmes d'armes, en se plaçant dans un contexte opérationnel donné et en englobant les aspects traitement du signal aussi bien que ceux concernant la disponibilité des vecteurs et le transport des charges capables de produire sur l'objectif l'effet recherché.

Une analyse valable ne saurait se contenter d'une recherche simpliste de la "cohérence interne" d'un système se réduisant, par exemple, à définir un système dont la portée du vecteur serait sensiblement égale à la valeur moyenne (ou à la médiane) de la portée de détection.



Exemple montrant la différence d'allure des probabilités de détection et de réussite du transport de l'arme ASM en fonction de la distance.

Fig: 1



Exemple de fonction f(x):

La courbe de la figure a pour expression:

$$f(x)\,dx = \frac{W_e}{4x^2}\left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{W_e}{4\sqrt{\pi}\,x}\right)\right]dx \qquad \text{ou :}$$

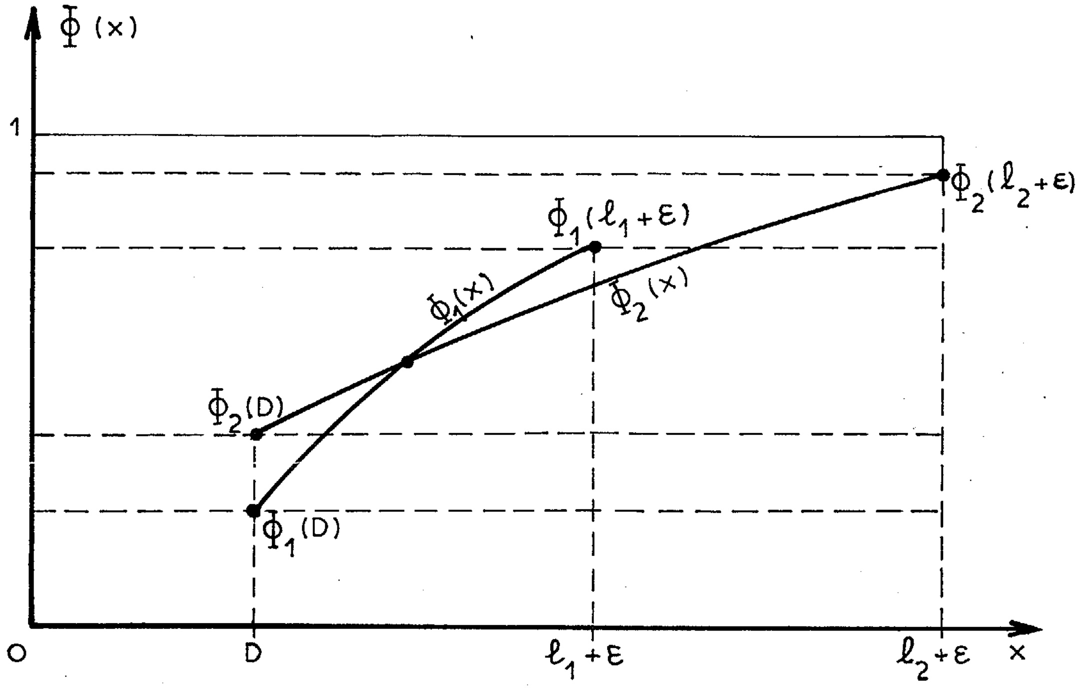
$$\mathrm{erf}\,\xi = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\xi} e^{-t^2}\,dt$$

W_e = constante = portée latérale équivalente

Cette expression de f(x) correspond à un taux instantané de détection de la forme:

$\gamma(x) = \frac{K}{x^3}$ (Loi de l'inverse du cube de la distance relative.)

Fig: 2



Exemple de fonctions de répartition $\Phi(x)$:

$$\Phi_2(\ell_2+\varepsilon) - \Phi_2(D) = \Phi_1(\ell_1+\varepsilon) - \Phi_1(D)$$

Fig: 3