

COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

1/1



NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

REPRESENTATION COMPLEXE DE SIGNAUX POLARISES A LARGE BANDE.
APPLICATION A L'ANALYSE DE SIGNAUX GEOPHYSIQUES NATURELS.

C. de VILLEDARY, K. KODERA et R. GENDRIN

CNET/EET - 3, avenue de la République
92131 Issy-les-Moulineaux

RESUME

On définit le signal complexe $s = x + jy$ associé à un signal réel à deux composantes x et y (champ magnétique d'une onde plane par exemple). Ce signal est décomposé en deux signaux s^+ et s^- de polarités opposées. On montre les liens qui existent entre ces deux signaux et le concept de signal analytique. Les paramètres de polarisation du signal original s'expriment alors de façon simple en fonction des grandeurs s^+ et s^- . L'analyse de Fourier de s^+ et s^- permet alors une représentation de ces paramètres en fonction de la fréquence et du temps, représentation qui n'est pas modifiée par le changement ou la rotation des axes de mesure du champ (observations en satellite par exemple). Transposé au cas d'un signal à trois dimensions, un vecteur instantané de polarisation est défini, de composantes $P_k = |s_{ij}^+|^2 - |s_{ij}^-|^2$ qui donne une mesure du flux d'énergie (en fonction de la fréquence et du temps) dans chaque mode de polarisation.

On décrit également une méthode analogique simple qui permet d'étudier la polarisation de signaux à large bande. Des applications digitales et analogiques à des signaux géophysiques naturels sont présentées.

SUMMARY

We define the complex signal $s = x + jy$ associated with a real signal with two components x and y (the magnetic field of an electromagnetic plane wave for instance). This signal is divided into two signals s^+ and s^- of opposite polarities. We give the relationship which exist between s^+ , s^- and the concept of analytical signal. The polarization parameters of the original two-components signal are simply expressed in terms of s^+ and s^- . A Fourier analysis of s^+ and s^- gives a clear representation of these polarization parameters as a function of both time and frequency ; this representation is not modified by a change of the reference system in which x and y are measured which is of interest especially in rotating systems such as spinning space vehicles. When a three dimensional signal is considered, it is possible to define an instantaneous polarization vector whose components $P_k = |s_{ij}^+|^2 - |s_{ij}^-|^2$ give a measure of the energy flux (as a function of time and frequency) in each mode of polarization.

We also describe a simple method which permits the polarization analysis of wide band two-components signals. Some applications (both analog and digital) to the study of the polarization of naturally occurring geophysical signals are presented.



REPRESENTATION COMPLEXE DE SIGNAUX POLARISES A LARGE BANDE.
APPLICATION A L'ANALYSE DE SIGNAUX GEOPHYSIQUES NATURELS.

Le présent travail a fait l'objet d'une publication détaillée dans Journal of Geophysical Research (1). Nous exposons simplement ici les grandes lignes de la méthode et nous en présentons les résultats principaux.

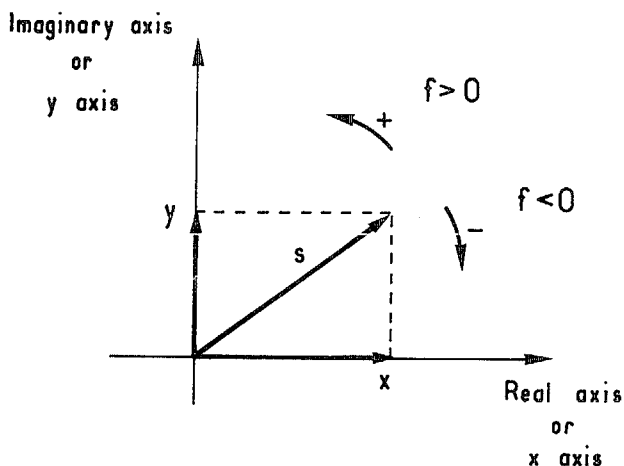


Fig. 1

A deux composantes orthogonales $x(t)$ et $y(t)$ d'une onde plane polarisée, on associe une quantité complexe

$$s_{xy}(t) = x(t) + jy(t)$$

En utilisant la transformée de Fourier, on décompose ce signal en composantes circulaires de fréquences f_n . Pour une fréquence $f_0 = \omega_0 / 2\pi$ on obtient un vecteur

tournant dans le plan complexe, avec une fréquence angulaire ω_0 . Le signe de la fréquence est associé au sens de polarisation du signal (figure 1). Le signal peut se décomposer en deux signaux s^+ et s^- de polarités opposées et définis par :

$$s^+ = x^+ + jy^+ \\ s^- = x^- + jy^-$$

x^+ étant le signal dont la T.F. ne contient que les fréquences positives de la T.F. de x | si $X(\omega) = \mathcal{F}(x)$, $x^+ = \mathcal{F}^{-1} \{ H(\omega) X(\omega) \}$, $H(\omega)$ étant la fonction de Heaviside .

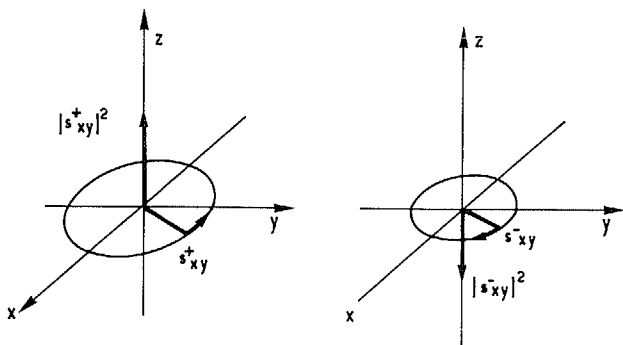


Fig. 2

A chacune des composantes circulaires du signal définies précédemment peut être associée une puissance spectrale dont le signe est lié au sens de polarisation du signal réel (figure 2). Appliqué au cas d'un signal à 3 dimensions le vecteur porté par \underline{z} , de grandeur $|s_{xy}^+|^2 - |s_{xy}^-|^2$ fournit également une mesure du flux d'énergie (circulaire) qui traverse le plan xy .

On montre facilement que les paramètres caractéristiques d'un signal polarisé elliptiquement sont :

- demi grand axe $a = |s^+| + |s^-|$
- demi petit axe $b = |s^+| - |s^-|$
- ellipticité $\epsilon = (|s^+| - |s^-|) / (|s^+| + |s^-|)$
- angle θ formé par l'axe \vec{ox} et le grand axe de l'ellipse $\theta = |\text{Arg}(s^+) + \text{Arg}(s^-)| / 2$

Dans ces formules b et ϵ sont des quantités positives pour une rotation dans le sens positif et inversement.

De même on définit trois quantités :

$$T = |s^+|^2 + |s^-|^2 \\ P_c = |s^+|^2 - |s^-|^2 \\ P_q = 2 s^+ \cdot s^-$$

et l'on montre que ces quantités correspondent en quelque sorte à la puissance totale du signal, à la puissance polarisée circulairement et à la puissance polarisée linéairement.

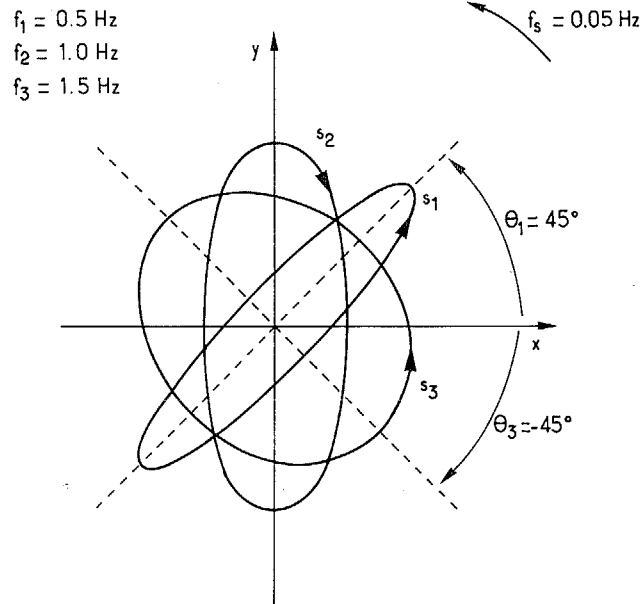


Fig. 3

REPRESENTATION COMPLEXE DE SIGNAUX POLARISES A LARGE BANDE.
APPLICATION A L'ANALYSE DE SIGNAUX GEOPHYSIQUES NATURELS.

Dans le but de vérifier le bien fondé du choix de ces paramètres, nous avons analysé un signal artificiel formé par la somme de trois signaux monochromatiques dont les caractéristiques géométriques sont mises en évidence sur la figure 3. Dans la première étape de l'analyse, nous ne considérerons pas la rotation supplémentaire des axes de mesure à la "fréquence de spin" $f_s = 0.05$ Hz.

La figure 4 représente le résultat de l'analyse d'une part avec la méthode conventionnelle utilisant deux composantes orthogonales, d'autre part avec notre méthode en considérant deux composantes circulaires associées au signal complexe.

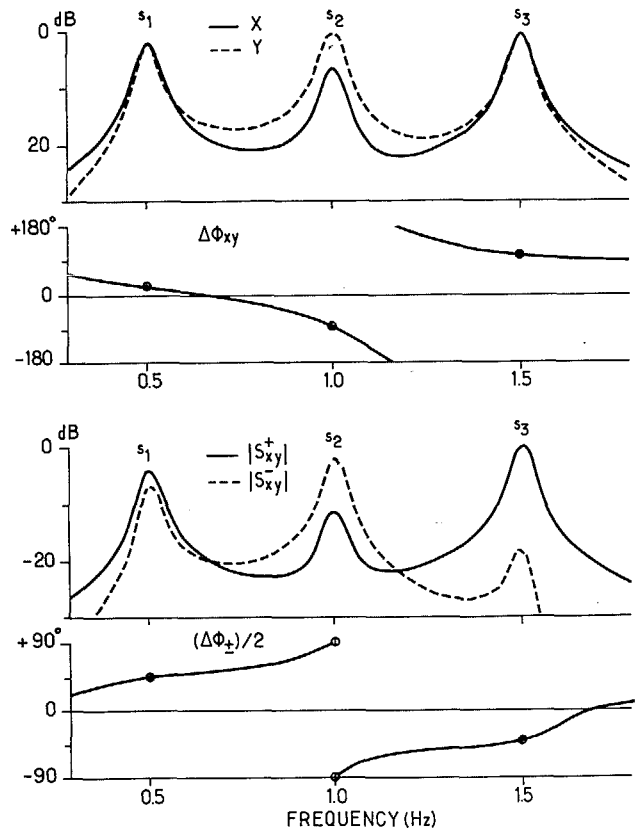


Fig. 4

Avec la première méthode d'analyse, il n'est pas possible de retrouver les caractéristiques de polarisation des signaux. Par contre la polarisation de chaque composante apparaît clairement sur la représentation utilisant les deux composantes circulaires: du signe de $|S^+| - |S^-|$, nous pouvons déduire le sens de rotation de l'ellipse; du rapport $(|S^+| + |S^-|) / (|S^+| - |S^-|)$ nous obtenons l'ellipticité; l'information de phase nous donne la direction de l'axe principal.

Nous considérons maintenant le cas où le repère de mesure subit une rotation à la fréquence f_s et nous analysons le même signal que précédemment.

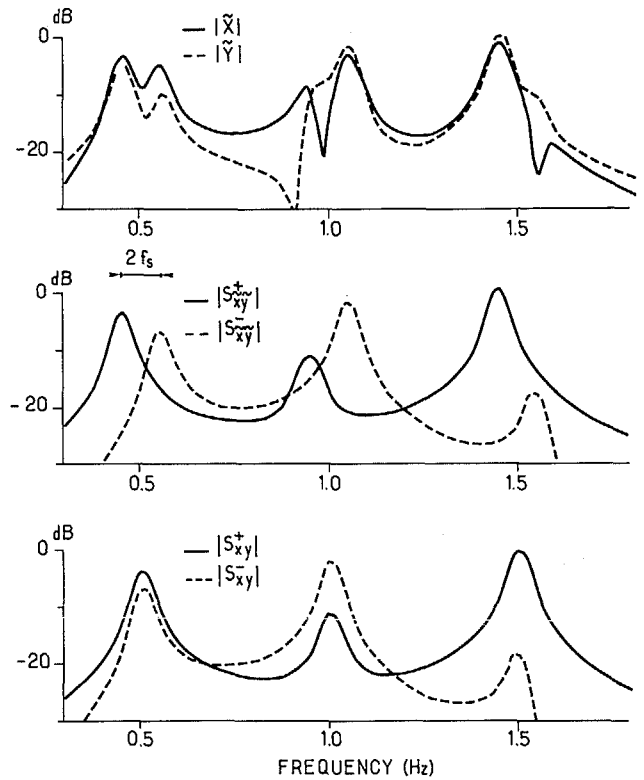


Fig. 5

Le résultat de l'analyse effectuée sur les composantes orthogonales met en évidence un dédoublement des deux composantes dû à la rotation du repère. Mais ce dédoublement n'a pas le même aspect pour les différentes polarisations du signal original, si bien qu'il est très difficile de déterminer celles-ci à partir des spectres bruts (partie supérieure de la figure 5). Par contre, pour les composantes circulaires, l'influence du spin se manifeste uniquement par un déplacement de chaque fréquence d'une quantité $-f_s$. Une translation inverse permet de retrouver (partie inférieure de la figure) les mêmes spectres que sur la figure précédente et de déterminer ainsi les caractéristiques de polarisation du signal dans les mêmes conditions.

On peut traiter de la même manière des signaux naturels. Nous considérons le cas de pulsations géomagnétiques d'ultra basse fréquence qui se propagent d'un hémisphère à l'autre le long des lignes de force du champ magnétique terrestre, et qui, se propageant dans un mode de polarisation déterminé, se retrouvent aux deux points conjugués avec des sens de rotation différents (figure 6).



REPRESENTATION COMPLEXE DE SIGNAUX POLARISES A LARGE BANDE.
APPLICATION A L'ANALYSE DE SIGNAUX GEOPHYSIQUES NATURELS.

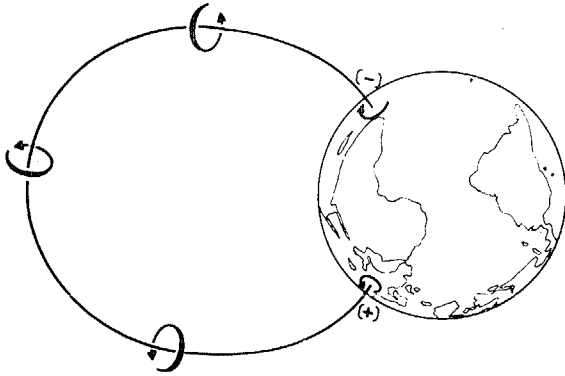


Fig. 6

Habituellement ces signaux ne sont pas stationnaires et on doit les analyser simultanément en fréquence et en temps.

Nous présentons sur la figure 7, une représentation à trois dimensions de l'analyse d'un tel signal.

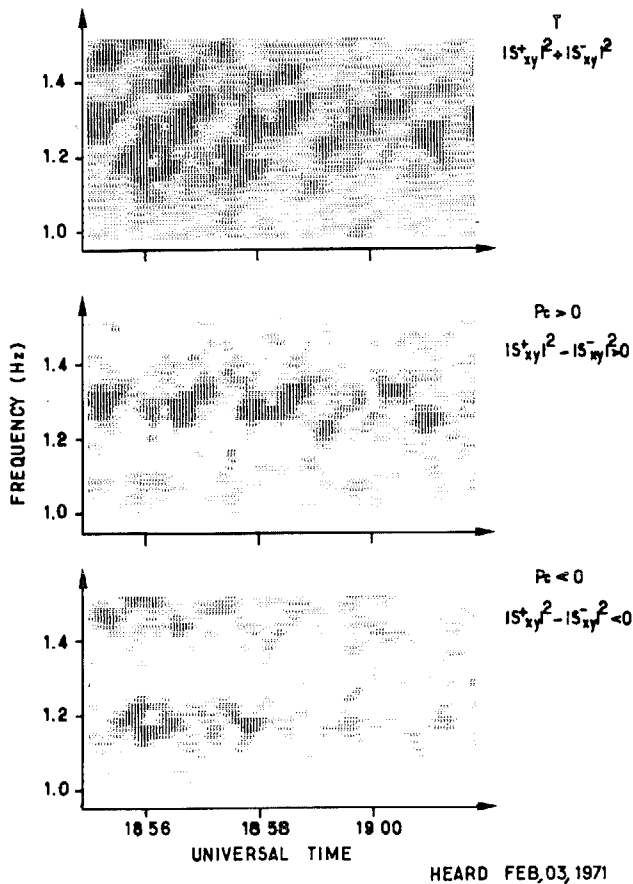


Fig. 7

On a représenté dans le plan fréquence-temps successivement l'énergie totale T, l'énergie circulaire pour laquelle la quantité $|S^+|^2 - |S^-|^2$ est positive et celle pour laquelle cette quantité est négative.

Cette représentation a l'avantage de donner une indication de la puissance correspondant à chaque sens de rotation. Deplus, on peut déduire l'ellipticité de la figure de polarisation en comparant l'énergie totale et l'énergie polarisée circulairement.

Dans cet exemple, en utilisant une méthode numérique, nous avons analysé quelques minutes de signal mais de tels événements ont en général une durée de l'ordre d'une heure. Il est alors plus avantageux d'utiliser une méthode d'analyse analogique fondée sur les mêmes principes. Cette méthode ne met pas en jeu les grandeurs complexes s^+ et s^- mais des grandeurs réelles r^+ et r^- qui sont elles aussi représentatives de la polarisation du signal. Les grandeurs r^+ et r^- se construisent facilement à partir des composantes x et y et de leurs signaux en quadrature, \bar{x} et \bar{y} qui ne sont autres que les transformées de Hilbert de x et y.

Les figures suivantes montrent un même événement enregistré en deux stations géomagnétiquement conjuguées. Sur la figure 8, le phénomène est représenté en utilisant des composantes Nord-Sud et Est-Ouest.

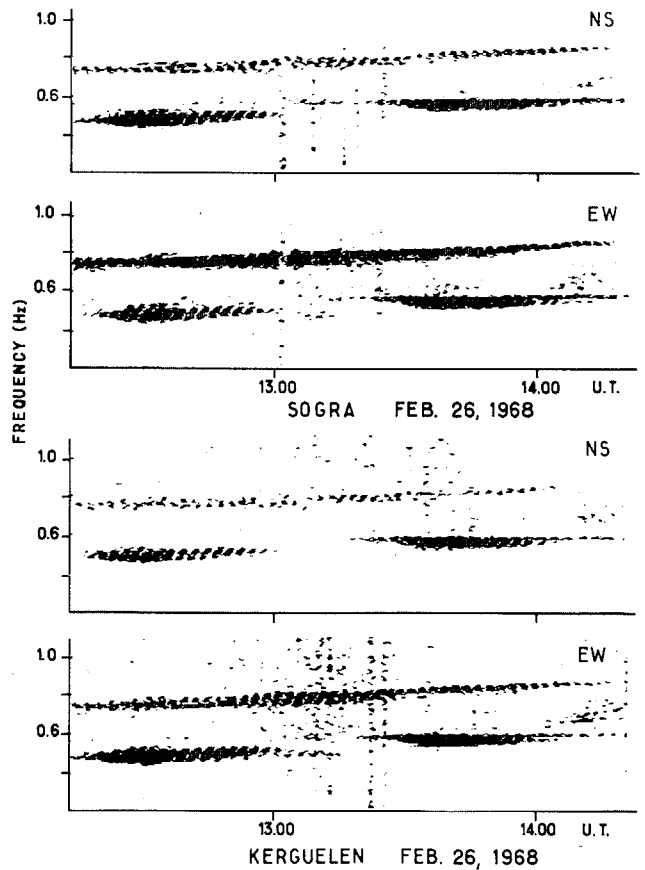


Fig. 8

REPRESENTATION COMPLEXE DE SIGNAUX POLARISES A LARGE BANDE.
APPLICATION A L'ANALYSE DE SIGNAUX GEOPHYSIQUES NATURELS.

On voit qu'il est impossible de déduire aucune information sur le sens de polarisation du phénomène dans chacune des bandes de fréquence où le signal est présent.

cohérence, mais qu'elle présente en plus l'avantage de fournir une représentation de la polarisation "instantanée".

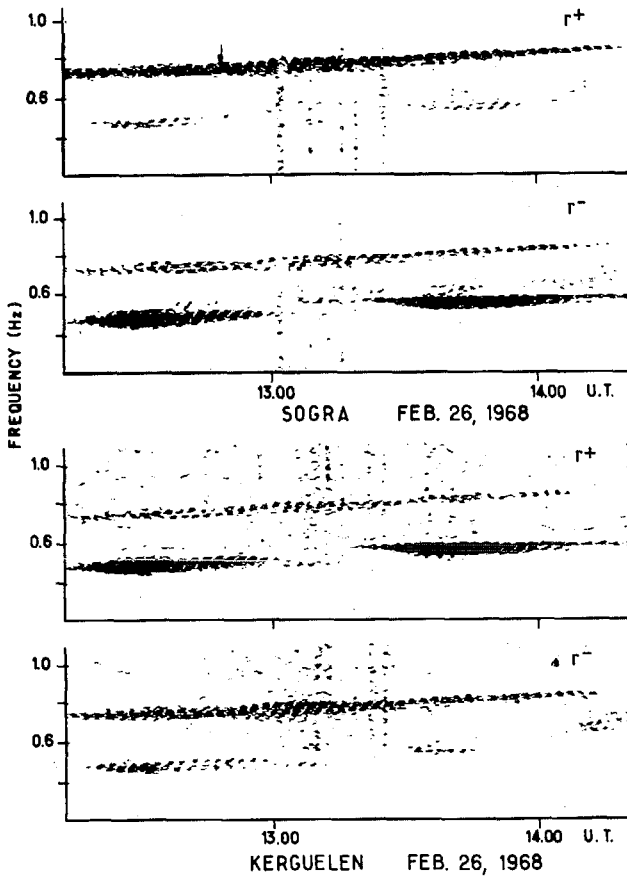


Fig. 9

Sur la figure 9, le phénomène est représenté en utilisant les composantes r^+ et r^- et on en tire les caractéristiques suivantes : l'émission à la fréquence la plus basse est polarisée à droite à Kerguelen et à gauche à Sogra. Sa polarisation est très circulaire. En ce qui concerne l'émission à la fréquence supérieure, on peut dire que les sens de polarisation sont également opposés et que la polarisation est plus elliptique que dans le cas de la fréquence inférieure.

Les résultats obtenus sur ces événements sont en accord avec les théories géophysiques sur les caractéristiques de la polarisation de ces événements (voir figure 6).

En conclusion, nous avons montré que l'utilisation des composantes circulaires complexes pour l'étude de la polarisation des signaux électromagnétiques naturels à deux ou trois dimensions constitue un outil extrêmement puissant. Dans l'article cité en référence (1) on montre que cette méthode redonne les mêmes résultats que celle qui utilise la matrice de

(1) KODERA K., R. GENDRIN and C. de VILLEDARY

Complex representation of a polarized signal and its application to the analysis of ULF waves. Journal of Geophysical Research - A paraitre 1977.