7/1

COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

CONTRIBUTION au MODELE THEORIQUE de REVERBERATION de SURFACE

J.P. VARNIER

E.C.A.N. RUELLE

RESUME

Cette note reprend le principe du modèle des diffuseurs répartis aléatoirement suivant une loi de POISSON bidimensionnelle pour représenter la réverbération de surface (réf. 1 et 2), et s'attache à préciser le modèle en considérant que la densité des diffuseurs est variable, d'abord sous forme de fonction connue, puis comme fonction aléatoire.

Ces fluctuations de densité traduisent entre-autres les fluctuations des inclinaisons de la surface réelle des vagues par rapport aux surfaces équiphases de l'émission et aux effets d'ombre en incidence rasante, car le calcul est mené avec des diffuseurs supposés dans le plan.

On est amené à distinguer, à priori, trois types de famille de diffuseurs dont les importances relatives dépendent de la forme de l'émission. Pour la famille qui semble être la mieux représentative des sonars usuels, on obtient un signal de Laplace-Gauss non pseudo-stationnaire si la densité des diffuseurs est considérée comme déterministe ; ce signal devient pseudo-stationnaire et perd le caractère de Laplace-Gauss si la densité est considérée comme ayant des fluctuations aléatoires.

On s'attache enfin à définir un procédé de génération d'écho de réverbération par le filtrage d'un signal, où le filtre est entièrement déterminé par la seule forme de l'émission et où le signal d'entrée est un processus aléatoire représentatif du milieu réverbérant.

SUMMARY

Referring to the model of randomly distributed scatterers with a two-dimension POISSON law (réf. 1 and 2), this paper aims to describe surface reverberation and intends to precise the model when assuming the scatterers density varies first as a known process, and then as a random process.

Those density ripples for one thing describe fluctuations of waves real surface slopes with respect to transmitting equi-phase surfaces and to shadowing effects when grazing incidence occurs.

Then, the need arises to distinguish a priori three types of scatterers families the relative importance of which depends on the transmitted signal shape. As for the family which can be looked as the most representative of usual sonars, one gets a non pseudo-stationary Laplace-Gauss signal if a determinist scatterers density is assumed ; this signal becomes a pseudo-stationary and a no longer Laplace-Gauss one if a density with random fluctuations is assumed.

At last, one applies to design a process for reverberation echo generation by means of signal filtering, the filter being quite designed by the one transmitted signal shape, and the input signal being a random process representative of the scattering medium.

CONTRIBUTION au MODELE THEORIQUE de REVERBERATION de SURFACE

1 - INTRODUCTION -

Cette note développe le modèle de réverbération constitué d'échos de diffuseurs répartis aléatoirement sur une surface plane suivant une distribution de POISSON (cf réf. 1 et 2) et introduit une densité des diffuseurs variable dans le plan, d'abord suivant une loi connue, puis suivant une loi elle-même aléatoire. Ce modèle étant fixé au départ, on essaie d'en tirer le maximum de conséquences sans faire intervenir d'éléments qui lui sont extérieurs. Il y a cependant un fil conducteur : alors qu'en réf. 5 par exemple, la réverbération est modélisée comme la sortie d'un filtre aléatoire représentatif du milieu réverbérant dont l'entrée est le signal émis, on s'attache ici à aboutir à un procédé de simulation où ces rôles sont inversés : les diffuseurs sont séparés en classes suivant leurs vitesses relatives et pour chaque classe de vitesse le milieu est représenté par un bruit entrant dans un filtre dont la réponse percussionnelle est égale au signal d'émission, à une dilatation du temps près. Le problème est de définir la nature du bruit représentatif du milieu à partir du modèle de base.

2 - HYPOTHESE et MODELE de BASE -

Un sonar S, immergé à une profondeur h, émet un signal x (t) de durée T de t = 0 à t = T, dans une bande B autour d'une pulsation centrale ω_o. Reprenant les hypothèses de base des réf. (1) et (2), on considère que la réverbération est un ensemble d'échos dus à des diffuseurs élémentaires R_k, de coefficient de diffusion a_k. Les réflecteurs R_k sont situés en des points M_k du plan horizontal xOy de la mer. La répartition des points M_k sur xOz est de POISSON et caractérisée par une densité λ (M). Cette densité prend en compte (vis-à-vis des phases) la forme réelle de la mer et des phénomènes de masquage dus à la houle ou vagues. Soit encore : OS la verticale du sonar S, M un point courant du plan xOy, ρ = SM ; r = OM, $\rho^2 = h^2 + r^2$) ; ψ_k l'azimut de M_k, θ_k le site de M_k ; G $(M_k) = G(\psi_k, r_k)$ le produit des gains en amplitude du sonar à l'émission, à la réception, divergence et absorbtion de la propagation à l'aller et au retour de S à M_k ; v_k la vitesse radiale de M_k, α_k le coefficient de dilatation du temps $\alpha_k = \frac{C - v_k}{C + v_k}$; t_k la durée de transit d'une onde de l'émission à la réception sur le point M_k à t = 0 ; $t_k = 2\,\frac{\rho\ (o)}{C}$, l'expression du signal réverbéré y (t) est :

$$\boxed{y\ (t) = \sum_k G\ (\rho_k\ \psi_k,\ \theta_k)\ a_k\ .\ x\ \left(\alpha_k\ (t - t_k)\right)}$$

On admet que G_k, a_k, α_k peuvent être considérés comme indépendants du temps pendant la durée de cohésion de l'émission.

3 - DECOUPAGES en TRANCHES de VITESSES -

x $\left(\alpha\ (t - \tau)\right)$ et x $\left(\alpha'\ (t - \tau)\right)$ peuvent être confondus si α - α' = Δ α est tel que : $\frac{\Delta\ \alpha\ \omega_0}{B} < \frac{\pi}{8}$ par exemple, soit : $\Delta\ \alpha < \frac{B}{16\ f_o}$ où B est la largeur de bande de x. (Exemple, B = 100 Hz et f_o = 20 000 hertz, $\Delta\ \alpha < \frac{1}{3200}$.

En supposant V donné, $\Delta\ \alpha \sim \frac{2\ v}{C}$: $\Delta\ v < \frac{C}{8\ T\ f_o} \simeq \frac{1}{4}$ m/s, soit une plage de - 0,25 à + 0,25 m/s d'une étendue de 0,5 m/s). Dans les paragraphes suivants, on s'attache à traiter qu'une seule tranche de vitesse, c'est-à-dire qu'on ne prend en compte que les réflecteurs donnant une valeur α_k comprise entre α - Δ α et α + Δ α. En particulier, on note pour plus de simplicité λ (M) la densité spatiale de ces réflecteurs qui devaient en fait se noter : 2 Δ α . f (M, α).

4 - FONCTION CARACTERISTIQUE de la LOI TEMPORELLE (dans une tranche de vitesse donnée)

Soit λ (M) notée encore λ (ψ, r) la densité des réflecteurs au point M (ψ, r) de xOy.

On pose $\tau = \frac{2}{c}\ \rho = \frac{2}{c}\sqrt{h^2 + r^2}$, ρ_o = plus petite distance à prendre en compte ($\rho_o \geqslant h$) et $\tau_o = \frac{2}{c}\ \rho_o$. Soit f (a) la densité de probabilité des coefficients a_k et $\overline{a^n}$ le moment d'ordre n de cette v.a. Un calcul s'inspirant soit de la méthode § 2.3. page 48 de (1), soit du ch. IV p. 144 de (2) conduit à l'expression de la fonction caractéristique $\phi\ (u_1,\ \dots\ u_n)$ de l'écho y (t) suivante :

$$M_k(u_1 .. u_n) = \overline{a^k} \int_{\tau_0}^{\infty} \frac{C}{2}\ \rho \left(\int_{-\pi}^{+\pi} G^k\ \lambda d\psi\right)\ x^k\ \left(\alpha(t-\tau)\right)\ d\ \tau$$

$$\mathrm{Log}\ \phi\ (u .. u_n) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(j)^k}{k!}\ M_k\ (u_1\ ..\ u_n)$$

On en déduit en particulier :

$$\boxed{\begin{aligned} &E\ \left(y(t)\right) = \int_{\tau}^{\infty} U_1\ (\tau)\ x\ \left(\alpha\ (t - \tau)\right)\ d\ \tau \text{ où :}\\ &U_1\ (\tau) = \frac{\overline{a}\ C}{2}\ \rho \int_{-\pi}^{+\pi} G\ (r,\ \psi)\ \lambda\ (r,\ \psi)\ d\ \psi \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &E\ \left(y\ (t_1)\ y\ (t_2)\right) - E\ \left(y\ (t_1)\right)\ E\ \left(y\ (t_2)\right) =\\ &\int_{\tau_o}^{\infty} \left(U_2\ (\tau)\right)\ x\ \left(\alpha\ (t_1 - \tau)\right)\ x\ \left(\alpha\ (t_2 - \tau)\right)\ d\ \tau\\ &\text{où}\\ &U_2\ (\tau) = \frac{\overline{a^2}\ C}{2}\ \rho \int_{-\pi}^{+\pi} G^2\ (r,\ \psi)\ \lambda\ (\psi,\ t)\ d\ \psi\\ &C\ \tau = 2\sqrt{h^2 + r^2} \qquad \rho = \sqrt{h^2 + r^2} \end{aligned}}$$

5 - CONDITION pour la TENDANCE VERS une LOI de LAPLACE-GAUSS -

Sommairement, si l'espérance $\overline{N}$ du nombre de diffuseurs dont le coefficient de diffusion appartient à une classe pas trop étendue, diffuseurs appartenant à une surface simultanément insonorisée de façon cohérente, soit :

$\overline{N} = \lambda\ \frac{C}{2\ B}\ .\ 2\ \Delta\ \psi\ .\ r$ est suffisamment élevé (> 100 par exemple), le processus est assimilable à un processus de LAPLACE-GAUSS.

C'est l'hypothèse qui est retenue par la suite (cf réf. 3). Le processus est alors entièrement décrit par ses deux premiers moments : l'espérance $\overline{y}$ (t) obtenue en passant le signal U_1 (t) dans un filtre dont la réponse percussionnelle est le signal émis et dilaté x (α t) ; et les fluctuations autour de $\overline{y}$ (t) obtenues par le filtrage par le même filtre d'un bruit blanc de densité spectrale de puissance unitaire modulé par un gain variable égal à $\sqrt{U_2 (t)}$. Dans la mesure où λ (M) fluctue de façon sensible sur les distances égales ou inférieures à $\frac{1}{2}$ CT, la partie aléatoire du signal ne peut pas être considérée comme pseudo-stationnaire.

En résumé, l'écho de réverbération apparait comme un signal Laplacien non assimilable à un processus pseudo-stationnaire si λ (M) est considérée comme déterministe.

Il est remarquable que l'expression du moment d'ordre 1 est formellement semblable à l'expression d'un écho calculé sur une surface continue. Théoriquement donc, il apparait la possibilité d'échos cohérents dus à une variation brusque et sur un grand front de la densité λ.

6 - DISTINCTION de TYPES de FAMILLE DE DIFFUSEURS -

D'une façon tout-à-fait générale, on peut montrer que la pression simultanée de plusieurs familles F_i indépendantes de diffuseurs, où chaque famille est caractérisée par une densité λ_m (M) et une densité de probabilité f_m (a) des coefficients de diffusion, donne le même résultat qu'une famille unique dont les lois λ (M) et f (a, M) se déduisent des précédentes par :

$$\lambda (M) = \sum_m \lambda_m (M) \text{ et } f (a) = \frac{1}{\lambda} \sum_m \lambda_m (M) \,.\, f_m (a)$$

et réciproquement, une famille donnée, définie par λ et f (a) peut se décomposer en sous-familles ayant des propriétés particulières. Exemple : le coefficient a est divisé en tranche : $a_m \leqslant a < a_{m+1}$ avec comme sous-familles $\lambda_m = \lambda \int_{a_m}^{a_{m+1}} f (a)\, da$ et une densité de probabilité $f_m (a) = 0$ si :

$$a \notin \left[a_m, a_{m+1}\right[\text{ et } f_m (a) = \frac{\lambda}{\lambda_m} f (a) \text{ si } a \in \left[a_m, a_{m+1}\right[$$

On peut ensuite concevoir de façon philosophique à priori deux types de famille : une famille ne comprenant que des diffuseurs dont les échos sont individuellement discernables par le sonar utilisé, et la réverbération n'est pas de Laplace-Gauss. L'autre famille comprend une multitude de diffuseurs dont les échos individuels ne sont pas discernables pour le sonar pour lequel la réverbération suit la loi de Laplace-Gauss.

Une famille donnée à priori peut se décomposer en deux sous-familles appartenant chacune à l'un des types précédents. Le positionnement de la démarcation dépend essentiellement du sonar utilisé ; un sonar très directif à impulsion très courte pourra à la limite ne reconnaitre que la famille du premier type là où un sonar moins directif à émission plus longue ne verra que le second type.

Dans ce qui suit, on s'intéresse qu'au deuxième type de réverbération à l'état pur.

7 - INTRODUCTION d'une DENSITE ALEATOIRE -

Considérons maintenant que le tirage au sort des points M_k se fasse en deux temps :

1) on choisit au hasard la fonction aléatoire λ (M)
2) ayant choisi λ (M), on génère les points M_k suivant une loi de POISSON de densité λ (M). (Le résultat de ce double tirage ne suit plus une loi de POISSON). Les moments calculés ci-dessus apparaissent comme des espérances conditionnelles "si λ", U_1 (t) et U_2 (t) comme des fonctions aléatoires. Dans ce qui suit, l'espérance E $\left(\text{quantité}\right) = \overline{\text{quantité}}$ porte également sur λ.

Posons :

$$y_o (t) = \int_{\tau_o}^{\infty} \overline{U_1} (\tau)\, x \left(\alpha (t - \tau)\right) d\tau \text{ où}$$

$$\overline{U_1} (\tau) = \frac{\overline{a}\, C}{2} \rho \int_{-\pi}^{+\pi} G (r, \psi)\, \overline{\lambda (r, \psi)}\, d \psi$$

$$y_1 (t) = \int_{\tau_o}^{\infty} \Delta U_1 (\tau)\, x \left(\alpha (t - \tau)\right) d\tau \text{ où}$$

$$\Delta U_1 (\tau) = U_1 (\tau) - \overline{U_1} (\tau)$$

$$y_2 (t) = y (t) - y_o (t) - y_1 (t)$$

L'usage et des applications numériques conduisent à considérer y_o (t) comme en général négligeable devant les autres termes. (A la limite, si $\overline{U_1}$ était une constante, y_o serait rigoureusement nul). Dans la suite, on s'attachera à étudier y_1 (t) et y_2 (t).

Remarque - Il en est de même pour bien d'autres modèles en physique, où l'aléatoire s'introduit deux fois en cascade à des échelles différentes. Ainsi un "bruit" entendu par l'oreille est-il décrit par une pression aléatoire de l'air ; et une pression est un paramètre caractérisant la loi de probabilité des mouvements aléatoires des molécules d'air ; et pour pousser cette analogie, le signal y_1, expression de l'espérance mathématique, importerait seul ici dans la mesure où le bruit de fond de l'agitation moléculaire n'est pas perçu ; un signal de type y_2 correspondrait par contre à la perception de ce seul bruit de fond, avec une modulation éventuelle en amplitude, mais sans qu'il y ait de son proprement dit).

8 - REDUCTION d'une FONCTION ALEATOIRE DE 2 VARIABLES à 1 VARIABLE par INTEGRATION CURVILIGNE -

Soit d'une façon générale λ (M), une fonction aléatoire dans le plan et Φ_Δ (M, M') l'autocorrélation de $\lambda (M) - \overline{\lambda} (M)$.

Soit g (M) une fonction déterministe uniformément continue dans le plan, sauf peut-être le long d'une frontière de forme simple, et

C_t une courbe du plan dépendant du paramètre t. On obtient une fonction aléatoire u (t) par l'intégrale : $u(t) = \int_{C_t} g(M)\,\lambda(M)\,d\ell$

avec $\bar{u}(t) = \int_{C_t} g(M)\,\bar{\lambda}(M)\,d\ell$. Soit $\Phi_{\Delta u}$ la fonction d'autocorrélation de $u - \bar{u}$:

$$\Phi_{\Delta u}(t,t') = \int_{C_t}\int_{C_{t'}} g(M)\,g(M')\,\phi_\Delta(M,M')\,d\ell\,d\ell'.$$

Simplification : λ est stationnaire ; C_t un cercle de rayon r grand vis-à-vis du rayon de corrélation d_o de λ ; $g(r,\psi) = g_o(r)$ pour ψ de $-\Delta\psi$ à $\Delta\psi$, nul en dehors ; λ peut être considéré comme isotrope sur C_t où $g \neq 0$; g (r) varie peu pour $\Delta r < d_o$. Alors

$$\int_{C_t}\int_{C_{t'}} g(M)\,g(M')\,\phi_\Delta(MM')\,d\ell\,d\ell' \sim 2r\Delta\psi\,g_o^2 \int_{C_{t'}} \phi_\Delta(M_o\vec{M}')\,d\ell'$$

En prenant M_o sur O_x et en assimilant les segments de cercle où $g \neq 0$ à des segments de droites, en notant $(r - r', y)$ les coordonnées de $\overline{MM'}$ et en rappelant que $r\,\Delta\psi >> d_o$, il vient :

$$\int_{C_{t'}} \phi_\Delta(\overrightarrow{M_oM'})\,d\ell' = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_\Delta(r'-r,\,y)\,dy = \text{une fonction notée } \oint_\Delta(t'-t), \text{ où } t'-t = \frac{2}{c}(r'-r)$$

Comme enfin, $r \sim \sqrt{r\,r'}$ quand $|r - r'| < d_o$, u (t) apparait comme un bruit pseudo-stationnaire, produit d'un bruit stationnaire d'autocorrélation $\oint_\Delta(t'-t)$ par un gain variable $\sqrt{2\,r\,\Delta\psi}\,g_o(t)$. On désigne par $F_\Delta(\omega)$ la densité spectrale de puissance du bruit stationnaire :

$$F_\Delta(\omega) = 2\int_0^\infty \cos\omega\tau\,\oint_\Delta(\tau)\,d\tau.$$

Dans la suite, on appliquera systématiquement ces simplifications.

9 - AUTOCORRELATION et SPECTRES de y_1 et $y_2(t)$ COMPARAISON -

a) Autocorrelation de ΔU_1 :

$\Phi_{\Delta U_1}(t,t') = 2\,r\,\Delta\psi\,C_o^2\,\Phi_\Delta(t-t')$. D'où celle de y_1 :

$$\phi_{y_1}(t,t') = \left(\frac{\bar{a}C}{2}\right)^2(2r\Delta\psi)\,G_o^2 \int_{\tau_o}^{\infty}\int_{\tau_o}^{\infty} x(t-\tau)\,x(t'-\tau')\,\phi_\Delta(\tau-\tau')\,d\tau\,d\tau'$$

Notons X (ω) la transformée de Fourier de x (t), $|X(\omega)|^2$ sa densité spectrale d'énergie. Il apparait que y_1 (t) est le produit d'un bruit stationnaire de densité spectrale de puissance égale à $|X(\omega)|^2 \times F_\Delta(\omega)$ par le gain variable $\frac{\bar{a}\,C}{2}\,C_o(r)\sqrt{2\,r\,\Delta\psi}$. Si on suppose que $F_\Delta(\omega) \sim F_\Delta(\omega_o)$ dans la largeur de bande de l'émission et en désignant par E_X l'énergie de l'émission ; alors la puissance "moyenne" reçue du signal pseudo-aléatoire y_1 est $P_1 = \left(\frac{\bar{a}\,C}{2}\right)^2 G_o^2\,(2r\Delta\psi)\,F_\Delta(\omega_o)\,E_x$.

b) L'autocorrélation $\phi_{y_2}(t,t')$ de y_2 est :

$\frac{\overline{a^2}\,C}{2}\,\bar{\lambda}\,C_o^2 \cdot 2\,r\,\Delta\psi \cdot \phi_x(t-t')$ où ϕ_x est la convolution $\int x(t-\theta)\,x(t'-\theta)\,d\theta$. y_2 apparait comme un bruit pseudo-stationnaire de densité $|X(\omega)|^2$ multiplié par le gain variable $\left[\frac{\overline{a^2}\,C}{2}\,\bar{\lambda}\,G_o^2 \times 2\,r\,\Delta\psi\right]^{1/2}$

Conclusion - y_1 et y_2 sont deux fonctions aléatoires pseudo-stationnaires ayant même spectre et même évolution générale de la puissance "moyenne".

Le rapport de puissance est :

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{(\bar{a})^2}{\overline{a^2}}\,\frac{C\,F_\Delta(\omega_o)}{2\,\bar{\lambda}}$$

On peut voir que si $d_o \geqslant \lambda_o$, λ_o longueur d'onde de la porteuse et si $(\bar{a})^2$ et $\overline{a^2}$ sont du même ordre, alors $P_2 >> P_1$.

10 - FLUCTUATIONS MACRO, MESO et MICROSCOPIQUES de λ (M) -

Les considérations précédentes amènent à distinguer dans λ trois facteurs : $\lambda = \lambda_1\,\lambda_2\,\lambda_3$. λ_1 prend en compte les variations macroscopiques et déterministes de $\bar{\lambda}$, de façon, par exemple, que $\lambda_1\,\overline{a^2}$ varie comme l'index de réverbération moyen auquel il est assimilable, et prenne en compte les variations de cet index en fonction de l'incidence, donc de r. La quantité λ_2 (M) est une fonction aléatoire représentant les fluctuations relatives ($\bar{\lambda}_2 = 1$) de λ au gré de la houle et des grands clapots (NB : l'effet de houle pourrait être inclus dans λ_1). ($d_o > 1$ m par exemple). Enfin λ_3 pourrait représenter des effets microscopiques, variations de λ sur des longueurs < λ_o. Ce qui précède montre qu'en fait l'introduction de ces fluctuations microscopiques dans le modèle ne modifierait pas la nature de l'écho final : y_1 et y_2 ont mêmes caractéristiques. Formellement, l'introduction de λ_3 revient à la limite à représenter la réverbération par l'écho sur une surface continue mais suffisamment ridée pour avoir une bonne diffusion et à abandonner le modèle granulaire, pour un même résultat. Dans ce qui suit, on supposera en fait que $\lambda_3 = 1$, que λ_1 est pris en compte dans G_o pour examiner le seul effet de λ_2.

11 - PROPRIETES de y_2 (t) -

Soit $U(t) = \sqrt{U_2(t)}$ et posons $U_o(t) = EU(t)$ et définissons Δ u (t) par :

$U(t) = U_o(t)\left(1 + \frac{\Delta u(t)}{U_o(t)}\right)$. Soit $\phi_{\Delta u}$ la fonction d'autocorrélation de Δu (t). Il vient

$$u_o^4 = \left(\frac{\overline{a^2}\,C}{2}\right)^2 C_o^4\left((2r\Delta\psi)^2(\bar{\lambda})^2 - \frac{1}{2}(2r\Delta\psi)\oint_\Delta(o)\right)$$

$$\phi_{\Delta u}(\tau) \simeq u_o^2 \left(\sqrt{1 + \frac{1}{2 u_o^4} \left(\frac{\overline{a^2} C}{2}\right)^2 G_o^4 \, 2 r \Delta\psi \, \oint_\Delta(\tau)} - 1\right)$$

(formule exacte si Δu est Laplacien). Si :

$\phi_\Delta (o) \ll (2 r \Delta \psi)(\overline{\lambda})^2$, ces formules se simplifient :

$u_o^2 \simeq \frac{\overline{a^2} C}{2} G_o^2 (2 r \Delta \psi) \overline{\lambda}$ et

$\phi_{\Delta u} (\tau) \simeq \frac{1}{4 \overline{\lambda}} \frac{\overline{a^2} C}{2} G_o^2 \oint_o (\tau)$ le rapport :

$$\frac{E \left(\Delta u (t)\right)^2}{\left(u_o (t)\right)^2} \simeq \frac{\oint_\Delta (o)}{(\lambda)^2 \, 2 r \Delta\psi} \sim \frac{d_o}{2 r \Delta \psi} \frac{\overline{\Delta \lambda^2}}{(\overline{\lambda})^2}$$

y_2 apparait comme la sortie d'un filtre de réponse percussionnelle égale à x (α t), dont l'entrée est un bruit blanc de densité unitaire multiplié par un gain variable aléatoire, de moyenne u_o (t) et de variation relative d'écart type égal à :

$\sqrt{\frac{d_o}{2 r \Delta \psi} \frac{\overline{\Delta \lambda^2}}{(\overline{\lambda})^2}}$. On peut s'assurer aisément qu'un tel signal y_2 (t) n'est pas un signal de Laplace-Gauss.

12 - APPLICATION - DETECTION QUADRATIQUE en PRESENCE de REVERBERATION -

On trouve qu'après détection quadratique et filtrage adapté, la réverbération donne :

. un terme pseudo-continu d'amplitude

$$\frac{\overline{\lambda a^2}}{2} C \, G_o \, (2 r \Delta \psi) \, E_x$$

. un terme fluctuant d'amplitude efficace égale à :

$$\frac{1}{\sqrt{2 BT}} u_o^2 E_x \sqrt{1 + \frac{\oint_\Delta (o)}{2 r \Delta \psi (\overline{\lambda})^2}}$$

. un terme fluctuant d'amplitude efficace égale (à peu près) à :

$$\frac{\overline{a^2} C}{C} C_o^2 \sqrt{(2 r \Delta \psi) \frac{1}{2 T} F_\Delta(\omega_o)} \, E_x$$

L'existence de ce dernier terme montre qu'il y a une limite pour B au delà de laquelle l'augmentation de la largeur de bande B ne présente plus d'intérêt, soit :

$$B_o \simeq \min B = \max_r \left(1 + \frac{\oint_\Delta(o)}{2r\Delta\psi \, (\overline{\lambda})^2}\right) \frac{(\overline{\lambda})^2 \, 2 r \Delta \psi}{F_\Delta(\omega_o)}$$

Les fluctuations aléatoires de U (t) font que simultanément la réverbération n'est plus un processus de Laplace-Gauss et que la loi de sa rejection $\sqrt{BT}$ en détection incohérente n'est vérifiée que pour $B < B_o$.

13 - CONCLUSION -

Le modèle adopté aboutit donc à la possibilité de représenter, pour un sonar, et pour chaque tranche de vitesse des diffuseurs, l'écho de réverbération par la sortie d'un filtre dont la réponse percussionnelle est égale au signal émis dilaté dans le temps, dont l'entrée est un bruit blanc gaussien modulé par deux gains : un gain est déterministe et calculé à partir des caractéristiques du sonar et de l'index de réverbération moyen ; l'autre gain est fluctuant et aléatoire de moyenne et espérance égales à 1 et sa fonction d'auto-corrélation définie au § 10 fait intervenir une fonction notée $\oint_\Delta$ dépendant du milieu de réverbération (pour une fréquence centrale donnée). Cette fonction introduite au § 7 est la réduction à une variable par intégration de la fonction à deux variables d'autocorrélation des fluctuations de densité des diffuseurs sur la surface.

Le paragraphe 11 montre quelle importance pourrait avoir cette fonction en présence de réverbération de surface, puisqu'elle donne une limite théorique à l'intérêt d'augmenter à T donné la largeur de bande du signal émis.

BIBLIOGRAPHIE -

1 - A. BLANC-LAPIERRE "Modèles statistiques pour l'étude de phénomènes de fluctuations" MASSON

2 - Conférence de M.P. FAURE (EDF)

3 - J.H. LANNING - R.H. BATTIN "Random Process in Automatic Control"

4 - Un modèle théorique pour l'index de réverbération d'une surface de mer à structure composite de W. BACKMANN "Journal of the Acoustical Society" de Février 1973

5 - Caractérisation d'un milieu de transmission aléatoire par un modèle de filtre aléatoire variable au cours du temps de G. JOURDAIN - Quatrième colloque sur le traitement du signal et ses applications.