COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

COHERENCE SPATIO-TEMPORELLE ET FONCTION DE DIFFUSION GENERALISEE

Robert LAVAL

Société d'Etudes et Conseils AERO - 3 avenue de l'Opéra - 75001 PARIS

RESUME

On peut tenter de décrire les propriétés du canal acoustique sous-marin en présence de paramètres stochastiques tels que les vagues de surface, la microstructure thermique et la rugosité du fond en assimilant le milieu à un filtre composite constitué de cellules élémentaires connectées entre elles selon un schéma série parallèle. Chaque cellule peut être associée à un canal élémentaire (rayon en mode) et à un phénomène particulier. On distinguera les cellules déterministes dont la fonction de transfert est certaine et les cellules stochastiques dont la fonction de transfert est aléatoire.

Les fonctions de transfert des cellules stochastiques individuelles aussi bien que celle du canal global peuvent être caractérisées par une fonction de cohérence temps-fréquence-espace. Les études conduites jusqu'à présent traitent séparément l'aspect temps-fréquence (qui conduit au concept de fonction de diffusion) et l'aspect spatial (qui conduit au concept de diffusion angulaire).

On peut cependant conserver la fonction de cohérence sous sa forme multidimensionnelle originale et définir une "fonction de diffusion généralisée" qui représente la fonction d'ambiguïté du milieu dans un espace temps, fréquence, angle. L'intérêt d'une description unifiée de la diffusion apparaît aussi bien au niveau théorique qu'à celui des applications dans le domaine du traitement du signal.

SUMMARY

The underwater acoustics channel properties in presence of some stochastic parameters, such as the surface waves, the thermal microstructure, or the bottom roughness can be tentatively described by assimilating the channel to a composite filter, the elementary cells of which are interconnected together according to a series/parallel scheme. Each cell can be associated whith a definite elementary channel (ray or mode) and with a particular effect. A distinction will be done between the deterministic cells, the transfer function of which being a deterministic function, and the stochastic cells, the transfer function of which being a random one.

The transfer function of the stochastic cells as well as the one defining the global channel can be caracterised by a time-frequency-space coherence function. Most of the studies carried out up to now are considering separately the time-frequency aspect on one side (leading to the concept of scattering function) and the spatial aspect on the other one (leading to the concept of angular scattering).

The coherence function can be kept with its original multidimensional form however, which leads to the definition of a "generalised scattering function" representing the mediums ambiguity function in a time-frequency-angle space. The advantages of such a unified description of the scattering can be found at the theoretical level as well as for practical applications to signal processing.

1. FONCTION DE TRANSFERT D'UN CANAL PARTIELLEMENT ALEATOIRE

Le canal de transmission acoustique sous-marin peut être caractérisé de la façon la plus générale possible en utilisant le formalisme des filtres linéaires par une fonction de transfert.

La pression sonore qui serait reçue au point $\vec{r}$ à l'instant t si une onde monochromatique de niveau unité et de fréquence f était transmise par une source ponctuelle située au point $\vec{s}$, peut s'écrire sous la forme :

$$p = R_e \left\{ H(f, t, \vec{s}, \vec{r})\, e^{2\pi i f t} \right\}$$

La fonction de transfert complexe H décrit l'amplitude et la phase de l'onde reçue en fonction des variables de fréquence de temps et d'espace.

Si on admet qu'il existe une direction de propagation moyenne au point $\vec{r}$ le long d'un certain axe ξ (dont la direction est en général voisine de l'axe sr), et si l'on peut définir une vitesse de phase moyenne c le long de l'axe ξ, p peut également s'écrire :

$$p = R_e \left\{ \mathcal{H}(f, t, \vec{s}, \vec{r})\, e^{2\pi i \left(ft + \frac{f}{c}\xi + \varphi\right)} \right\}$$

La fonction de transfert réduite $\mathcal{H}$ sera alors une fonction lentement variable des coordonnées temporelles et spatiales à l'échelle de la période et de la longueur d'onde. En revanche, les variations de $\mathcal{H}$ sont en général très rapides à l'échelle des distances de propagation, des profondeurs de la source et du récepteur et de la durée des expériences.

Ces variations rapides de $\mathcal{H}$ sont dues à plusieurs phénomènes que l'on peut ranger en deux grandes catégories :

- d'une part, les phénomènes déterministes tels que les interférences provoquées par la multiplicité des trajets acoustiques si l'on utilise la théorie des rayons ou, dans le cas de la théorie des modes, par la dispersion associée à chaque mode, la structure du profil d'excitation et les interférences entre modes ;
- d'autre part, les phénomènes stochastiques qui sont liés à la diffusion des ondes sonores par les vagues de surface, la rugosité du fond, les inhomogénéités des couches constituant le sous-sol marin, ainsi que par les fluctuations à petite échelle du profil de célérité du son dans l'eau.

La frontière entre ces deux catégories de phénomènes est évidemment arbitraire, et ne dépend en fait que de notre capacité de mesurer ou de modéliser de façon continue des phénomènes dont l'échelle de variabilité est plus ou moins grande.

Lorsque les propriétés du milieu sont définies au moins partiellement de façon stochastique, la fonction de transfert du canal acoustique devient une fonction aléatoire.

Dans toute la mesure du possible, la caractérisation de cette fonction devra faire apparaître de façon claire l'influence respective des facteurs déterministes et des facteurs stochastiques du milieu.

./...

On essayera tout d'abord de décomposer la fonction globale en une somme de fonctions élémentaires correspondant aux divers rayons ou aux divers modes suivant le type de représentation que l'on aura choisi d'utiliser.

Dans le but de clarifier la distinction entre facteurs déterministes et stochastiques, nous prendrons comme point de départ un modèle déterministe à stratifications horizontales, dans lequel la profondeur est constante et la vitesse du son dans l'eau ainsi que la structure du fond ne dépendent que de la profondeur z. Si nous adoptons un système d'axes $x\,y\,z$, tel que les coordonnées de la source et du récepteur soient les suivantes :

$$\vec{s} \left| \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \\ z_s \end{array} \right. \qquad \vec{r} \left| \begin{array}{l} x \\ y = 0 \\ z_r \end{array} \right.$$

La fonction de transfert dérivée d'un tel modèle prendra la forme suivante :

. Dans le cas d'une représentation par rayons :

$$H = \sum_{k=1}^{N} \sqrt{P_k}\, e^{2\pi i \frac{f}{c}\left(x \cos\theta_k + z \sin\theta_k + \varphi_k\right)}$$

où l'indice k caractérise un des N rayons qui relient $\vec{s}$ à $\vec{r}$, P_k est la perte de propagation énergétique du rayon correspondant, c la vitesse du son à la profondeur z_r, θ_k l'angle d'arrivée du rayon, φ_k un terme de phase.

Dans le cas d'une représentation par modes :

$$H = \sum_{k=1}^{M} \sqrt{\frac{2\pi}{x}}\, U_k(f, z_s)\, U_k(f, z_r)\, e^{2\pi i \frac{f}{V_k} - \frac{1}{2}\alpha_k x}$$

où $U_k(f, z)$ est la "fonction d'excitation" ou "profil" du mode N° k (fonction de la fréquence et de la profondeur z_s de la source ou z_r du récepteur), x est la distance horizontale émetteur-récepteur, V_k la vitesse de phase (fonction de la fréquence) du mode d'ordre K et α_k le coefficient d'atténuation du mode (également fonction de la fréquence).

Bien qu'il s'agisse d'une fonction certaine, la fonction de transfert H_k qui est associée à chaque mode élémentaire est donc par elle-même une fonction assez complexe de la fréquence et de la profondeur.

Etant donné les hypothèses adoptées pour le modèle, les fonctions de transfert déterministes ne dépendent ni du temps t, ni de la variable transversale y.

Nous pouvons maintenant superposer au modèle déterministe précédent un modèle stochastique qui prenne en considération les vagues de surface, la microstructure à trois dimensions du profil de vitesse du son et une certaine rugosité et inhomogénéité du fond. L'influence de ces paramètres stochastiques apparaîtra comme une perturbation de la solution déterministe, que l'on pourra exprimer pour chaque canal élémentaire sous la forme du produit de la fonction transfert déterministe H_k par une fonction aléatoire.

Le canal de transmission se présentera donc à travers ces modèles comme un filtre composite comprenant plusieurs canaux en parallèle, chaque canal élémentaire étant lui-même constitué d'un filtre déterministe et d'un filtre aléatoire en série. Le filtre aléatoire peut lui-même se décomposer en une série de filtres représentant séparément la diffusion par la surface, par le volume et par le fond.

./...

Dans le cas des rayons, la fonction de transfert prendra la forme :

$$H = \sum_{k=1}^{N} \sqrt{P_k}\, \mathcal{H}_k(f,t,x,y,z)\; e^{2\pi i \frac{f}{c}\left(x \cos\theta_k + z \sin\theta_k + \varphi_k\right)}$$

Dans le cas des modes :

$$H = \sum_{k=1}^{M} \sqrt{\frac{2\pi}{x}}\; \mathcal{H}'_k(f,t,x,y)\, U_k(f,z_s)\, U_k(f,z_r)\; e^{-2\pi i \frac{f}{v_k} x + \frac{1}{2}\alpha_k x}$$

On remarquera que la fonction de transfert aléatoire $\mathcal{H}_k$ associée aux rayons dépend des cinq variables f, t, x, y, z alors que la fonction $\mathcal{H}'_k$ associée aux modes ne dépend que de f, t, x, z, et non de z_r (pas plus que de z_s) la structure verticale d'un mode étant entièrement déterminée par les propriétés physiques du milieu à la verticale du point de mesure.

Le canal de transmission se présentera donc à travers ces modèles comme un filtre composite comprenant plusieurs canaux en parallèle chaque canal élémentaire étant lui-même constitué d'un filtre déterministe et d'un filtre élémentaire en série.

Le filtre aléatoire peut se décomposer lui-même en une série de filtres représentant séparément la diffusion par la surface, par le volume et par le fond.

Cette méthode de décomposition doit d'ailleurs être utilisée avec quelques précautions. En effet, l'influence cumulative des paramètres stochastiques peut amener une distribution d'énergie dans l'espace assez différente de ce qu'elle serait dans le cas du modèle purement déterministe.

Dans le cas des rayons ceci revient à dire que les pertes de propagation P_k et l'angle θ_k ,associés à chaque rayon, peuvent se trouver différentes de ce qu'elles seraient en l'absence des phénomènes stochastiques. Nous pouvons même trouver une certaine énergie diffusée dans des zones d'ombre où le rayon qui leur a donné naissance ne pénétrerait pas dans le modèle déterministe.

En ce qui concerne la propagation par modes, c'est le coefficient d'atténuation α_k associé à chaque mode qui pourra se trouver modifié par la présence des facteurs stochastiques. Ceci résulte du phénomène de transfert d'énergie entre les modes, une partie de l'énergie des modes les plus bas étant continuellement transférée vers les modes les plus élevés en raison des irrégularités du milieu.

Ce principe de décomposition du canal global en cellules élémentaires est extrêmement intéressant du point de vue théorique si l'on veut modéliser correctement les propriétés acoustiques du canal à partir de ses propriétés physiques.

Du point de vue de la mesure expérimentale des propriétés acoustiques du canal cette décomposition ne présente d'intérêt que si l'on est en mesure de séparer les signaux acoustiques provenant des différents canaux, ce que l'on pourra faire par filtrage temporel et/ou spatial (angulaire) à condition que le nombre total des canaux ne soit pas trop grand et que les fonctions de transfert qui leur sont associées soient effectivement séparables.

./...

On sait que la théorie des rayons est plus particulièrement adaptée à la propagation en eau profonde, dans le domaine des hautes fréquences le nombre des rayons à prendre en considération étant en général limité à quelques unités. Au contraire, la théorie des modes s'applique de préférence au cas des petits fonds dans le domaine des basses fréquences où le nombre total des modes est également limité.

2. FONCTION DE TRANSFERT PSEUDO-STOCHASTIQUE

La décomposition du canal est par contre très difficile lorsque le nombre de rayons aussi bien que le nombre de modes est toujours très grand quelle que soit la représentation utilisée. On rencontrera cette situation dans le cas des petits fonds, dans la gamme des fréquences supérieures au kilohertz (il s'agit précisément des fréquences sonar) et dans le cas des grands fonds pour la propagation à très grande distance des ondes TBF.

Dans ce cas, il n'est plus possible de résoudre expérimentalement les divers canaux et du point de vue de la modélisation théorique, il devient difficile de calculer ou simplement de représenter sous une forme continue et déterministe une fonction de transfert dont les variations présentent une structure fine extrêmement complexe en fonction des variables f, x et z_s et z_r .

On peut alors traiter cette fonction comme s'il s'agissait d'une fonction stochastique, c'est-à-dire renoncer à donner une description déterministe continue, mais se contenter d'en définir certaines moyennes statistiques. Dans ce cas, nous dirons que nous avons affaire à un processus "pseudo-stochastique", c'est-à-dire à une fonction dont le caractère apparemment aléatoire n'est pas dû à l'influence des facteurs stochastiques qui peuvent affecter le milieu, mais à la complexité de la solution d'un modèle purement déterministe, dont les données d'entrée se réduisent le plus souvent à une fonction relativement simple de la profondeur z seulement. (A la limite, le modèle de PEKERIS présente le maximum de simplicité).

Cette fonction de transfert pseudo-stochastique sera elle-même perturbée par les facteurs stochastiques du canal et la fonction de transfert prendra finalement la forme suivante :

$$H = \mathcal{H}(f,t,x,y,z)\, \mathbb{H}(f,x,z)\, e^{2\pi i \frac{f}{v} x + \varphi}$$

où $\mathcal{H}$ est une fonction purement aléatoire dépendant de toutes les variables, qui est générée par les variations stochastiques du canal, et $\mathbb{H}$ est une fonction pseudo-stochastique générée par le processus déterministe moyen et qui ne dépend que des variables f x et z .

Expérimentalement et en l'absence de support théorique, on ne pourra pas distinguer la part des paramètres déterministes et des paramètres stochastiques qui interviennent dans les variations de la fonction H avec f x et z (et z_s). Par contre, en raison des hypothèses formulées sur le modèle déterministe, les variations de H en fonction de t et de y seront entièrement dues aux facteurs purement stochastiques.

3. CARACTERISATION STATISTIQUE DES FONCTIONS DE TRANSFERT ALEATOIRE

Quelle que soit la méthode de décomposition que l'on adopte, le problème consistera toujours finalement

./...

à caractériser de façon statistique les fonctions de transfert aléatoire correspondant aux diverses cellules stochastiques ou pseudo-stochastiques qui entrent dans la constitution du filtre composite global.

D'un point de vue théorique, l'approche la plus correcte consiste à essayer de définir la structure du processus associé à chaque cellule de façon à déterminer à quelle classe de fonction aléatoire elle appartient. S'il s'agit d'un processus de LAPLACE-GAUSS, la fonction sera complètement décrite par l'expression de ses moyennes du 1er et du 2ème ordre.

Il n'en sera pas toujours ainsi et nous aurons souvent affaire à des processus dérivés de gaussiens, mais qui ne seront pas eux-mêmes gaussiens au niveau de la fonction $\mathcal{H}$. Dans ce cas on aura tout intérêt à lier la caractérisation de cette fonction à sa forme particulière si l'on veut en saisir pleinement la signification physique.

Un exemple typique de processus non gaussien est donné par les fluctuations de temps de parcours qui peuvent affecter les rayons sonores ou les modes. La fonction de transfert élémentaire associée à un tel processus se mettra sous la forme :

$$\mathcal{H} = e^{2\pi i f \delta\tau(t,x,y,z)}$$

où le terme $\delta\tau(t,x,y,z)$ est une fonction aléatoire du temps et de l'espace caractérisant les fluctuations de temps de parcours, fonction que l'on peut mettre également sous la forme :

$$\mathcal{H} = e^{2\pi i \frac{f}{V} \delta x(t,x,y,z)}$$

où δx représente la distorsion des fronts d'onde dans l'espace.

Dans ce cas, on cherchera à caractériser directement les propriétés statistiques de la fonction $\delta\tau(t,x,y,z)$. $\delta\tau$ pourra d'ailleurs être une fonction gaussienne, mais ceci n'entraînera pas le caractère gaussien de la fonction $\mathcal{H}$ qui appartiendra à la classe log normale.

En fait, la plupart des applications pratiques dans le domaine du traitement du signal conduisent à ne s'intéresser qu'aux moyennes du 1er et du 2ème ordre, quelle que soit la forme du processus lui-même (qu'il soit gaussien ou non gaussien).

On sera donc presque toujours amené à calculer ou à mesurer directement ces moyennes. La moyenne du 1er ordre s'exprimera par :

$$\mathcal{H}_0 = E(\mathcal{H})$$

$\mathcal{H}_0$ représente la partie dite "cohérente" du processus. Dans le cas du modèle que nous avons adopté, $\mathcal{H}_0$ ne dépendra que de f, x et z (ou z_r et z_s si l'on veut tenir compte des profondeurs de source et de récepteur) et nous l'écrirons :

$$\mathcal{H}_0(f,x,z)$$

Le processus total pourra donc se décomposer en deux fonctions :

$$\mathcal{H}(f,t,x,y,z) = \mathcal{H}_0(f,x,z) + \tilde{\mathcal{H}}(f,t,x,y,z)$$

$\tilde{\mathcal{H}}$ étant une fonction aléatoire centrée de toutes les variables, dont les variations en fonction de $f\,x$ et z seront beaucoup plus rapides que celles de $\mathcal{H}_0$. $\tilde{\mathcal{H}}$ représente la partie "incohérente" du processus.

Nous pouvons introduire le "facteur de cohérence" partiel γ :

$$\gamma = \frac{\mathcal{H}_0^2}{\mathcal{H}_0^2 + E(\tilde{\mathcal{H}}^2)} \qquad \text{avec } 0 \leqslant \gamma \leqslant 1$$

$\mathcal{H}_0$ est une fonction déterministe qui correspond, au facteur $\sqrt{\gamma}$ près, à la solution du modèle purement déterministe.

$\tilde{\mathcal{H}}$ est la fonction de transfert aléatoire correspondant à la fraction d'énergie diffusée par les variations stochastiques du milieu, sauf dans le cas où $\mathcal{H}$ correspond à un processus pseudo-stochastique, que l'on pourra considérer comme totalement incohérent ($\mathcal{H}_0$ et $\gamma = 0$).

Le filtre élémentaire aléatoire correspondant au processus $\mathcal{H}$ peut donc lui-même se décomposer en deux filtres en parallèles : un filtre purement déterministe dont la fonction de transfert est $\mathcal{H}_0$ et un filtre purement aléatoire dont la fonction de transfert est $\tilde{\mathcal{H}}$, ce dernier représentant le phénomène de diffusion proprement dit.

On étudiera ensuite les propriétés au second ordre de la fonction $\mathcal{H}$, ou plus exactement de la fonction centrée $\tilde{\mathcal{H}}$. Cette moyenne au 2ème ordre s'exprimera de la façon la plus générale possible, par la covariance de $\tilde{\mathcal{H}}$

$$\Gamma(f,t;x,y,z,\delta f,\delta t,\delta x,\delta y,\delta z) = E\left[\tilde{\mathcal{H}}(f,t,x,y,z)\tilde{\mathcal{H}}^*(f+\delta f, t+\delta t, x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z)\right]$$

La plupart des études effectuées jusqu'à ce jour considèrent séparément l'aspect temps-fréquence et/ou l'aspect spatial de la diffusion.

La covariance temps-fréquence $\Gamma(f,t,\delta f,\delta t)$ est définie pour une position fixe de la source et du récepteur. La covariance spatiale $\Gamma(x,y,z,\delta x,\delta y,\delta z)$ est définie pour une fréquence et à un instant donné.

La covariance temps-fréquence est le plus souvent étudiée dans le cadre d'hypothèses dites WSSUS qui reviennent à dire que le processus aléatoire est stationnaire en f aussi bien qu'en t. Dans ce cas la fonction de cohérence temps-fréquence ne dépend plus de f et de t, et elle se réduit à la fonction d'autocorrélation : $\Gamma(\delta f, \delta t)$ que l'on peut appeler aussi "fonction de cohérence temps-fréquence".

On peut alors prendre la Transformée de Fourier à deux dimensions par rapport à δf et δt seulement, ce qui donne une nouvelle fonction :

$$R(\tau, \Phi) = T.F.\left[\Gamma(\delta f, \delta t)\right]$$

qui est la fonction de diffusion, dans laquelle τ, transformée de δf, représente la variable d'étalement temporel et Φ, Transformée de δt, représente la variable d'étalement fréquentiel.

La fonction de diffusion $R(\tau,\Phi)$ représente la fonction d'ambiguïté temps-fréquence du milieu ; elle intervient dans la mesure de l'instant d'arrivée et de la fréquence d'un signal sonore, la fonction d'ambiguïté totale étant la convolution de la fonction d'ambiguïté du signal par la fonction d'ambiguïté du milieu.

./...

En pratique, les conditions WSSUS ne peuvent être vérifiées que dans un certain intervalle de temps et surtout de fréquence, et dans la pratique, on devra remplacer ces conditions par des conditions plus larges de pseudo-stationnarité à l'intérieur d'un certain domaine de f et de t. Ceci revient à dire que la covariance :

$$\Gamma(f, t, \delta f, \delta t)$$

est une fonction beaucoup plus rapidement variable de δt que de t et de δf que de f.

On peut toujours prendre la Transformée de Fourier de cette fonction par rapport aux termes différentiels seulement, ce qui conduit à une fonction de diffusion :

$$R(f, t, \tau, \Phi)$$

lentement variable en fonction de f et de t.

Si le problème de stationnarité ou de pseudo-stationnarité de la fonction de transfert ne pose guère de problèmes en fonction du temps, il n'en est pas de même en fonction de la fréquence. En effet, la non stationnarité le long de la variable f n'est pas liée à une non stationnarité du processus stochastique de base au niveau du modèle physique, mais elle est intimement liée au mécanisme de diffraction de dispersion et d'effet doppler qui fait intervenir la fréquence comme un paramètre fondamental.

Mme JOURDAIN [3] et [4] propose d'exprimer la fonction de corrélation d'un "canal réverbérant" en fonction d'un opérateur de compression qui, pour une fréquence f donnée est égal à :

$$\xi = \frac{\Phi}{f}$$

ξ est en fait une variable d'étalement doppler.

Nous pouvons également proposer de remplacer la variable τ par une "variable de dispersion temporelle" η, sans dimension, qui serait égale, pour une fréquence f donnée à :

$$\eta = \tau f$$

η exprimerait l'étalement temporel à une fréquence donnée en nombre de périodes de cette fréquence.

On peut également introduire des termes différentiels sans dimension dans la fonction de cohérence temps-fréquence, et remplacer δf par $\delta f / f$ et δt par $2\pi\, \delta t$. On obtient alors une paire de fonctions normalisées, Tranformées de Fourier l'une de l'autre :

$$\Gamma\left(\frac{\delta f}{f}, 2\pi f\, \delta t\right)$$

que nous pourrons appeler "fonction de cohérence (temps-fréquence) normalisée" et

$$R(\eta, \xi)$$

ou "fonction de diffusion normalisée".

$R(\eta, \xi)$ est particulièrement adapté à la représentation de l'étalement fréquentiel qui résulte de l'effet doppler lié aux variations de temps de parcours des divers trajets sonores et du phénomène de dispersion qui tend en général à engendrer un étalement temporel plus ou moins proportionnel à la longueur d'onde.

./...

Dans de nombreux cas la stationnarité de $\Gamma(\delta f/f, 2\pi f\, \delta t)$ et de $R(\eta, \xi)$ en fonction de f sera meilleure que celle de $\Gamma(\delta f, \delta t)$ et de $R(\tau, \Phi)$ étant bien entendu que cette stationnarité a des limites (surtout en f) et que les fonctions normalisées resteront des fonctions lentement variables de t et surtout de f.

En ce qui concerne la covariance spatiale $\Gamma(x, y, z, \delta x, \delta y, \delta z)$ on peut également se placer dans un cadre d'hypothèses de stationnarité où la covariance Γ ne dépend pas de x, y et z mais seulement de δx, δy et δz et se réduit à une fonction de corrélation dite "fonction de cohérence spatiale". $\Gamma(\delta x, \delta y, \delta z)$

On peut prendre la Transformée de Fourier de cette fonction par rapport à δx, δy, δz ce qui conduit à une nouvelle fonction :

$$R(u, v, w) = \iiint \Gamma(\delta x, \delta y, \delta z)\, e^{-2\pi i [u \delta x + v \delta y + w \delta z]}$$

que l'on pourra appeler : "fonction de diffusion spatiale".

Les nouvelles variables u, v et w sont les "fréquences spatiales" le long des axes x y et z. On peut en général décomposer en ondes planes élémentaires le champ sonore produit au voisinage du point $\vec{r}$ par une source monochromatique de niveau unité et de fréquence f située au point $\vec{s}$, le plan de chacune de ces ondes faisant un angle θ_x avec l'axe des x, θ_y avec l'axe des y et θ_z avec l'axe des z ; la signification des variables u v et w est alors la suivante :

$$u = \frac{f}{c} \sin \theta_x \qquad v = \frac{f}{c} \sin \theta_y \qquad w = \frac{f}{c} \sin \theta_z$$

Les angles θ_x, θ_y et θ_z qui définissent la direction d'une onde plane sont liés par la relation :

$$\sin^2 \theta_x + \sin^2 \theta_y + \sin^2 \theta_z = 1$$

Les variables u, v et w ne sont donc pas indépendantes mais elles sont liées par la relation :

$$u^2 + v^2 + w^2 = \frac{c^2}{f^2}$$

qui dépend de f.

Il suffira donc d'exprimer la fonction de diffusion spatiale en fonction de deux seulement des trois variables u, v et w, par exemple en fonction de v et w : $R(v, w)$ pour caractériser la diffusion spatiale.

Il sera plus parlant d'exprimer cette fonction de diffusion en fonction de la direction des ondes planes élémentaires et de l'écrire sous la forme :

$$R(\theta_y, \theta_z)$$

que l'on peut appeler "fonction de diffusion angulaire", et dont la signification physique est très claire : $R(\theta_y, \theta_z)$ peut être considérée comme la fonction d'ambiguïté angulaire du milieu. Lorsqu'on utilise une antenne de réception directive, l'ambiguïté totale qui affecte l'estimation de la direction d'un bruiteur résulte de la convolution de cette fonction de diffusion angulaire par la fonction de directivité de l'antenne.

./...

De même, les variables δx, δy et δz, transformées de u, v et w ne seront pas indépendantes et la fonction de cohérence spatiale $\Gamma(\delta x, \delta y, \delta z)$ sera complètement définie par la connaissance de ses variations en fonction de deux variables seulement.

On pourra prendre les variables δy et δz, c'est-à-dire étudier la cohérence dans un plan perpendiculaire à la direction principale de propagation, soit :

$$\Gamma(0, \delta y, \delta z)$$

Le calcul de la fonction Γ complète faisant intervenir la variable longitudinale δx, pourra se faire à partir de son expression dans le plan $\delta y\, \delta z$, mais elle exigera deux transformations de Fourier successives :

$$R(v,w) = \iint \Gamma(0,\delta y,\delta z)\, e^{2\pi i f(v\delta y + w\delta z)}\, d\delta y\, d\delta z$$

$$\Gamma(\delta x, \delta y, \delta z) = \iint R(v,w)\, e^{-2\pi i f\left[\sqrt{\frac{c^2}{f^2} - v^2 - w^2}\,\delta x + v\delta y + w\delta z\right]}\, dv\, dw$$

Ce calcul fait intervenir la fréquence.

On peut s'affranchir de la dépendance de f en adoptant pour Γ les variables sans dimension : $2\pi \frac{\delta x}{\lambda}$ etc.

La "fonction de cohérence spatiale normalisée" s'écrira alors :

$$\Gamma\left(2\pi\frac{\delta x}{\lambda}, 2\pi\frac{\delta y}{\lambda}, 2\pi\frac{\delta z}{\lambda}\right)$$

On montre facilement que la transformée de Fourier de cette fonction est une fonction de diffusion angulaire qui s'exprime sous la forme :

$$R(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$$

où $\alpha_x = \sin\theta_x$, $\alpha_y = \sin\theta_y$, $\alpha_z = \sin\theta_z$,

α_x, α_y et α_z étant aussi les cosinus directeur associés à la direction de propagation de l'onde plane élémentaire.

4. FONCTION DE COHERENCE ET DE DIFFUSION GENERALISEES

Ainsi que nous l'avons vu au paragraphe précédent la covariance la plus générale de la fonction de transfert aléatoire centrée s'exprime par la fonction de 10 variables :

$$\Gamma(f, t, x, y, z, \delta f, \delta t, \delta x, \delta y, \delta z)$$

Au lieu d'étudier séparément la fonction de cohérence temps-fréquence et la fonction de cohérence spatiale, il peut être intéressant de conserver l'aspect multidimensionnel de cette fonction qui représente le phénomène de diffusion dans son ensemble.

Comme dans le paragraphe précédent nous adopterons certaines hypothèses de stationnarité telles que Γ ne soit fonction que des termes différentiels, ou tout au moins des conditions de stationnarité locales telles que Γ soit une fonction lentement variable de f, t, x, y et z.

Nous pouvons alors prendre la transformée de Fourier de cette fonction par rapport aux cinq termes différentiels, ce qui nous donnera une fonction de diffusion généralisée :

./...

$$R(\tau, \Phi, u, v, w)$$

On pourra également exprimer Γ et R en fonction de variables sans dimension, ce qui conduira à une "fonction de cohérence généralisée et normalisée" :

$$\Gamma\left(\frac{\delta f}{f}, 2\pi f t, 2\pi\frac{x}{\lambda}, 2\pi\frac{y}{\lambda}, 2\pi\frac{z}{\lambda}\right)$$

dont la transformée de Fourier sera la "fonction de diffusion généralisée et normalisée" :

$$R(\eta, \xi, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$$

Rappelons que les trois variables spatiales sont liées ce qui réduit à quatre le nombre de variables indépendantes.

En fait, Γ et R, sous leur forme originale comme sous leur forme normalisée, sont aussi des fonctions lentement variables de f, t, x, y, z. On notera à ce propos que l'évolution de Γ et R est principalement liée aux mécanismes physiques de la diffusion pour ce qui concerne la dépendance en f, et à l'évolution de la géométrie pour les variables x et z; par contre, les variations en y et en t sont directement liées à la non stationnarité spatiale et temporelle des facteurs stochastiques qui affectent le milieu.

La fonction de diffusion généralisée représente l'ambiguïté du milieu vis-à-vis de l'estimation du temps, de la fréquence et de la direction d'arrivée d'un signal. Un signal dont la fonction d'ambiguïté propre se réduirait à un point dans le domaine temps-fréquence-directions apparaît comme une image de dimensions finies dans cet espace. Dans le cas d'un canal "décomposable", ce nuage ne sera pas continu mais il sera constitué d'un certain nombre de nuages élémentaires provenant de directions verticales différentes et dont l'étalement temporel (la profondeur en distance), l'étalement fréquentiel (ou l'ambiguïté doppler) et la dimension angulaire horizontale et verticale pourront être très variables d'un nuage élémentaire à l'autre.

La décomposition du domaine d'ambiguité en "nuages" élémentaires résolubles dans l'espace à quatre dimensions $\tau\, \Phi\, \theta_y\, \theta_z$ n'apparaitrait peut-être pas avec une représentation séparée des projections de ces nuages sur le plan $\tau\, \Phi$ d'une part, et sur le plan $\theta_y\, \theta_z$ d'autre part.

Dans le cas d'un canal non résoluble, tel que le canal correspondant au modèle représenté par une fonction de transfert pseudo-stochastique en série avec une cellule purement stochastique (canal de transmission petits fonds aux fréquences sonar) la connaissance de la fonction de diffusion généralisée permettrait de répondre à de nombreuses questions qui se posent actuellement, telles que :

. Quelle est l'influence de la directivité verticale des récepteurs (ou des émetteurs) sur la cohérence horizontale, l'étalement spectral et l'étalement temporel des signaux reçus ?

. Comment varie la diffusion angulaire et fréquentielle en fonction du temps au cours de la réception du signal provenant d'une impulsion brève, étalée dans le temps par la propagation ? L'estimation de direction et de doppler est-elle meilleure si on ne prend que le début du signal ?

./...

. Quel est l'élargissement spectral et angulaire que l'on observe à partir d'un récepteur et/ou d'une source animée d'un mouvement uniforme ? (Dans ce cas, on peut montrer que le mouvement de la source ou du récepteur se traduit par une simple rotation des axes de la fonction de diffusion généralisée).

La connaissance de la fonction de diffusion généralisée permet de résoudre tous les problèmes qui risquent de se poser dans le domaine du traitement du signal, alors que la connaissance séparée de la fonction de diffusion temps-fréquence d'une part, et de la fonction de diffusion angulaire d'autre part, laisserait un grand nombre de questions sans réponse.

5. CONCLUSION

La description des phénomènes de diffusion qui risquent de perturber la transmission de l'information dans un canal acoustique sous-marin fait appel à un certain nombre de concepts, tels que la fonction de diffusion, la cohérence spatiale, la distorsion du front d'onde, les fluctuations d'amplitude et de phase, la diffusion angulaire, etc., qui paraissent très abstraits à beaucoup d'utilisateurs. Ceux-ci sont souvent déroutés par la multiplicité des divers aspects que présentent les phénomènes et des divers langages que l'on peut utiliser pour les décrire. D'autre part, il est parfois très difficile d'opérer la distinction entre les fluctuations de champ sonore qui sont directement liées aux fluctuations stochastiques à petite échelle qui affectent le support physique du canal acoustique, et celles qui résultent simplement des interférences entre trajets multiples et/ou de la plus ou moins grande complexité de la solution de modèles purement déterministes.

La confusion entre ces deux types de phénomènes est une source fréquente de conclusions erronées dans l'interprétation de certaines observations.

Il serait souhaitable de conduire quelques études théoriques et expérimentales qui chercheraient à décrire les différents aspects de la diffusion dans un certain nombre de cas précis, et qui en présenteraient les résultats sous une forme suffisamment concrète et "physique". On s'apercevra alors que le fait de raisonner simultanément en temps, fréquence et espace permet de mieux saisir le mécanisme des phénomènes et qu'il est finalement plus facile de concevoir le sens physique d'une fonction de diffusion généralisée à quatre variables, que de raisonner indépendemment sur un ensemble de fonctions réduites dont on arrive difficilement à coordonner les interprétations.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] R. LAVAL - "Sound Propagation effects on signal Processing". Conférence prononcée au "NATO Advanced Study Institute on Signal Processing" en Août 1972 à l'Université de Technologie de Loughborough, UK.
Comptes rendus édités par Academic Press.

[2] R. LAVAL - Time-Frequency-Space Generalised Coherence and Scattering Function. Conférence prononcée au "NATO Advanced Study Institute on Signal Processing" en Septembre 1976 à Porto Venere, Italie.
Comptes rendus en cours de publication.

[3] G. JOURDAIN - Caractérisation d'un milieu de transmission variable par un modèle de FAPV.
Annales Télécommunications, Septembre-Octobre 1973.

[4] G. JOURDAIN - Filtres linéaires aléatoires et non stationnaires. Modèles simulation et applications.
These de Doctorat d'Etat présentée à l'Université de Grenoble. Septembre 1976.