11/1

COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

APPLICATION DE LA THEORIE DES RAYONS MODIFIES A LA PROPAGATION ACOUSTIQUE SOUS-MARINE AUX BASSES FREQUENCES PAR GRANDS FONDS

APPLICATION OF MODIFIED RAY THEORY TO LOW-FREQUENCY ACOUSTIC PROPAGATION IN THE DEEP OCEAN

Jacques JOSEPH

THOMSON-CSF, Division A.S.M. 06802 Cagnes-sur-Mer (France)

THOMSON-CSF, A.S.M. Division, 06802 Cagnes-sur-Mer (France)

RESUME

La théorie des rayons modifiés de Murphy résulte de l'emploi successif de la procédure WKB <u>généralisée</u> et de la méthode de la phase stationnaire, alors que dans la théorie des rayons classiques, on utilise la procédure WKB <u>classique</u> et la méthode de la phase stationnaire. Cette théorie tient compte des phénomènes de diffraction qui se produisent dans la propagation océanique aux fréquences inférieures à 1 kHz, lorsque le profil de célérité possède un ou plusieurs maxima, soit dans la couche d'eau, soit en surface ou sur le fond. Un rayon proche du rayon "rasant" subit lorsqu'il se retourne ou se réfléchit, un déplacement par rapport au rayon classique, qui dépend de la fréquence et entraîne une modification de la perte par divergence géométrique. Lorsque le maximum de célérité est dans la couche d'eau, il y a toujours un rayon transmis et un rayon réfléchi, avec des coefficients de transmission et de réflexion qui dépendent de la fréquence.

On a mis au point un programme qui trace les rayons modifiés et en calcule l'intensité, pour un profil de célérité à peu près quelconque approché par segments linéaires. On présente des exemples d'application, qui mettent en évidence des déplacements de zones d'ombre et de zones de convergence, ainsi que les fuites d'un chenal subsurface vers un chenal profond. On souligne les limitations de cette théorie, dues à la méthode de la phase stationnaire, et on indique comment, avec certaines améliorations, elle pourrait s'appliquer à tous les problèmes de propagation par grands fonds aux fréquences supérieures à une dizaine de hertz.

* Etude financée par la Direction des Recherches et Moyens d'Essais, Paris (France)

SUMMARY

Murphy's Modified Ray Theory (MRT) arises from using <u>generalized</u> WKB procedure followed by the method of stationary phase while in ordinary ray theory <u>classical</u> WKB approximation is used together with the method of stationary phase. This theory accounts for diffraction effects which are significant in underwater sound propagation at frequencies below 1 kHz, when there are local maxima in sound velocity, either on a boundary (surface or bottom) or in the water depth. A ray near the "grazing ray" suffers at each reversal or reflection a frequency dependent displacement from the ordinary ray, which in turn gives rise to a modified spreading loss. When the sound velocity maximum is in the water depth, there are always one transmitted ray and one reflected ray, with frequency-dependent transmission and reflection coefficients.

A computer program has been developed, which traces modified rays and calculates their intensity, for a sound velocity consisting of constant-gradient layers. Examples of application are presented which show displacements of shadow zones and convergence zones as well as leakage from a subsurface channel to a deep one. The limitations of the theory are then considered. The method of stationary phase is responsible for them and possible improvements are suggested that could lead to a more general theory applicable to all deep underwater sound propagation problems at frequencies above a few tens of hertz.

APPLICATION DE LA THEORIE DES RAYONS MODIFIES A LA PROPAGATION ACOUSTIQUE SOUS-MARINE AUX BASSES FREQUENCES PAR GRANDS FONDS

APPLICATION OF MODIFIED RAY THEORY TO LOW-FREQUENCY ACOUSTIC PROPAGATION IN THE DEEP OCEAN

1. - INTRODUCTION.

Lorsqu'on désire étudier la propagation du son dans l'eau aux basses fréquences, la théorie des rayons devient insuffisante car elle ne rend pas compte des phénomènes de diffraction qui se produisent essentiellement au voisinage des caustiques, des frontières et des immersions où le profil vertical de célérité présente un extremum. La limite de validité dépend de la précision désirée et du cas particulier envisagé. D'après Williams [1], des résultats expérimentaux et théoriques indiquent très grossièrement que, par grands fonds, la théorie des rayons donne des résultats satisfaisants au-dessus de 1000 Hz, douteux entre 200 et 1000 Hz, faux en-dessous de 200 Hz.

Depuis assez longtemps, des études ont été entreprises afin d'améliorer la théorie des rayons tout en préservant l'essentiel de ses avantages par rapport à la théorie des modes : calcul plus rapide, approche plus "physique" des phénomènes grâce aux diagrammes de rayons (les corrections n'intervenant que dans les régions où se produit la diffraction). En ce qui concerne les caustiques, les techniques de calcul développées par Brekhovskikh [2] et Ludwig [3] commencent à être introduites dans des programmes opérationnels [4]. Par contre, le problème de la diffraction due à la présence d'un maximum de célérité sur une frontière ou dans la couche d'eau n'a pas encore reçu de solution satisfaisante : la théorie de Keller [5] présente de sérieuses limitations [6] [7] et il n'est pas prouvé que la théorie très complexe due à Bleistein [6] soit applicable à des cas pratiques.

La "théorie des rayons modifiés" présentée par Murphy et Davis dans une succession d'articles (Réf. [7] à [11]), constitue une approche originale de ce problème. Elle ne doit pas être confondue avec les extensions de la théorie des rayons mentionnées ci-dessus, et notamment avec celle de Brekhovskikh [2] souvent désignée aussi sous le nom de "Modified Ray Theory". Dans la théorie de Murphy et Davis, s'il existe un maximum de célérité sur une frontière ou dans la couche d'eau, un rayon proche du rayon rasant subit, lorsqu'il se retourne ou se réfléchit, un déplacement horizontal qui diminue avec la fréquence ainsi qu'avec l'angle de rasance ou la distance du point de retournement à la frontière. Ce déplacement entraîne une modification de la perte par divergence géométrique. De plus, lorsque le maximum de célérité est dans la couche d'eau, un rayon incident donne toujours naissance à un rayon transmis et un rayon réfléchi, avec des coefficients de transmission et de réflexion appropriés.

Le but de cet exposé n'est pas de présenter en détail cette théorie, le lecteur intéressé pouvant consulter les articles de Murphy et Davis (Réf. [7] à [11]), mais d'en montrer les possibilités d'application pratique et les limitations. En effet, Murphy et Davis n'ont étudié que des profils bathythermiques simplifiés ($n^2(z)$ linéaire, bilinéaire ou quadratique) et se sont contentés le plus souvent de considérations qualitatives. Après une première partie consacrée à un résumé des principaux résultats de la théorie, on présentera le programme de calcul qui a été mis au point et permet le calcul et le tracé de rayons modifiés pour un profil de célérité à peu près quelconque approché par des segments linéaires. On montrera ensuite des exemples d'application de ce programme. En conclusion, on soulignera les limitations de la théorie et on indiquera comment il est possible de l'améliorer pour s'affranchir de ces limitations.

2. - RESUME DE LA THEORIE (Réf. [7] à [11]).

2.1. Généralités. Procédure WKB généralisée.

Le milieu marin est supposé presque homogène (on néglige les variations spatiales de la densité), sans amortissement (les pertes par absorption sont rajoutées a posteriori) et stratifié, c'est-à-dire que le fond est horizontal et que la célérité du son ne dépend que de la profondeur. Dans ces conditions, le champ sonore (pression ou potentiel des vitesses) en un point de coordonnées cylindriques (r,z) dû à une source ponctuelle monochromatique de pulsation ω située au point $(0,z_o)$, peut s'écrire sous la forme :

$$\Psi(r,z)= \int_o^\infty k_o^2\, G(z,\xi)\, J_o(k_o\, \xi r)\xi\, d\, \xi \qquad (1)$$

où $k_o = \dfrac{\omega}{c(z_o)} = \dfrac{\omega}{c_o}$, et où G est la "fonction de Green"
On montre [12] que Ψ peut être décomposé en une somme d'intégrales qui correspondent chacune à un nombre déterminé de réflexions sur la surface et sur le fond. Par exemple le champ réfléchi une fois sur la surface s'écrit, à un facteur de proportionnalité près :

$$\Psi_R(r,z) = \int_o^\infty \gamma_{sur}(\xi)\; Z^+(z_o,\xi)\; Z^+(z,\xi) J_o(k_o\xi r)\xi\, d\, \xi \quad (2)$$

alors que le champ direct s'écrit si le récepteur est entre la surface et le niveau de la source :

$$\Psi_I(r,z) = \int_o^\infty Z^+(z_o,\xi)\, Z^-(z,\xi) J_o(k_o\, \xi r)\xi\, d\, \xi \qquad (3)$$

Dans ces expressions, Z^- et Z^+ sont deux solutions indépendantes quelconques de l'équation "séparée en z"

$$\frac{d^2\, Z(z,\xi)}{dz^2} + k_o^2\, p^2(z,\xi)\, Z(z,\xi) = 0 \qquad (4)$$

$$\text{où : } p^2(z,\xi) = \frac{c_o^2}{c^2(z)} - \xi^2 = n^2(z) - \xi^2 \qquad (5)$$

Si Z^- et Z^+ sont choisies de façon à représenter physiquement des ondes qui se propagent respectivement vers la surface et vers le fond, γ_{sur} est un coefficient de réflexion déterminé par les conditions aux limites (par exemple, annulation du champ total sur une surface libre, de sa dérivée normale sur un fond rigide).

Pour calculer le champ en un point il faut donc successivement résoudre l'équation en z (4), déterminer les coefficients de réflexion sur la surface et sur le fond grâce aux conditions aux limites, et calculer chacune des intégrales du type (2) ou (3). L'approximation WKB fournit des solutions $Z^\pm$ sous la forme d'ondes quasi-planes qui obéissent à la loi de Descartes et dont l'angle θ_o avec l'horizontale au niveau de la source est donné par la relation $\xi = \cos\, \theta_o$. Si l'intégration par rapport à ξ est effectuée par la méthode de la phase stationnaire, on retrouve les résultats classiques de la théorie des rayons : principe de Fermat, loi de la conservation de l'énergie dans un tube de rayons.

Cependant, l'approximation WKB n'est pas valable près des points de retournement définis par $\theta = 0$, soit $p^2(z,\xi) = 0$. Les erreurs qui en résultent sont surtout sensibles aux basses fréquences, dans le cas où un rayon se retourne près de la surface, du fond ou d'un extremum de célérité, ou s'y présente avec une rasance faible. La procédure WKB généralisée qui fournit des solutions approchées $Z^\pm$ de l'équation en z valables en tout point de l'espace, permet de corriger en grande partie ces erreurs. Complétée par la méthode de la phase stationnaire, elle donne naissance à la théorie des rayons modifiés. Les solutions $Z^\pm$ peuvent être, soit des fonctions d'Airy, soit des fonctions de Weber [13]. Ces solutions sont exactes respectivement dans le cas où $n^2(z)$ est linéaire et dans celui où $n^2(z)$ est quadratique. On a préféré se limiter aux fonctions d'Airy dont le maniement est beaucoup plus simple et qui suffisent pour traiter la plupart des cas pratiques à condition de découper le profil de célérité en couches où il est monotone. On détermine dans chacune de ces couches les solutions appropriées que l'on raccorde grâce aux conditions de continuité sur les interfaces.

2.2. Rayons modifiés.

Loin des points de retournement, les solutions WKB généralisées sont asymptotiques aux solutions WKB classiques, c'est-à-dire des exponentielles complexes. Lorsque $k_o\, \xi r >> 1$, on peut aussi remplacer $J_o(k_o\, \xi r)$ par sa forme asymptotique, et donc intégrer par rapport à ξ par la méthode de la phase stationnaire. La seule différence avec la théorie classique réside dans les coefficients de réflexion. En effet, ceux-ci dépendent désormais, non plus seulement des conditions aux limites, mais encore de l'angle de départ (par l'intermédiaire de $\xi = \cos\, \theta_o$), du profil de célérité et de la fréquence. De plus, les conditions de continuité sur les maxima de célérité font apparaître des coefficients de réflexion et de transmission partiels $\gamma_R(\xi)$ et $\gamma_T(\xi)$ tels que $|\gamma_R|^2 + |\gamma_T|^2 = 1$, alors que l'approximation WKB classique prévoit une réflexion ou une transmission totales. Le fait que ces coefficients dépendent de ξ se traduit par un déplacement horizontal du rayon par rapport à la théorie classique :

$$\Delta r(\xi) = - \frac{1}{k_o} \frac{\partial}{\partial \xi} (\text{Arg}\ \gamma) \qquad (6)$$

où γ désigne le coefficient de réflexion ou de transmission.

Cette propriété, jointe à la création d'un rayon supplémentaire et à l'introduction de pertes par réflexion et transmission partielles sur les maxima de célérité, constitue la base de la théorie des rayons modifiés (Fig. 1). Le déplacement Δr tient compte globalement des phénomènes de diffraction qui se produisent dans la zone du retournement, mais il faut noter que le rayon modifié n'existe que "loin" de cette zone, lorsque la méthode de la phase stationnaire peut s'appliquer. Il obéit alors aux lois classiques de l'optique géométrique. Δr diminue avec la fréquence et dépend des conditions aux limites : il est positif pour un fond rigide, négatif pour une surface libre, positif ou négatif pour un maximum de célérité. Il n'est significatif que si le rayon se retourne près de la frontière ou s'y présente avec une rasance faible.

APPLICATION DE LA THEORIE DES RAYONS MODIFIES A LA PROPAGATION ACOUSTIQUE SOUS-MARINE AUX BASSES FREQUENCES PAR GRANDS FONDS

APPLICATION OF MODIFIED RAY THEORY TO LOW-FREQUENCY ACOUSTIC PROPAGATION IN THE DEEP OCEAN

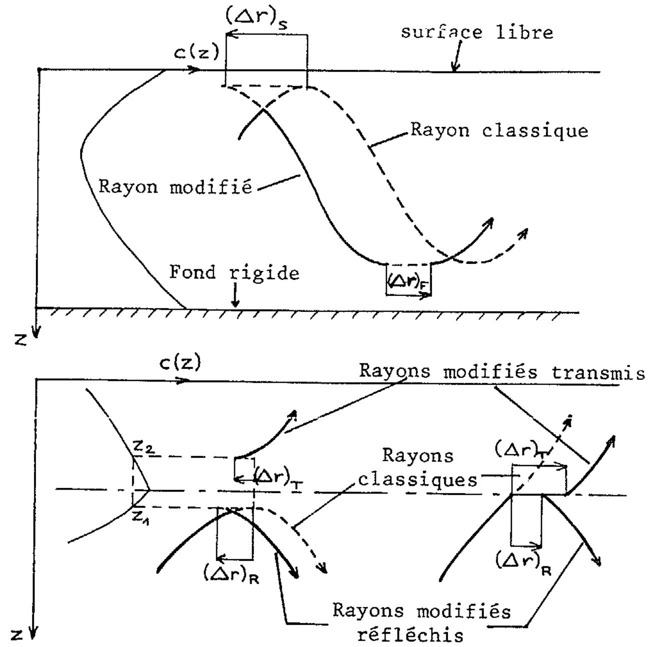


Fig. 1 : Effets de la théorie des rayons modifiés

3. - APPLICATIONS.

3.1. Programme de calcul.

On a mis au point un programme FORTRAN qui trace à une fréquence donnée les rayons modifiés (ou classiques sur option) et en calcule l'intensité par la méthode de la phase stationnaire, c'est-à-dire de la conservation du flux d'intensité à travers un "tube de rayons modifiés". On suppose la surface libre et le fond rigide. Le profil de célérité est approché par des couches à gradient constant. La seule limitation concernant ce profil (Fig. 2) est qu'il ne doit pas y avoir de couche isocélère sauf des couches à célérité minimum. Cette limitation pourrait être supprimée si on employait l'approximation WKB classique dans la couche isocélère, et si on calculait des coefficients de réflexion et de transmission à chaque extrémité de la couche. D'autre part, on a supposé pour simplifier les calculs que les variations de célérité dans chaque couche sont faibles, de sorte que $n^2(z)$ puisse être considéré comme linéaire. Pour respecter cette condition, il suffit le cas échéant, d'ajouter des points intermédiaires au profil de célérité, mais l'expérience a prouvé que pratiquement ce n'est jamais nécessaire.

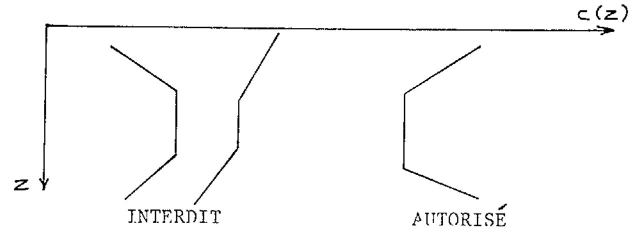
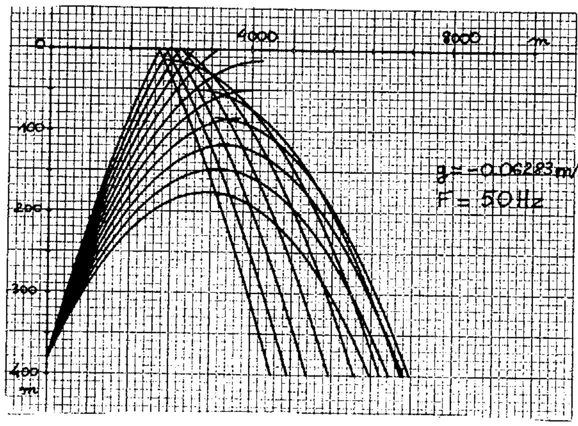


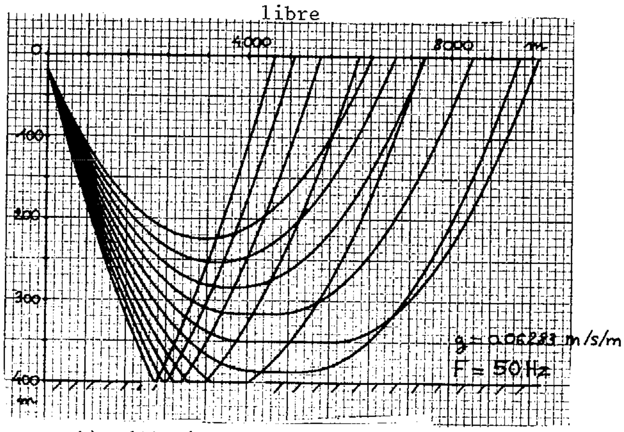
Fig. 2 : Limitations concernant le profil de célérité

3.2. Profil de célérité linéaire. Distance de la zone d'ombre.

Le cas le plus simple est celui où la célérité décroît linéairement à partir de la surface ou du fond. La figure 3 montre un exemple de tracés de rayons modifiés obtenus dans ce cas, les valeurs numériques étant tirées de la référence [9]. Le déplacement Δr, calculé à partir de la formule (6) est appliqué brusquement au rayon lorsqu'il se retourne ou se réfléchit, mais on rappelle que ce n'est qu'une représentation schématique, le rayon modifié n'existant réellement que lorsqu'on s'est éloigné de la zone du retournement (§ 2.2).



a) Réflexions sur une surface libre



b) Réflexions sur un fond rigide

Figure 3 : Exemples et tracés de rayons modifiés (Profil de célérité linéaire)

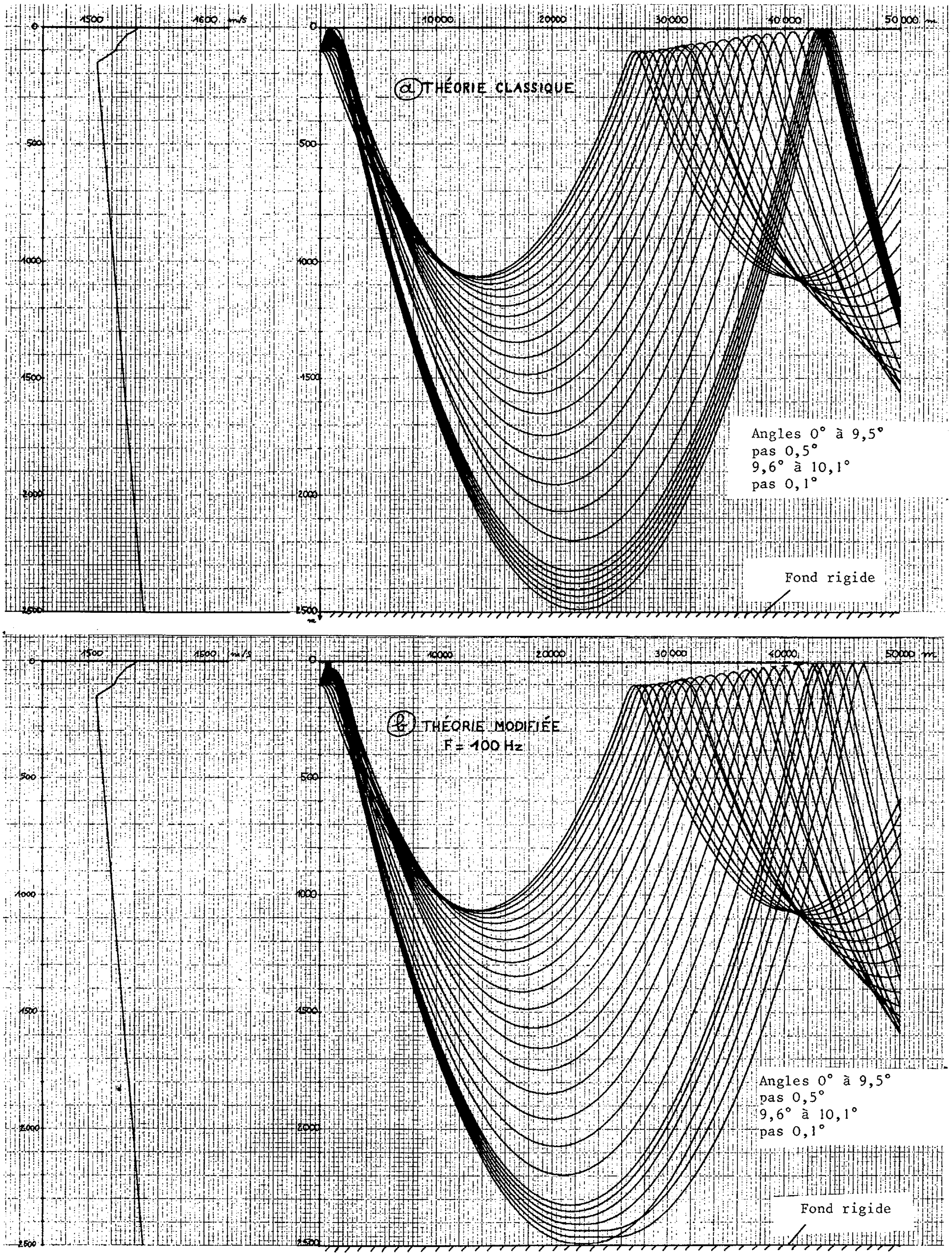


Figure 4 : Zones de convergence

Le déplacement maximum se produit pour le rayon rasant dans le cas d'une surface libre, pour un rayon qui se retourne sans toucher le fond dans le cas d'un fond rigide (le rayon rasant n'étant pas déplacé). Il est donné par la formule :

$$|\Delta r|_{max} = K\ f^{-1/3}\ |g|^{-2/3} \qquad (7)$$

où f est la fréquence, g le gradient de célérité et K un coefficient voisin de 1200 pour une surface libre, de 1000 pour un fond rigide. La formule (7) s'applique aussi (avec $K \simeq 600$) dans le cas où $|g_1| = |g_2| = g$ de part et d'autre d'un maximum de célérité.

Dans les océans, $|g|$ est rarement supérieur à 0,5 m/s/m (thermocline très accentuée en surface) et dans ces conditions les déplacements atteignent couramment plusieurs centaines de mètres à 10 kHz (quelques milliers de longueurs d'onde) et plusieurs milliers de mètres à 10 Hz (quelques dizaines de λ). Il en résulte évidemment une modification de la portée par rapport à la théorie classique : diminution dans le cas d'une surface libre augmentation dans le cas d'un fond rigide. Par exemple, la diminution de portée atteint 560 mètres, soit 22 % en valeur relative, lorsque la source et le récepteur sont immergés respectivement à 3 et 100 mètres de la surface, avec $g = -0{,}06$ m/s/m et $f = 3000$ Hz.

Cependant, s'il est exact que la décroissance de l'intensité en zone d'ombre est plus rapide dans le cas d'une surface libre que dans celui d'un fond rigide [11], les résultats ci-dessus n'ont qu'une valeur qualitative, car la méthode de la phase stationnaire n'est pas valable près de la caustique qui délimite la zone d'ombre. Pour calculer l'intensité, il faudrait recourir à des méthodes plus puissantes qui seront mentionnées dans la conclusion.

3.3. Zones de convergence.

Les figures 4a et 4b montrent respectivement des tracés de rayons classiques et modifiés obtenus dans des conditions bathythermiques typiques de la Méditerranée en été, avec une source immergée à 100 mètres dans la thermocline. Les rayons modifiés sont tracés pour une fréquence de 100 Hz. On observe un élargissement d'environ 3000 mètres de la zone de convergence qui, en valeur relative, est surtout sensible lorsque le récepteur est proche de la surface. Mais ici encore les résultats sont qualitatifs, la théorie ne permettant pas le calcul exact du champ près de la caustique qui délimite la zone d'ombre.

3.4. Fuites d'un chenal.

Dans les océans et en particulier en Atlantique, un chenal "subsurface" est souvent superposé à un chenal profond. Dans la théorie classique, les rayons émis dans un des chenaux y restent piégés, à moins de s'en évader dès le départ. C'est ce qu'indique la Figure 6a qui correspond aux conditions d'une expérience réalisée dans la région des Antilles [14]. Cependant, cette expérience a mis en évidence dans la bande 15-250 Hz des rayons qui fuient du chenal subsurface vers le chenal profond. La théorie des rayons modifiés rend très bien compte de ce phénomène, comme le montre la Fig. 6b tracée pour une fréquence de 100 Hz. On n'a représenté que les rayons pour lesquels les pertes successives par réflexion et transmission partielles sur le maximum de célérité ne dépassent pas 20 dB.

On observe un insonification partielle de la zone d'ombre dont les diagrammes de la figure 5 donnent

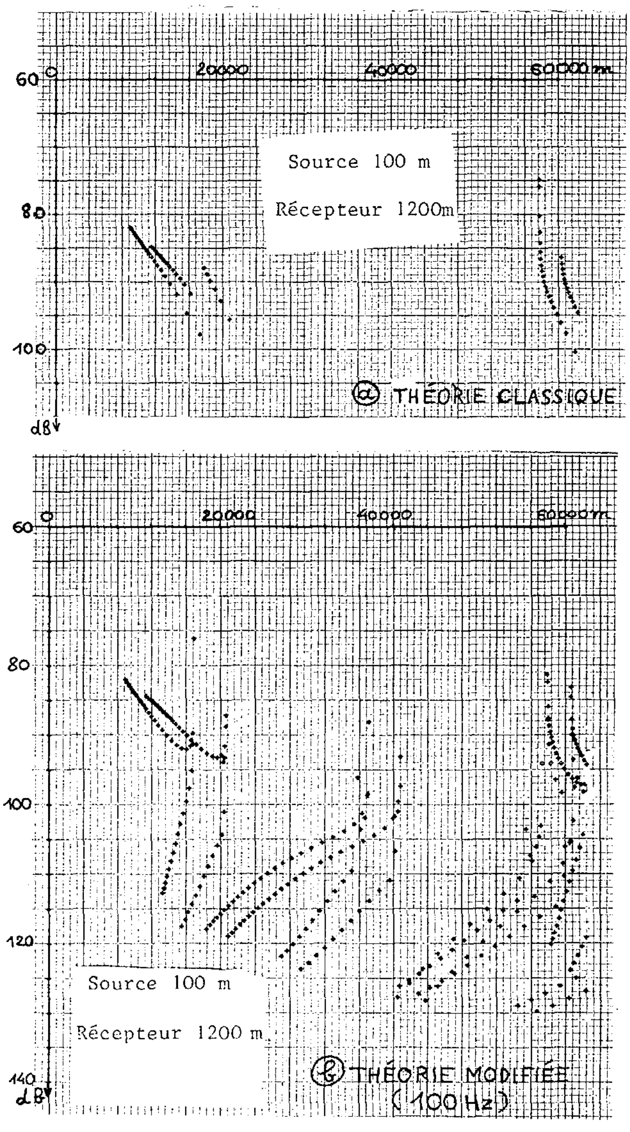


Figure 5 : Diagramme pertes-distance associé à la Fig. 6 (fuites d'un chenal)

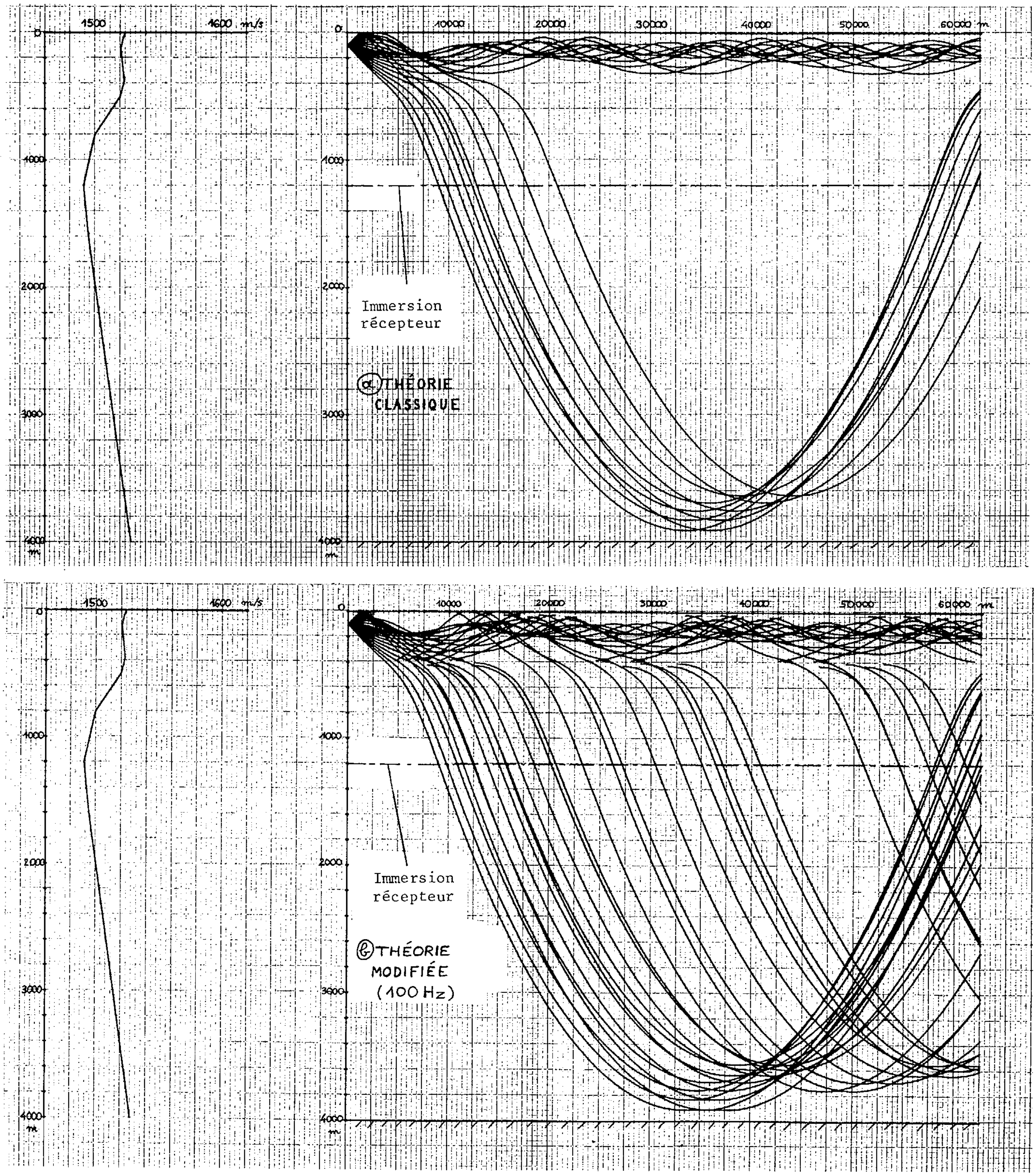


Figure 6 : Fuites d'un chenal subsurface vers un chenal profond

une idée plus quantitative : chaque point "pertes-distance" est associé au passage d'un rayon modifié à l'immersion de réception, soit 1200 mètres. Le pas d'exploration angulaire est de 0,1° au lieu de 0,5° pour les tracés de rayons. On distingue nettement, dans la zone d'ombre de la théorie classique, des "familles" de rayons modifiés. A chacune d'elles est associée une caustique où l'intensité reçue semble considérable, bien qu'on ne puisse rien conclure avec certitude à cause de l'inexactitude des calculs de pertes au voisinage des caustiques.

4. - CONCLUSION.

La théorie des rayons modifiés rend compte de façon simple et imagée de certains phénomènes de diffraction sensibles aux fréquences inférieures à 1 kHz :

déplacement des zones d'ombre et de convergence, fuites d'un chenal. Le calcul d'un rayon modifié n'étant pas sensiblement plus long que celui d'un rayon classique, l'augmentation des temps d'exécution est due presque uniquement à la création de rayons supplémentaires sur les maxima de célérité.

Cependant, la théorie présente des limitations qui restreignent son intérêt pratique : d'une part le calcul d'intensité n'est pas valable près des caustiques. D'autre part la source et le récepteur doivent être loin de tout maximum de célérité. Par exemple, dans une couche isotherme (chenal de surface, grandes profondeurs), ils doivent être éloignés du maximum d'au moins 40 m à 1 kHz, 200 m à 100 Hz et 800 m à 10 Hz. Enfin les points de retournement doivent être loin de tout minimum de célérité, ce qui interdit l'étude quantitative de la propagation guidée dans un chenal profond ou un chenal de surface.

Mais il est important de noter que toutes ces limitations sont le fait de la méthode de la phase stationnaire et non de la procédure WKB généralisée. Aussi, pour tirer parti de tous les avantages de cette dernière par rapport à l'approximation WKB classique, faut-il recourir à des techniques d'intégration plus puissantes que la méthode de la phase stationnaire. Deux solutions sont envisageables :

- La première, choisie par Davis [11] consiste à utiliser des extensions analytiques de la méthode de la phase stationnaire au voisinage des caustiques. Une propriété très importante de la théorie des rayons modifiés est que les zones d'ombre sont toujours délimitées par des caustiques [9] [10], alors qu'en théorie classique elles le sont souvent par un "rayon limite", où la dérivée de la phase par rapport à ξ est discontinue. Il est donc inutile de recourir à la théorie très complexe de Bleistein [6], car on peut employer les méthodes asymptotiques uniformes de Ludwig [3]. Cependant, celles-ci nécessitent le calcul des termes $\partial^3(\mathrm{Arg}\gamma)/\partial\xi^3$ (avec les notations du § 2.2), qui risque d'être inextricable sauf pour des profils de célérité très simples ($n^2(z)$ linéaire [11]). D'autre part, cette méthode ne s'attaque qu'au problème des caustiques alors qu'on a mentionné d'autres types de limitations.

- La deuxième solution, plus générale, consiste à remplacer la méthode de la phase stationnaire par des techniques d'intégration numériques partout où elle ne s'applique pas : c'est de que Weinberg [2] désigne sous le nom de "théorie des rayons généralisés". Cette méthode, en principe applicable à tous les problèmes de propagation par grands fonds aux fréquences supérieures à une dizaine de hertz, devrait permettre un calcul du champ sonore qui soit à la fois plus rapide que les méthodes entièrement numériques et beaucoup plus précis que la théorie des rayons.

-:-:-:-

- BIBLIOGRAPHIE -

[1] A.O. Williams Jr "Normal modes in propagation of underwater sound" Chap. 2 de "Underwater acoustics" R.W.B. Stephens ed. Wiley (1970).

[2] L.M. Brekhovskikh "Waves in layered media" Acad. Press Inc. New-York (1960)

[3] D. Ludwig "Uniform asymptotic expansions at a caustic" Comm. on Pure and Appl. Math. vol 19 p 215-250 (1966)

[4] H. Weinberg "Navy interim surface ship model" (NISSM) II" NUSC Tech. Rep. 4527 (1973)

[5] B.D. Seckler, J.B. Keller "Geometrical theory of diffraction in inhomogeneous media" JASA vol 31-2 p 192-216 (1959)

[6] L. Saltiel "Les méthodes asymptotiques en acoustique sous-marine" Revue du CETHEDEC n° 42 (1975)

[7] E.L. Murphy "Ray representation of diffraction effects in the split-beam sound field" JASA vol 43.3 p. 610-618 (1968)

[8] E.L. Murphy "Modified ray theory for the two-turning-point problem" JASA vol 47-3 p. 899-908 (1970)

[9] E.L. Murphy and J.A. Davis "Modified ray theory for bounded media" JASA vol 56-6 p. 1747-1760 (1974)

[10] J.A. Davis "Modified ray theory for discontinuous media" Woods Hole Oceanogr. Inst. Tech. Rep. n° 74-31 (1974)

[11] J.A. Davis "Extended modified ray theory field in bounded and unbounded inhomogeneous media" JASA vol 57-2 p. 276-286 (1975)

[12] H. Weinberg "Application of ray theory to acoustic propagation in horizontally stratified oceans" JASA vol 58-1 p. 97-109 (1975)

[13] M. Abramowitz and I.A. Stegun "Handbook of mathematical functions" Dover Publications NY (1965)

[14] R.M. Fitzgerald et al "Influence of the subsurface sound channel on long-range propagation paths and travel times" JASA vol 55-1 p. 47-53 (1974)

-:-:-:-:-