

# COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

---

ETUDE DES MILIEUX STRATIFIES : RECONNAISSANCE DES COEFFICIENTS DE  
REFLEXION PAR LES TECHNIQUES DE TRAITEMENT DU SIGNAL  
WAVE PROPAGATION IN LAYERED MEDIA : ESTIMATE OF REFLECTION COEFFICIENTS  
BY SIGNAL PROCESSING TECHNIQS

J.P. HERAULT ; Melle STEPHANAKIS ; C. GAZANHES

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique - C.N.R.S. - 31 chemin Joseph Aiguier - 13274 MARSEILLE Cedex 2 -

---

## RESUME

## SUMMARY

Une analyse de la réponse d'un milieu stratifié à une sollicitation ultrasonore en incidence normale est proposée dans cette étude.

Ce milieu, assimilable à un filtre, est essentiellement caractérisé par les paramètres suivants: nombre, nature et épaisseur des couches insonifiées.

L'étude de la propagation dans le milieu, moyennant certaines hypothèses, conduit à la détermination de la réponse impulsionnelle permettant la reconnaissance des coefficients de réflexion. Il est effectivement possible de mesurer sur un tel enregistrement les retards introduits par les strates successives et les amplitudes des échos réfléchis par les dioptrés correspondants.

On montre que l'application du modèle de Robinson modifié permet de ramener un milieu stratifié hétérochrone à un milieu stratifié isochrone.

L'équation caractérisant le milieu permet, par un algorithme programmé, de déduire à partir du paramètre d'ordre  $k$ , les paramètres  $k-1$ ,  $k-2$ , etc... représentant les coefficients de réflexion des dioptrés  $k-1$ ,  $k-2$  ....

Une synthétisation de la réponse impulsionnelle a également été réalisée par ordinateur en intercorrélant le signal émis avec le signal réfléchi par le milieu. En outre on a effectué, sur le plan expérimental, une simulation du milieu en utilisant un réseau de capteurs décalés.

Les applications possibles de ce travail s'étendent au domaine biomédical, à la sismologie, ainsi qu'au contrôle non destructif des matériaux.

The problem of a normally incident plane wave propagating in a layered medium is considered in this paper.

We show that the frequency and time analyses lead to the determination of the impulse response allowing to estimate the reflection coefficients.

By employing the model of Robinson, any layered medium can have for each layer the same one-way travel time. In order to obtain the effect of a layer with an arbitrary travel time, one can group several successive layers together by setting the reflection coefficients to zero and the transmission coefficients to unity at the common interfaces within the group.

The equation characterizing the medium allows, by a computed algorithm, to deduce from  $k$  order parameter, the  $k-1$ ,  $k-2$  parameters, etc... which are the reflection coefficients of the interfaces  $k-1$ ,  $k-2$ ,....

A synthetisation of the impulse response has been yielded too by computer in intercorrelating the emitted signal with the signal reflected by the medium. Besides, an experimental simulation of the medium has been performed in using a set of transducers.

The applications of this work are possible in non destructive testings, seismology and in medical techniques of diagnosis by ultrasounds.



ETUDE DES MILIEUX STRATIFIES : RECONNAISSANCE DES COEFFICIENTS DE REFLEXION PAR LES TECHNIQUES DE TRAITEMENT DU SIGNAL  
 WAVE PROPAGATION IN LAYERED MEDIA : ESTIMATE OF REFLECTION COEFFICIENTS BY SIGNAL PROCESSING TECHNIQS

1 - INTRODUCTION

Le système que l'on se propose d'étudier est constitué par un milieu stratifié immergé dans l'eau et sollicité par des ondes ultrasonores.

Le milieu considéré est constitué par un nombre de strates (ou couches) jointives, d'épaisseur et de nature différentes d'une couche consécutive à l'autre.

Avant toute analyse, il convient de préciser les hypothèses qui resteront valables pour la suite de cet exposé : on suppose les divers milieux non dispersifs, non absorbants et assimilables à des filtres linéaires ; de plus, pour éviter les ondes de cisaillement, l'attaque est réalisée en incidence normale par rapport au plan du milieu excité.

N.B. Pour faciliter la compréhension, la représentation des rayons sonores est figurée en incidence oblique.

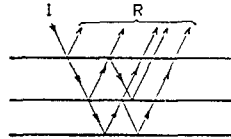


Fig. 1

L'étude en réflexion de la propagation dans un milieu stratifié (Fig.1), montre que chaque couche est le siège de réflexions et réflexions successives, des réflexions multiples pouvant même naître et venir interférer avec l'onde principale. En définitive, ce sont les différents trajets suivis par l'onde qui vont contribuer, en amplitude et en phase, à l'élaboration de la réponse du milieu. Ainsi, l'écho renvoyé par le milieu sera porteur d'informations inhérentes aux couches traversées.

Extraire les renseignements de cet écho afin de reconnaître les constituants du milieu, tel est l'objet de cette étude.

La connaissance de ce milieu, notamment par la détermination des coefficients de réflexion, peut être acquise à partir de deux méthodes différentes :

- une approche fréquentielle donnant accès à la fonction de transfert  $F(\omega)$  du milieu analysé,
- une approche temporelle permettant d'obtenir sa réponse impulsionnelle  $h(t)$ , grâce aux techniques de traitement du signal.

2 - REPONSE FREQUENTIELLE D'UN MILIEU MULTICOUCHE

A partir des pressions acoustiques incidente, réfléchie et transmise et compte tenu des conditions aux limites (continuité des pressions et des vitesses) et des paramètres physiques des couches, l'expression théorique de la fonction de transfert pour un milieu à deux couches s'écrit :

$$F_2(\omega) = \frac{r_0 e^{i\omega(\tau_1+\tau_2)} + r_1 e^{-i\omega(\tau_1-\tau_2)} + r_2 e^{-i\omega(\tau_1+\tau_2)} + r_0 r_1 r_2 e^{i\omega(\tau_1-\tau_2)}}{e^{i\omega(\tau_1+\tau_2)} + r_0 r_1 e^{-i\omega(\tau_1-\tau_2)} + r_0 r_2 e^{-i\omega(\tau_1+\tau_2)} + r_1 r_2 e^{i\omega(\tau_1-\tau_2)}} \quad (1)$$

où  $r_0, r_1, r_2$  représentent les différents coefficients de réflexion des interfaces engendrées par les couches

$\tau_1 = d_1/c_1$  et  $\tau_2 = d_2/c_2$  sont les temps de propagation dans les couches 1 et 2

Le milieu considéré ici est un milieu que nous appellerons hétérochrone, car  $\tau_1 \neq \tau_2$ .

Pour le cas isochrone ( $\tau_1 = \tau_2$ ), l'équation (1) se réduit à :

$$F_2'(\omega) = \frac{r_0 e^{2i\omega\tau} + r_2 e^{-2i\omega\tau} + r_1 (1+r_0 r_2)}{e^{2i\omega\tau} + r_0 r_2 e^{-2i\omega\tau} + r_1 (r_0+r_2)} \quad (2)$$

Il est possible d'envisager la généralisation du calcul à un nombre  $n$  de couches en adoptant la méthode de Robinson pour un milieu multicouche isochrone.

N.B. On peut passer d'un milieu isochrone à un milieu hétérochrone en décomposant celui-ci en autant de sous-couches isochrones fictives qu'il est nécessaire et en écrivant que sur chaque interface fictive le coefficient de réflexion est nul et le coefficient de transmission égal à l'unité.

La figure 2 montre le modèle à étudier pour les couches horizontales  $j$  et  $j+1$ .

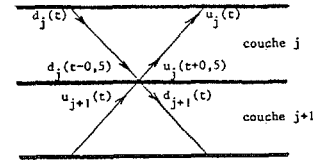


Fig. 2

Appelons respectivement  $d$  et  $u$  les ondes descendantes et montantes.

En posant que le temps de propagation d'un aller-retour  $2\tau$  est égal à l'unité, on peut écrire que l'onde  $d_j(t)$  en haut de la couche  $j$  est retardée de 0,5 unité de temps en arrivant en bas de la couche  $j$  et devient  $d_j(t-0,5)$  ; réciproquement, l'onde  $u_j(t+0,5)$  venant du bas de la couche  $j$  est en avance de 0,5 unité de temps par rapport à  $u_j(t)$ .

L'onde  $d_{j+1}(t)$  étant composée de l'onde transmise à partir de  $d_j(t-0,5)$  d'une part et de l'onde réfléchie  $u_{j+1}(t)$  d'autre part, on peut écrire :

$$d_{j+1}(t) = (1+r_j) d_j(t-0,5) - r_j u_{j+1}(t) \quad (3)$$

De même, l'onde  $u_j(t+0,5)$  s'écrit :

$$u_j(t+0,5) = r_j d_j(t-0,5) + (1-r_j) u_{j+1}(t) \quad (4)$$

Par transformée en  $z$  les équations (3) et (4) s'expriment selon :

$$D_{j+1}(z) = (1+r_j) z^{1/2} D_j(z) - r_j U_{j+1}(z) \quad (5)$$

$$z^{-1/2} U_j(z) = r_j z^{1/2} D_j(z) + (1-r_j) U_{j+1}(z) \quad (6)$$

La résolution de (5) et (6) permet d'établir l'équation matricielle reliant les ondes de la couche  $k+1$  à celles de la couche 1 :

$$\begin{bmatrix} D_{k+1}(z) \\ U_{k+1}(z) \end{bmatrix} = \frac{z^{-k/2}}{(1-r_k) \dots (1-r_2)(1-r_1)} N_k \dots N_2 N_1 \begin{bmatrix} D_1(z) \\ U_1(z) \end{bmatrix} \quad (7)$$

où

$$N_k = \begin{bmatrix} z & -r_j \\ -r_j z & 1 \end{bmatrix} \text{ pour } j = 1, 2, 3 \dots k \quad (7')$$

En posant  $M_k = N_k N_{k-1} \dots N_1$ , on montre qu'il existe deux polynômes en  $z$ , à savoir  $P_k(z)$  et  $Q_k(z)$  tels que :

$$M_k = \begin{bmatrix} z^k P_k(z^{-1}) & z^k Q_k(z^{-1}) \\ Q_k(z) & P_k(z) \end{bmatrix} \quad (8)$$

En exprimant la relation liant la couche 1 à la couche 0, en portant (8) dans (7) et en posant :

$$z^k P_k(z^{-1}) = P_k^R(z) \quad (9)$$

$$z^k Q_k(z^{-1}) = Q_k^R(z) \quad (10)$$

( $P_k^R(z)$  et  $Q_k^R(z)$  : polynômes inverses)

on obtient, compte tenu de la condition qu'aucune onde  $U_{k+1}(t)$  ne revient ( $U_{k+1}(t) = 0$ ), les deux équations suivantes :

$$D_{k+1}(z) = \frac{z^{-k/2}}{(1-r_k) \dots (1-r_0)} \left\{ [P_k^R(z) - r_0 Q_k^R(z)] D_0(z) + [-r_0 P_k^R(z) + Q_k^R(z)] U_0(z) \right\} \quad (11)$$

$$0 = [Q_k(z) - r_0 P_k(z)] D_0(z) + [-r_0 Q_k(z) + P_k(z)] U_0(z) \quad (12)$$

De l'équation (12), on tire :

$$U_0(z) = \frac{r_0 P_k(z) - Q_k(z)}{P_k(z) - r_0 Q_k(z)} D_0(z) \quad (13)$$

où le rapport  $U_0(z)/D_0(z)$  représente la fonction de transfert en réflexion (F.T.R.) du milieu à  $k$  couches.

Consécutivement, on a établi un programme de calcul permettant de tracer le module de la F.T.R. pour des milieux à deux, puis à trois couches. Les graphiques obtenus montrent une succession périodique de motifs présentant des maxima et des minima d'ampli-

ETUDE DE MILIEUX STRATIFIES : RECONNAISSANCE DES COEFFICIENTS DE REFLEXION  
 PAR LES TECHNIQUES DE TRAITEMENT DU SIGNAL  
 WAVE PROPAGATION IN LAYERED MEDIA : ESTIMATE OF REFLECTION COEFFICIENTS  
 BY SIGNAL PROCESSING TECHNIQS

tude en fonction de la fréquence.

On a ensuite vérifié ces résultats sur des modèles physiques également à deux et trois couches et on a constaté une bonne concordance entre les enregistrements expérimentaux et les courbes théoriques.

Cependant, l'étude fréquentielle du problème ainsi traité ne donne pas directement accès aux paramètres du milieu à étudier ; aussi allons nous considérer l'approche temporelle, qui se déduit de l'étude précédente moyennant une transformée de Fourier.

3 - REPOSE TEMPORELLE D'UN MILIEU MULTICOUCHE

Revenons à l'éq. (2) relative à la F.T.R. d'un milieu à deux couches isochrones. En la multipliant par le terme  $e^{-2i\omega\tau}$ , en divisant les deux polynômes et en prenant la transformée de Fourier, il vient :

$$h(t) = r_0 \delta(t) + r_1 (1-r_0^2) \delta(t-2\tau) + [(1-r_0^2)(1-r_1^2)r_2 + (1-r_0^2)r_1^2(-r_0)] \delta(t-4\tau) + [2(1-r_0^2)(1-r_1^2)r_1 r_2 (-r_0) + (1-r_0^2)r_1^2 r_0^2 + (1-r_0^2)(1-r_1^2)r_2^2 (-r_1)] \delta(t-6\tau) + \dots \quad (14)$$

Nous obtenons ainsi la réponse impulsionnelle théorique  $h(t)$  du milieu isochrone, qui se présente comme une suite d'échos équidistants, positifs ou négatifs (selon les impédances rencontrées) et parmi lesquels apparaissent des échos principaux et des échos multiples.

Pour un milieu hétérochrone, les échos successifs sont enregistrés avec des retards différents. D'autre part, comme on l'a vu précédemment, le milieu hétérochrone peut se ramener à un milieu isochrone par décomposition des couches en sous-couches fictives ayant même temps de propagation ; sur les interfaces fictives ainsi engendrées les coefficients de réflexion seront nuls.

De la mesure des amplitudes de la réponse impulsionnelle et de la mesure des retards entre échos principaux, il est possible de déduire les coefficients de réflexion et par conséquent de caractériser le milieu étudié.

Considérons en effet le milieu solide stratifié, de réponse impulsionnelle  $h(t)$ , excité par un signal d'entrée ; on peut décrire le milieu par l'équation entrée-sortie suivante :

$$C_{es}(t) = h(t) * C_{ee}(t) \quad (15)$$

Si le signal d'entrée est tel que la fonction d'autocorrélation  $C_{ee}(t)$  soit une impulsion de Dirac  $\delta(t)$ , alors la fonction d'intercorrélacion  $C_{es}(t)$ , s'écrit :

$$C_{es}(t) = h(t)$$

On obtient donc directement par intercorrélacion, la réponse impulsionnelle du milieu, à condition de choisir le signal d'entrée approprié. Pour satisfaire cette condition, on a utilisé un signal modulé en fréquence, de largeur de bande (950 - 350) KHz et de durée 1 milliseconde. Le produit BT = 600 ainsi obtenu fournit une bonne résolution temporelle des signaux.

La figure 3 donne un exemple de réponse impulsionnelle expérimentale. Connaissant l'expression de la réponse impulsionnelle théorique, on peut identifier les amplitudes de celle-ci aux amplitudes mesurées sur l'enregistrement et en déduire les valeurs des coefficients de réflexion ; les retards mesurés sur l'axe des abscisses rendent compte des épaisseurs des couches traversées. En outre la polarité des pics révèle les différences d'impédances du milieu stratifié.

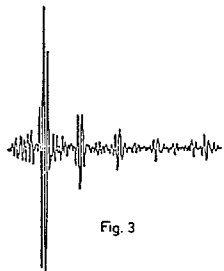


Fig. 3

L'étude expérimentale a été réalisée pour des milieux allant jusqu'à trois couches ; au-delà intervient un problème d'ordre technologique, à savoir disposer d'une énergie ultrasonore suffisante pour obtenir encore des réponses acceptables des couches extrêmes. Quoiqu'il en soit, pour des milieux à grand nombre de couches, la méthode devient vite fastidieuse et quasiment inexploitable.

C'est pourquoi on propose maintenant une méthode algorithmique donnant accès numériquement aux coefficients de réflexion pour des milieux stratifiés composés d'un grand nombre de couches.

Cette méthode implique la connaissance de la réponse impulsionnelle expérimentale et nécessite un échantillonnage adéquat du milieu hétérochrone (pour considérer le cas général) en sous-couches isochrones fictives, les coefficients de réflexion de celles-ci devant être nuls.

4 - METHODE DES PARAMETRES

L'équation (8) permet d'écrire les relations de récurrence établies sur les polynômes  $P_k(z)$  et  $Q_k(z)$  :

$$P_k(z) = P_{k-1}(z) - r_k z^k Q_{k-1}(z^{-1}) \quad (16)$$

$$Q_k(z) = Q_{k-1}(z) - r_k z^k P_{k-1}(z^{-1}) \quad (17)$$

On définit un polynôme  $A_0(z)$  somme de deux polynômes  $P_0(z)$  et  $Q_0(z)$  tels que :

$$P_0(z) = 1$$

$$Q_0(z) = 0$$

$$A_0(z) = P_0(z) + Q_0(z) = 1$$

On peut de même définir, pour tout  $k$  entier et positif, le polynôme  $A_k(z)$  :

$$A_k(z) = P_k(z) + Q_k(z) = a_0(k) + a_1(k)z + \dots + a_k(k)z^k \quad (18)$$

Par addition des équations (16) et (17), on obtient la relation récurrente :

$$A_k(z) = A_{k-1}(z) - r_k z^k A_{k-1}(z^{-1}) \quad (19)$$

Avec la condition  $A_0(z) = a_0(0) = 1$ , l'éq. (19) permet de noter que le paramètre  $a_k(k)$  est égal à  $-r_k$ .

Revenons à présent aux éq. (11) et (12) ;  $D_0(z)$  représente le signal incident, qu'on désigne par  $\Phi_0$  (assimilation à une impulsion de Dirac), et  $U_0(z)$  est la réponse impulsionnelle du milieu que l'on peut écrire selon :

$$U_0(z) = r_0 \Phi_0 + \Phi_1 z + \Phi_2 z^2 + \dots \quad (20)$$

En portant ces notations dans (11) et compte tenu de ce que la transformée en  $z$  de  $D_{k+1}(z)$  s'écrit :

$$D_{k+1}(z) = d_{k+1} z^{(k/2)} + d_{k+1} z^{(k/2)+1} + d_{k+1} z^{(k/2)+2} + \dots \quad (21)$$

on obtient, en multipliant (21) par  $z^{k/2}$ , une égalité de polynômes. Par identification des coefficients de ces polynômes, on déduit un premier système d'équations.

De l'équation (12) découle un second système d'équations.

La résolution des deux systèmes mène à la détermination des coefficients de réflexion sur les dioptries  $k, k-1, \dots, 1$  par l'intermédiaire des coefficients  $a_k(k), a_{k-1}(k-1), \dots, a_1(1)$ . Or, la réponse impulsionnelle enregistrée expérimentalement nous donne les amplitudes des échos et, connaissant l'amplitude du signal incident (ou le coefficient de réflexion  $r$ ), on peut déterminer les



ETUDE DE MILIEUX STRATIFIES : RECONNAISSANCE DES COEFFICIENTS DE  
REFLEXION PAR LES TECHNIQUES DE TRAITEMENT DU SIGNAL  
WAVE PROPAGATION IN LAYERED MEDIA : ESTIMATE OF REFLECTION COEFFICIENTS  
BY SIGNAL PROCESSING TECHNIQS

paramètres  $a_k(k)$ .

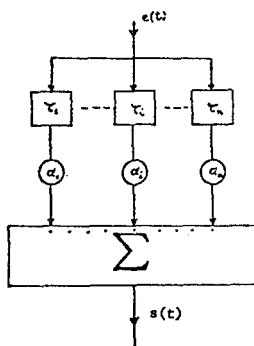
Un programme "PARAMETRE" a été réalisé pour effectuer tous ces calculs sur ordinateur. On a pu traiter ainsi des exemples de milieux à trois couches, considérés comme des milieux à 8 et 11 couches.

## 5 - SIMULATION DU MILIEU ET SYNTHETISATION DE LA REPONSE IMPULSIONNELLE

### 5.1. - Simulation

On a cherché à reproduire expérimentalement l'action du milieu stratifié par simulation au moyen d'un filtre transversal, constitué d'un réseau de capteurs décalés, placé dans le champ ultrasonore émis. Chaque capteur concrétise, par sa position relative et l'amplitude du signal ajustable qu'il délivre, un dioptré très semblable au dioptré réel du milieu.

Le simulateur réalisé est prévu pour fonctionner avec huit voies, ce qui permet éventuellement de reconstituer un milieu à sept couches. Le retard  $\tau_i$  simule le temps de propagation d'un aller-retour dans la couche  $i$ , la pondération  $\alpha_i$  simulant l'amplitude de l'écho  $i$ . La sommation  $\Sigma$  de ces signaux élémentaires restitue la réponse du milieu multicouche. Dans ces conditions la réponse est filtrée, car elle ne contient pas d'échos multiples.



La réponse impulsionnelle du milieu simulé est ensuite obtenue par intercorrélation entre le signal retardé  $e(t - \tau)$  et le signal  $s(t)$  provenant du sommateur.

### 5.2. - Synthétisation

On a également reconstitué la réponse impulsionnelle par voie numérique en la synthétisant à l'ordinateur.

Il convient de noter que dans ce traitement, l'écho synthétisé est idéalisé, puisqu'il n'est pas convolué par la réponse des transducteurs. Néanmoins les résultats obtenus montrent que les deux réponses impulsionnelles expérimentale et synthétisée, sont tout à fait comparables.

## 6 - CONCLUSION

Les méthodes exposées dans ce travail ont permis la détermination des coefficients de réflexion pour un milieu stratifié, grâce à la connaissance de sa réponse impulsionnelle et de l'amplitude du signal incident, le nombre de couches du milieu étant défini a priori.

Les résultats expérimentaux, quoiqu'en bon accord avec ceux de la théorie, pourraient être encore améliorés en effectuant notamment des mesures à fréquences plus élevées : 2 ou 3 MHz serait une fréquence centrale favorable.

Cette étude est susceptible d'applications diverses : contrôles non destructifs de matériaux, recherches sismiques concernant les couches sous-marines profondes, techniques médicales de diagnostic par ultrasons (échetomographie, impédographie).

## BIBLIOGRAPHIE

- 1 - L.M. BREKHOVSKIKH - Waves in layered media, (1960) - p. 48 et p. 61-69.
- 2 - K. STEPHANAKIS - Rapport de stage de D.E.A. (1975). Etude de la réponse d'une plaque à un train d'ondes ultrasonores : approches fréquentielle et temporelle.
- 3 - K. STEPHANAKIS - Thèse de doctorat de 3<sup>e</sup> cycle, (Février 1977). Estimation des facteurs de réflexion d'un milieu stratifié par les techniques de traitement du signal.
- 4 - E.A. ROBINSON - Multichannel time series analysis with digital computer programs. Holden-Day (1967).