COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

INTERACTIONS ENTRE TRAITEMENT SPATIAL ET MODELES DE PROPAGATION

H. MERMOZ

Attaché au Service Technique de l'Armement - DTCN - DCAN TOULON

RESUME

Les deux techniques évoquées ici paraissent peu devoir l'une à l'autre. Cependant, en les généralisant, elles peuvent s'enrichir réciproquement. Le traitement spatial le plus complet ne peut, à lui seul, séparer, localiser et caractériser des sources discrètes. Il faut donc un modèle de la structure du milieu de propagation. Ce modèle est souvent implicite et trop simple. Il pourrait comporter, outre les paramètres inconnus liés aux sources, des paramètres inconnus supplémentaires liés au milieu et qui permettent d'en épouser la complexité et même la variabilité dans le temps. Un traitement spatial complet permet de les calculer tous.

SUMMARY

Spatial Processing and Propagation Model Design may look like non overlapping techniques. Nevertheless, through proper generalization, they may interact for mutual profit. Spatial Processing alone cannot discriminate, localise and characterize discrete sources. A model of the propagation medium structure is always needed. A too simple model is often implicitly chosen. Actually, such a model could imply, besides the unknown parameters of the sources, extra unknown parameters accounting for the possible complexity of the medium, even for its variability in time. A comprehensive spatial processing is liable to yield simultaneously all these parmeters.

INTERACTIONS ENTRE TRAITEMENT SPATIAL ET MODELES DE PROPAGATION

H. MERMOZ

1) Le but d'un traitement d'antenne de réception est de déterminer les positions d'un ensemble de sources ainsi que les particularités de chacune.
Le but de la modélisation, en propagation, est d'établir un ensemble de relations permettant de calculer le champ qu'une source placée en S crée en un point R et, par conséquent, la sortie d'un capteur placé en R ; ceci dans un milieu supposé très compliqué et fluctuant. Dans la pratique actuelle les deux techniques sont relativement disjointes. Le but de cet exposé est de suggérer comment elles peuvent se pénétrer, se compléter, et s'enrichir l'une l'autre au prix d'une puissance augmentée des capacités de calcul "temps réel" généralement utilisées.

2) Supposons que, dans un milieu de propagation aux frontières complexes, non homogène, non isotrope, il existe une source unique, pratiquement ponctuelle, émettant un bruit stationnaire à large bande. On dispose d'autre part d'une antenne de réception à N capteurs séparément accessibles. Chaque capteur reçoit et transmet un bruit qui est une transformée du bruit émis par la source. Si le milieu était parfaitement stable, ces N transformées pourraient être considérées – en restant dans le domaine linéaire – comme des filtrées différentes mais déterministes, du même bruit. Dès lors la propriété classique ci-après serait parfaitement vérifiée : la matrice des densités spectrales directes et croisées – dont les éléments sont mesurables aux sorties des capteurs – serait de rang 1, bien qu'évidemment d'ordre N, et ceci à toute fréquence. On aurait donc là, un moyen expérimental de vérifier l'unicité de source.

Si le milieu fluctue assez lentement pour que :

a) d'une part le temps moyen de quasi-stationnarité T reste très grand devant l'inverse de la largeur de bande utile (plusieurs centaines de fois 1/B)

b) la constante de temps du calcul en temps fini des éléments de la matrice, bien qu'obligatoirement inférieure à T, reste suffisante pour que les erreurs d'estimation restent acceptables (plusieurs dizaines de fois 1/B) alors on peut espérer que, au cours des fluctuations "lentes" de la matrice, son rang restera égal à 1 à chaque instant et qu'on lui trouvera toujours et à toute fréquence une valeur propre dominante.

Ainsi dans le cadre du compromis précédent, la mesure permanente des éléments de la matrice et le calcul permanent de ses valeurs propres (réelles positives) et des vecteurs propres associés (orthogonaux) constitue l'exploitation la plus complète de l'espace complexe à N dimensions fourni par les capteurs.

3) Revenons à la source unique, supposée confirmée par le traitement précédent (valeur propre unique dominante). Quel est le sens de cette valeur propre λ , et du vecteur propre unitaire associé u ?

On a admis qu'à chaque instant et pour une durée limitée, on pouvait admettre l'existence d'un filtre exprimant le transfert entre la source et le $j^{ème}$ capteur. Soit φ_j le gain complexe de ce filtre et d la densité spectrale de la source (la variable fréquence est implicite).

On appellera vecteur-source le vecteur :

$$V = (d)^{\frac{1}{2}} \varphi \qquad [1]$$

où φ est le vecteur qui a les φ_j pour composantes.

Mais on sait que la densité spectrale vraie d'une source est inaccessible en général, car on ne la voit qu'à travers le milieu et l'antenne. En factorisant le module $|\varphi|$ dans les φ_j , on peut remplacer l'expression du vecteur-source par :

$$V = (D)^{\frac{1}{2}} \Phi \qquad [2]$$

ou

$$D = d\,|\varphi|^2$$

est la densité spectrale apparente, seule accessible, de la source et où

$$\Phi = \varphi / |\varphi|$$

est un vecteur unitaire.

Dès lors il est facile d'établir la correspondance entre les éléments inconnus du vecteur-source

$$\mathcal{D} \text{ et } \Phi$$

et les éléments connus par le traitement de la matrice

$$\lambda \text{ et } u$$

Cette correspondance, particulièrement simple pour une source unique, est :

$$\begin{cases} \mathcal{D} = \lambda \\ \Phi = u \end{cases} \qquad [3]$$

Ainsi la densité spectrale apparente de la source est égale à la valeur propre λ de la matrice. Le vecteur Φ, qui va servir à localiser la source est identique (à un facteur de phase près qu'on a négligé ici) au vecteur propre unitaire associé à λ.

4) Comment localiser la source à partir de Φ à présent connu. Précisons qu'on envisage ici des valeurs de N supérieures à 10, voire plusieurs dizaines.

Si le milieu était parfait, c'est-à-dire indéfini isotrope et non absorbant, on sait que quatre capteurs suffiraient à localiser la source. Dans ce cas le vecteur Φ représenterait l'ensemble des retards entre source et capteurs ; toutes ses composantes auraient le même module et toutes pourraient s'exprimer en fonction de quatre d'entre elles. L'information Φ serait donc nettement redondante.

La complexité du milieu fait qu'il n'en est pas ainsi. Dans un milieu compliqué (trajets multiples, superposition de modes, influence complexe des frontières) le vecteur Φ peut être très peu prévisible. On peut quand même tenter de le modéliser en donnant au modèle une structure générale plausible, et en tout cas moins éloignée de la réalité, mais sans essayer de préciser la valeur numérique de certains paramètres ; car ces valeurs numériques satureront la redondance précédente. En effet un modèle de Φ dépendra :

- des coordonnées de la source (en principe trois)
- d'un certain nombre de paramètres "libres", enrichissant et assouplissant le modèle proposé.

Dès lors la relation d'identification du modèle de Φ au résultat de l'exploitation de la matrice s'écrit d'après la relation [3] :

$$\Phi_{\text{modèle}} = u \qquad [4]$$

Cette égalité de deux vecteurs unitaires donne N - 1 relations scalaires indépendantes. Comme on a trois coordonnées à en déduire, on peut introduire jusqu'à N - 4 paramètres "libres" de modélisation.

On dispose ainsi d'une certaine puissance de modélisation du milieu, puissance d'autant plus grande que N est plus élevé, et d'autant plus nécessaire que le milieu est plus compliqué. De plus, cette puissance est, pour ainsi dire évolutive, car les paramètres "libres" peuvent varier non seulement avec la fréquence mais fluctuer lentement avec le temps.

5) Ce qui vient d'être dit est subordonné à la vérification préalable du rang 1 de la matrice. Que se passe-t-il en présence de 2 sources ?

Le même traitement doit montrer alors que la matrice est de rang 2, avec deux valeurs propres dominantes λ_1 et λ_2, et les deux vecteurs unitaires propres associés u_1 et u_2, nécessairement orthogonaux. Ces scalaires et vecteurs sont déduits, par un calcul "temps réel", de la mesure continue des éléments de la matrice.

D'autre part chaque source est représentée comme précédemment (relation [2]), par son vecteur-source, dont les éléments sont inconnus. On a donc :

$$\begin{cases} V_1 = (\mathcal{D}_1)^{\frac{1}{2}} \Phi_1 \\ V_2 = (\mathcal{D}_2)^{\frac{1}{2}} \Phi_2 \end{cases} \qquad [5]$$

Notons que Φ_1 et Φ_2 n'ont aucune raison d'être orthogonaux. Donc ils ne sont pas en général les vecteurs propres de la matrice, pas plus que les densités $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ n'en sont les valeurs propres.

Cependant les liens entre ces scalaires et ces vecteurs se présentent comme ci-après, en se limitant au cas où les sources sont indépendantes :

a) les vecteurs-sources V_1 et V_2 sont dans le plan défini par U_1 et U_2, à l'intérieur de l'espace complexe à N dimensions. La détermination de V_1 et V_2 se ramène donc à un problème bidimensionnel

b) dans le plan précédent, il existe 3 relations reliant les 4 composantes de V_1 et V_2 aux valeurs connues des composantes de U_1 et U_2 et aux valeurs propres connues λ_1 et λ_2

Par conséquent, il s'en faut d'une relation pour qu'on puisse déterminer V_1 et V_2.
Quel que soit le nombre de capteurs une antenne est incapable à elle seule de séparer les vecteurs-sources, si on ne fait aucune hypothèse sur la structure de ceux-ci, c'est-à-dire sur la propagation dans le milieu.

Dans le cas de deux sources une seule relation supplémentaire suffirait. On peut également interpréter cette situation en disant que l'exploitation de la matrice donne une expression de V_1 et V_2 comme fonctions connues d'un seul paramètre inconnu qu'on appellera ρ soit :

$$\mathcal{V}_1(\rho) \text{ et } \mathcal{V}_2(\rho)$$

6) Par ailleurs les vecteurs Φ sont modélisables comme précédemment, comme fonctions des coordonnées de la source considérée (symbolisées par la lettre m) et d'un ensemble E de paramètres libres en nombre p. Posons :

$$\left\{\begin{array}{l} \Phi_{1\,\text{modèle}} = \Psi_1\,(m_1, E) \\ \\ \Phi_{2\,\text{modèle}} = \Psi_2\,(m_2, E) \end{array}\right. \qquad [6]$$

La modélisation des Φ en Ψ entraîne celle des V suivant la relation [2]. L'identification avec les vecteurs $\mathcal{V}$ déduits de la matrice donne :

$$\left\{\begin{array}{l} (D_1)^{\frac{1}{2}}\,\Psi_1\,(m_1, E) = \mathcal{V}_1(\rho) \\ (D_2)^{\frac{1}{2}}\,\Psi_2\,(m_2, E) = \mathcal{V}_2(\rho) \end{array}\right. \qquad [7]$$

soit 2 N équations scalaires où le nombre d'inconnues est, en principe :

2 pour D_1 et D_2
3 pour m_1
3 pour m_2
p pour l'ensemble E
1 pour ρ

Le système est saturé si :

$$2\,N = p + 9$$

Par conséquent on peut introduire dans le modèle jusqu'à :

$$p = 2\,N - 9 \qquad [8]$$

paramètres libres.

Pour les valeurs de N envisagées on peut donc "s'offrir" un modèle plus riche qu'en présence d'une seule source qui n'en autorise que (N − 4).

La puissance de description du milieu augmente avec le nombre de sources.

7) CONCLUSION

On peut généraliser [1] les résultats précédents à plus de deux sources. L'antenne projette l'espace réel compliqué dans un espace à N dimensions et cette projection fournit à la fois :

a) une possibilité d'imagerie au sens large, c'est-à-dire la localisation et la caractérisation des sources

b) une possibilité d'enrichir la description du milieu à l'aide de paramètres de modélisation inconnus au départ mais calculables ou éliminables au cours de l'exploitation ; ces paramètres sont évolutifs avec les fluctuations lentes du milieu. Cette faculté et leur nombre sont susceptibles de procurer des modèles plus fiables que les modèles courants.

(1) MERMOZ (H)

Imagerie, Corrélation et Modèles.
Annales des Télécommunications (Fr.)
Janvier-Février 1976 - tome 31 n° 1 et 2
pp. 17 - 36
avec 26 références bibliographiques