

# COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

LA REVERBERATION COMME MODELE D'ETUDE DES DEBIT-METRES ULTRASONORES A  
EFFET DOPPLER  
REVERBERATION AS MODEL FOR STUDY OF ULTRASONIC DOPPLER FLOWMETERS

J.P. LEFEBVRE

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique - 31 chemin Joseph Aiguier - 13274 MARSEILLE Cedex 2 - C.N.R.S. -

## RESUME

## SUMMARY

Dans toutes les techniques actuelles d'investigation par ultrasons des milieux biologiques (échographie, vélocimétrie), le signal exploité est apparenté au "Bruit de Réverbération" qu'obtiennent les spécialistes du Sonar. C'est l'analyse de ce bruit qui permet de tirer des renseignements (structure, vitesses) sur le milieu.

L'utilisation d'un tel modèle pour les vélocimètres à ultrasons du type "continu" (de technologie rudimentaire) conduit à une expression simple de l'enveloppe de la densité spectrale du champ rétrodiffusé:

$$\Psi(v) = K^2 r'^2(v)$$

où  $r'(v)$  est la dérivée de la fonction réciproque  $r(v)$  de la distribution des vitesses  $v(r)$  dans le vaisseau, et  $v(v)$  la fonction réciproque du Doppler

$$v(v) = v_0 + 2 v_0 \frac{v}{c} \sin \theta$$

La validité de ce modèle est limitée aux profils symétriques et aux faisceaux ultrasonores suffisamment fins, la largeur de ces derniers se traduisant par un classique effet de convolution.

Le profil des vitesses s'obtient alors par simple inversion de la formule précédente.

Les résultats expérimentaux obtenus sont encourageants et permettent d'envisager une relance des méthodes de débit-métrie en continu qui sont de mise en oeuvre plus simple que les méthodes en pulsé, moyennant un traitement du signal approprié.

All ultrasonic techniques used for biological media investigations (echography, blood flowmeter) are signal processing of echoes similar to reverberation noise in underwater acoustics. This noise analysis is the basic technique of the investigation.

Such theoretical model used for continuous Doppler flowmeters leads to a simple analytic expression of the backscattered signal spectrum, which may easily be inverted :

$$\Psi(v) = K^2 r'^2(v)$$

with  $r'(v)$  the derivative of the inverse function  $r(v)$  of the velocity distribution  $v(r)$ , and  $v(v)$  the inverse function of the Doppler formula

$$v(v) = v_0 + 2 v_0 \frac{v}{c} \sin \theta$$

The result is limited to symmetric velocity profiles and small transducer apertures.

Experimental results partially enhance the theory and allow further developments of continuous Doppler flowmeters.



## 1 - INTRODUCTION

Les méthodes actuelles d'investigation par ultrasons des écoulements, d'usage maintenant courant en Génie Biologique et Médical (contrôle de l'hémodynamique cardio-vasculaire) peuvent être classés en deux groupes, selon le mode de fonctionnement des transducteurs. Ces modes sont :

- le mode continu où émetteur et récepteur sont séparés et fonctionnent à fréquence pure, dont la technologie est très simple et peu onéreuse, mais qui ne donne jusqu'ici que des résultats qualitatifs.

- le mode pulsé où le transducteur fonctionne alternativement en émetteur et en récepteur, en trains d'ondes, dont la technologie est beaucoup plus élaborée, et qui est la seule à donner actuellement des résultats quantitatifs.

La présente étude montre qu'une analyse théorique plus poussée du problème acoustique permet d'envisager une métrologie fiable par le mode continu, la complexité étant reportée du niveau technologique au niveau numérique.

Une telle conception sous-entend l'utilisation d'un mini-ordinateur si l'on se contente du temps différé ou d'un microprocesseur si l'on recherche le temps réel.

## 2 - LA REVERBERATION

Le mode pulsé, le plus conceptualisé des deux, est une simple transposition du Sonar Doppler.

Cependant, on ne dispose pas ici d'un écho franc, mais d'un écho diffus, apparenté au bruit de réverbération de l'acoustique sous-marine.

Les éléments diffusants étant les globules du sang, la réverbération est ici le signal utile, et c'est de son analyse que résulte la métrologie.

Nous commençons donc par une analyse détaillée du phénomène, dans le cas monochromatique qui nous intéresse à priori. Il s'agit d'un problème de diffraction par des inclusions ponctuelles (le rapport diamètre/longueur d'onde étant de l'ordre de  $10^{-2}$  à 5 MHz) c'est à dire, d'un cas particulier de la propagation en milieu composite.

### 2.1. - Propagation en milieu composite

Nous faisons une étude comparable à celle de Th. Vogel (1), mais en l'adaptant à notre problème, du fait que l'on ne s'intéresse ici qu'à l'expression du champ hors de la zone perturbée (méthode non sanglante)

Soit  $Au = f$  dans  $\mathcal{D}$ ,  $Bu = 0$  sur  $\mathcal{F}_0$  le problème qui nous intéresse, à résoudre dans un domaine  $\mathcal{D}$  de frontière  $\mathcal{F}_0$ . (A étant l'opérateur décrivant

la propagation dans le milieu, B l'opérateur décrivant les conditions aux limites, u la pression acoustique, solution cherchée du problème pour une excitation f).

On considère ce problème comme le perturbé d'une référence homogène (absence de diffuseurs) :  $A^0 u^0 = f$  dans  $\mathcal{D}$ ,  $Bu^0 = 0$  sur  $\mathcal{F}_0$  (avec même domaine, mêmes conditions aux limites, mêmes sources) que l'on sait résoudre et dont on connaît la solution élémentaire  $g^0$  :  $A^0 g^0 = \delta$  dans  $\mathcal{D}$ ,  $Bg^0 = 0$  sur  $\mathcal{F}_0$ .

On montre, dans ces conditions que l'on peut écrire l'équation intégrale :

$$u(x,t) = u^0(x,t) - \int_{\mathcal{D} \times \mathcal{R}} g^0(x,t,x',t') (\tilde{A}u)(x',t') dx' dt'$$

où  $\tilde{A} = A - A^0$  est la perturbation de l'opérateur.

L'approximation d'ordre un (approximation de Born), qui présente un sens physique dans la mesure où la perturbation est faible est :

$$u^1(x,t) = u^0(x,t) - \int_{\mathcal{D} \times \mathcal{R}} g^0(x,t,x',t') (\tilde{A}u^0)(x',t') dx' dt'$$

D'où un champ diffusé à l'ordre un :

$$u_d^1(x,t) = - \int_{\mathcal{D} \times \mathcal{R}} g^0(x,t,x',t') (\tilde{A}u^0)(x',t') dx' dt'$$

Si l'on considère que la perturbation du milieu est une perturbation de célérité  $\Delta C(x,t)$  autour de la référence  $C_0$  :

$$A = -\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta ; A^0 = -\frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta \Rightarrow \tilde{A} = -\left(\frac{1}{C^2} - \frac{1}{C_0^2}\right) \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

Soit pour une faible perturbation (globules et plasma ont des célérités très voisines) :

$$\tilde{A} = 2 \frac{\Delta C(x,t)}{C_0} \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

### 2.2. - Diffraction par des inclusions : rétrodiffusion

On applique le formalisme précédent à la diffraction par une "poussière" d'inclusions ponctuelles (selon la terminologie de Th. Vogel (1)) :

Les particules sont indicées  $i \geq 1$  et repérées par leur position  $x_i(t)$  à l'instant t, leur volume étant  $\omega_i$  et la perturbation de célérité  $\Delta C_i$ . On a :

$$\frac{\Delta C}{C_0}(x,t) = \sum_{i \geq 1} \omega_i \frac{\Delta C_i}{C_0} \delta(x - x_i(t))$$

Le champ diffusé à l'ordre un est alors, à l'extérieur des diffuseurs :

$$u_d^1(x,t) = - \sum_{i \geq 1} \omega_i \int_{\mathcal{R}} g^0(x,t,x_i(t'),t') (\tilde{A}u^0)(x_i(t'),t') dt'$$

où  $\tilde{A}_i = 2 \frac{\Delta C_i}{C_0} \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$ , qui est le même résultat que celui obtenu avec la méthode de découpage de Th. Vogel (J.P. Lefebvre, 2).

On émet les ultrasons à fréquence pure  $\omega_0$

LA REVERBERATION COMME MODELE D'ETUDE DES DEBIT-METRES ULTRASONORES A EFFET DOPPLER  
 REVERBERATION AS MODEL FOR STUDY OF ULTRASONIC DOPPLER FLOWMETERS

selon l'axe  $ox^1$  à l'aide d'un transducteur de directivité  $D(x^2, x^3)$  placé en O (Fig.1) :

$$u^0(x^1, x^2, x^3, t) = D(x^2, x^3) e^{i2\pi\nu_0(t - \frac{x^1}{c_0})}$$

On suppose pour simplifier les diffuseurs animés d'une vitesse uniforme  $v_i$  dans la zone insonifiée :  $x_i(t) = x_i + v_i t$

On montre alors que le signal rétrodiffusé au niveau de l'émetteur ( $x = 0$ ) est, après pondération par la directivité du récepteur :

$$u_r(t) \# \sum_i \frac{8\pi^2 \nu_0^2 \omega_i \Delta C_i}{c_0^2} \frac{1}{|1 + v_i/c_0|} D^2(x_i^2 + \frac{v_i^2}{1 + v_i/c_0} (t - \frac{x_i^1}{c_0}), x_i^3 + \frac{v_i^3}{1 + v_i/c_0} (t - \frac{x_i^1}{c_0})) \times \frac{1}{|x_i^1 + \frac{v_i^1}{1 + v_i/c_0} (t - \frac{x_i^1}{c_0})|} e^{i2\pi\nu_0 \frac{(1 - v_i^1/c_0)}{1 + v_i^1/c_0} (t - \frac{x_i^1}{c_0} \frac{1}{1 - v_i^1/c_0})}$$

Ceci, dans la mesure où la directivité est suffisante pour confondre dans la zone insonifiée la composante radiale (par rapport au point d'émission-réception)  $|v_i|$  des particules et leur distance  $|x_i(t)|$  (à ce même point) avec leurs composantes sur la direction principale d'émission  $ox^1$ .

En fait, les vitesses des particules sont faibles :  $v_i/c_0 \ll 1$ , de sorte qu'on a :

$$u_r(t) \# \sum_i a_i e^{i2\pi\nu_0 \alpha_i (t - \tau_i)}$$

où

$\alpha_i \# 1 - 2v_i^1/c_0$  caractérise l'effet Doppler

$\tau_i \# 2x_i^1/c_0$  caractérise le retard

$a_i \# 8\pi^2 \frac{\nu_0^2 \omega_i \Delta C_i}{c_0^2} \frac{D^2(x_i^2, x_i^3)}{|x_i^1|}$  caractérise la diffraction

2.3. - Cas d'une distribution continue

Du fait de la grande densité numérique de globules dans le sang (de l'ordre de  $5 \cdot 10^6 / \text{mm}^3$ ), on peut assimiler la distribution discrète de diffuseurs à une distribution continue de densité  $\rho(x)$  ; les diffuseurs étant considérés comme identiques ( $\omega_i = \omega$  ;  $\frac{\Delta C_i}{c_0} = \frac{\Delta C}{c_0}$ ,  $\forall i$ ).

Si  $\Omega$  est le volume insonifié :

$$u_r(t) = \int_{\Omega} \rho(M) a(M) e^{i2\pi\nu_0 \alpha(M) (t - \tau(M))} d\Omega(M)$$

où

$$\alpha(M) = 1 - 2v(M)^1/c_0 ; \tau(M) = 2x(M)^1/c_0 ; a(M) = 8\pi^2 \frac{\nu_0^2 \omega \Delta C}{c_0^2} \frac{D^2(x^2, x^3)}{|x^1|}$$

$d\Omega(M)$  étant un élément de volume réverbérant au point M :  $(x^1, x^2, x^3)$ .

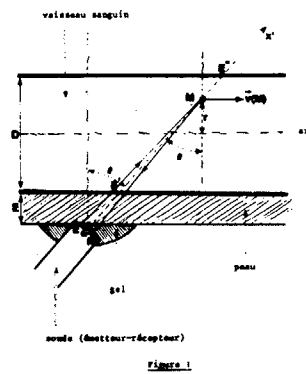
3 - CAS D'UN PINCEAU ULTRASONORE TRES DIRECTIF ET D'UN ECOULEMENT LAMINAIRE

3.1. - Le problème direct : analyse spectrale du champ rétrodiffusé

Notre but étant d'aboutir à une métrologie des profils de vitesses dans un écoulement (en parti-

culier une artère); il faut que l'interaction champ acoustique-champ d'écoulement se fasse idéalement selon un axe, en pratique selon un pinceau ultrasonore très fin devant le diamètre de l'écoulement (mais grand devant la longueur d'onde). Ce choix nous ramène, par ailleurs, à un problème plan, ce qui simplifie les calculs.

Le dispositif expérimental est le suivant (Figure 1) :



Une "sonde" émettrice-réceptrice, constituée de deux transducteurs accolés (émetteur E, récepteur R) est placée en O au contact de la peau à distance E de l'écoulement (épaisseur de la peau), un gel assurant l'adaptation d'impédance. Cette sonde émet

selon  $Ox^1$ , sous un angle  $\theta$  par rapport à la normale à l'axe du vaisseau, un pinceau ultrasonore monochromatique (fréquence  $\nu_0$ ) infiniment fin. La rétrodiffusion due aux globules est recaptée par la partie réceptrice de la sonde.

L'écoulement étant supposé laminaire, les diffuseurs sont animés d'un mouvement de translation à la vitesse  $v(M)$  parallèle à l'axe du vaisseau.

On fait l'hypothèse d'un écoulement à symétrie de révolution ; ainsi la distribution des vitesses est caractérisée par son profil  $v(M) = v(r)$ , r étant la distance des diffuseurs à l'axe du vaisseau.

Le terme de modulation  $\rho(M) a(M)$  qui traduit la diversité des diffuseurs et leur répartition est éliminé par un amplificateur à contrôle automatique de gain.

Le signal considéré est ainsi :

$$X(t) = \int_{E'E''} e^{i2\pi\nu_0 \alpha(x^1) (t - 2x^1/c_0)} dx^1$$

E' et E'' étant les points d'intersection du pinceau ultrasonore avec les parois internes de la veine de mesure.

On montre, (J.P. Lefebvre 3), que la densité spectrale énergétique du signal comporte une structure fine due aux interférences, mais qui est détruite par le caractère aléatoire de la répartition de diffuseurs et de l'écoulement ; et une enveloppe  $\Psi(\nu)$  qui contient toute l'information nécessaire à la métrologie :



$$\Psi(\nu) = K^2 \mathcal{V}'^2(\mathcal{V}(\nu))$$

où  $\mathcal{V}'(\mathcal{V})$  est la dérivée de la fonction réciproque  $\mathcal{V}(\nu)$  de la distribution des vitesses  $v(r)$  ; et  $\mathcal{V}(\nu)$  la fonction réciproque du Doppler  $\mathcal{V}(\mathcal{V})$  :

$$\mathcal{V}(\nu) = \nu_0 \left( 1 + 2 \frac{\nu}{c} \sin \theta \right)$$

$K^2$  étant un coefficient de proportionnalité.

### 3.2. - Le problème inverse : accès aux caractéristiques de l'écoulement

La formule analytique s'inverse facilement :

$$\mathcal{V}(\nu) = K^{-1} \int \Psi^{-1/2}(\nu(\mathcal{V})) d\nu$$

d'où la distribution des vitesses recherchées  $v(r)$  obtenue simplement par une analyse spectrale suivie d'un calcul élémentaire envisageable sur petit calculateur ou microprocesseur.

## 4 - CAS IDEAL D'UN ECOULEMENT DE POISEVILLE

Cet exemple simple permet de mener à terme les calculs analytiques et de tester la méthode :

On considère la distribution parabolique  $\mathcal{V}(r) = -4(\mathcal{V}_M - \mathcal{V}_m) r^2 / D^2 + \mathcal{V}_M$ , où  $\mathcal{V}_M = \mathcal{V}(0)$  et  $\mathcal{V}_m = \mathcal{V}(D/2)$  sont les vitesses dans l'axe et sur les parois, et  $D$  le diamètre de l'écoulement.

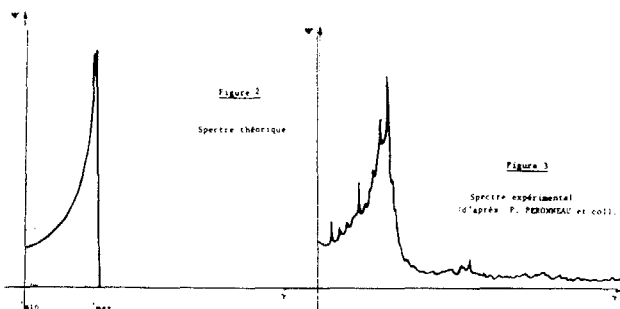
La densité spectrale du champ rétrodiffusé a pour enveloppe :

$$\Psi(\nu) = K'^2 \frac{1}{(\mathcal{V}_M - \mathcal{V}_m)(\mathcal{V}_M - \nu)}$$

$\mathcal{V}_M$  et  $\mathcal{V}_m$  étant les fréquences extrêmes correspondant aux vitesses extrêmes  $\mathcal{V}_M$  et  $\mathcal{V}_m$  par la formule du Doppler.

Les spectres obtenus doivent donc présenter une asymptote à leur fréquence maximum  $\mathcal{V}_M$  (Figure 2).

Ce résultat est confirmé par les résultats expérimentaux publiés par Péronneau et Coll (4), (Figure 3).



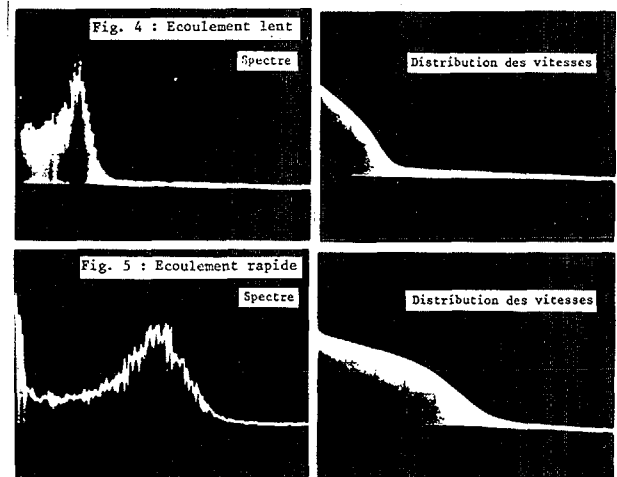
## 5 - APPLICATION AUX DISPOSITIFS USUELS

Nous avons construit un algorithme de calcul sur petit calculateur (HP 2152-8K), adaptable aux divers appareils de métrologie Doppler ultrasonore en continu du commerce, qui doit permettre de tirer de ces derniers des résultats quantitatifs.

Les expériences faites avec une chaîne Doppler SEGA Parks Electronics, sur un modèle rudimentaire d'écoulement (suspension d'amidon en écoulement continu) révèlent quelques imperfections dues à la finesse insuffisante du pinceau ultrasonore.

Il en résulte un effet de concolution sur les spectres qui détruit leur aspect asymptotique et affecte la qualité des mesures (Figures 4 et 5).

Cependant, les appareils fonctionnant en mode pulsé se heurtent au même problème (M. Griffith et Coll - 5).



Notons que la méthode aboutit naturellement à la reconstitution du profil réciproque  $\mathcal{V}(\mathcal{V})$ , qui en fait la forme usuelle de représentation d'un profil de vitesses dans un écoulement. C'est sous cette forme que nous présentons nos échantillons de résultats.

## 6 - CONCLUSION

Moyennant quelques perfectionnements techniques de la chaîne électroacoustique (réalisation de sondes très directives) ou du modèle théorique (prise en compte de la directivité et déconvolution), le vélocimètre à effet Doppler ultrasonore fonctionnant en régime continu doit permettre des mesures comparables à celles des vélocimètres à ultrasons pulsés. Il présente, en outre l'avantage d'une simplicité d'emploi accrue (utilisation de microprocesseurs pour réaliser le traitement automatique).

LA REVERBERATION COMME MODELE D'ETUDE DES DEBIT-METRES ULTRASONORES A  
EFFET DOPPLER

REVERBERATION AS MODEL FOR STUDY OF ULTRASONIC DOPPLER FLOWMETERS

---

La seule restriction de la méthode est sa limitation aux écoulements symétriques.

Par ailleurs, la partie théorique de notre étude peut contribuer à la compréhension et à la maîtrise du mode pulsé.

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - Th. VOGEL, sur la diffraction des ondes par des inclusions. Colloque Int. C.N.R.S., propagation des ébranlements dans les milieux hétérogènes, Marseille, 1961.
- 2 - J.P. LEFEBVRE, Propagation du son dans certains types de milieux hétérogènes, Revue du CETHEDC n° 48, p. 152, 1976.
- 3 - J.P. LEFEBVRE, G. KAPHAN, Théorie d'une métrologie des caractéristiques hémodynamiques circulatoires basée sur l'effet Doppler ultrasonore, Journée d'Electronique Biomédicale (SEE), Grenoble 1973.
- 4 - P. PERONNEAU, J. HINGLAIS, M. PELLET, F. LEGER, Vélocimètre sanguin par effet Doppler à émission ultrasonore pulsée, L'Onde Electrique, vol. 50, n° 5, p. 369, 1970.
- 5 - J.M. GRIFFITH, W.R. BRODY, L. GOODMAN, Résolution performance of Doppler ultrasound flowmeters, J. Acoust. Soc. Amer., vol 60, n° 3, p. 607, 1976.

