

COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

UTILISATION EN RECONNAISSANCE TACTILE DE SOLIDES
D'ESTIMATEURS DE DENSITE DE PROBABILITE BASES
SUR LA DISTANCE EUCLIDIENNE DANS R^m

J. AGUILAR-MARTIN, G. BANON, M. BRIOT, M. RENAND

LABORATOIRE d'AUTOMATIQUE et d'ANALYSE des SYSTEMES du C.N.R.S.
7, avenue du Colonel Roche - 31400 TOULOUSE - FRANCE

RESUME

On considère l'application de méthodes classiques d'estimation non paramétrique de densité de probabilité à un problème de reconnaissance tactile de solides à l'aide d'un organe de préhension ayant la forme d'une pince à plusieurs doigts munis de capteurs angulaires.

L'estimation de densité conduit à la définition de stratégie aléatoire de reconnaissance. Le comportement à l'infini de ces stratégies est bien connu, dans cette note on considère au contraire le comportement pour un petit nombre d'observations d'apprentissage.

Deux méthodes d'estimation de densité sont envisagées : la méthode du k-ème plus proche voisin et celle du noyau. Pour cette dernière, on étudie le cas de deux noyaux assez différents : le noyau unité (fenêtre rectangulaire) et le noyau de CAUCHY.

Ces méthodes sont comparées entre-elles en considérant le cas où l'on tient ou non compte de la dispersion des observations d'apprentissage. Chacune de ces méthodes étant définie à un paramètre près on étudie son influence sur la probabilité d'erreur de mauvaise reconnaissance ; cette probabilité est estimée à partir d'observations de test.

Enfin, on considère le cas où les observations d'apprentissage ont fait l'objet d'une sélection préalable.

SUMMARY

Classical nonparametric density estimation methods are used to recognise three dimensional objects which are grasped by a gripping device with four fingers each equipped with angle sensors.

Statistical decision rules are derived from density estimation. The asymptotic properties of such rules are well known, in this work we focus our attention on small training sample size.

Two density estimation methods are considered: the k-nearest-neighbour estimation and the kernel estimation. For the later two different types of Kernel have been chosen : the unit Kernel (rectangular window) and the CAUCHY Kernel.

Those methods are compared in two different situations depending or not on the dispersion of the training sample. The above methods being completely defined according to the choice of a particular parameter, then we study its relation to the probability of miss-recognition. This probability is estimated from a sample test.

Finally, the analysis of the training sample is considered and the effects of data selection is investigated.



UTILISATION EN RECONNAISSANCE TACTILE DE SOLIDES
D'ESTIMATEURS DE DENSITE DE PROBABILITE BASES
SUR LA DISTANCE EUCLIDIENNE DANS R^m

1. INTRODUCTION

Que ce soit dans le domaine industriel ou médical, la manipulation d'un objet consiste à le prendre avec une orientation et une position qui peut être connue ou inconnue pour le déplacer et l'organiser dans un univers particulier.

Cette opération n'est possible que par l'utilisation de capteurs dont les informations sont utilisées soit pour reconnaître l'objet lui-même, soit pour déterminer sa position.

Les systèmes capteurs les plus étudiés sont du type optique (i.e. caméra de T.V.). Mais il existe cependant toute une série de problèmes pour lesquels de tels capteurs ne peuvent être utilisés pour des raisons techniques (milieu sous-marin, fumée, graisse, ...).

C'est pour ces raisons que nous nous sommes intéressés, dans le cadre du Projet "ROBOTIQUE" du L.A.A.S., à la reconnaissance tactile de solides pendant la phase de manipulation profitant ainsi du fait que les objets sont empaumés par l'organe de préhension (prise enveloppante).

La première partie de cette communication est consacrée à la présentation du problème particulier auquel nous nous sommes intéressés.

Dans la deuxième partie, on rappelle la méthode classique du kième plus proche voisin et celle du noyau.

Pour cette dernière méthode, on choisit le cas du noyau unité et celui de CAUCHY. On donne la stratégie correspondante à chacune des méthodes précédentes.

Enfin dans la troisième partie, nous commentons les résultats obtenus.

II. PRESENTATION DU PROBLEME

II.1. Le système de préhension

Le système utilisé a la forme d'une pince symétrique à quatre doigts ayant chacun trois phalanges (figure 1). Chaque articulation est munie d'un capteur fournissant une information angulaire. La valeur zéro pour un angle est obtenue lorsque deux phalanges adjacentes sont alignées. De plus, il ne peut y avoir d'angle dont la valeur soit négative, c'est-à-dire qu'une articulation ne peut être pliée à l'envers.

L'information fournie par cette pince est représentée par le vecteur :

$$X^T = (\underbrace{X_1, X_2, X_3}_{\text{doigt 1}}, \underbrace{X_4, X_5, X_6}_{\text{doigt 2}}, \underbrace{X_7, X_8, X_9}_{\text{doigt 3}}, \underbrace{X_{10}, X_{11}, X_{12}}_{\text{doigt 4}})$$

Cette pince a été couplée à un miniordinateur "MITRA 15" par l'intermédiaire d'une chaîne de conversion analogique-numérique. Le codage des tensions analogiques issues des capteurs angulaires (potentiomètres linéaires) se fait sur 12 bits.

II.2. Conditions de mesures

Nous avons considéré trois solides :

- une sphère,
- un cube,
- un tétraèdre.

Le choix de ces objets est arbitraire mais il faut que leurs dimensions ne soient pas trop grandes de manière à ce qu'ils soient entièrement englobés dans le système de préhension. De plus, chaque solide est serré de façon que chaque phalange le touche. En pratique, ceci n'est pas toujours possible du fait qu'une articulation ne peut être pliée à l'envers.

II.3. Hypothèses de travail et approche choisie

On dispose de trois suites d'observations (que nous appellerons observations d'apprentissage) $\{X_i^1\}_1^{n=30}$, $\{X_i^2\}_1^{n=30}$ et $\{X_i^3\}_1^{n=30}$ provenant de mesures effectuées par un organe de préhension servant trois solides θ_1 , θ_2 et θ_3 représentant respectivement une sphère, un cube et un tétraèdre.

On fait les hypothèses suivantes :

- les suites ci-dessus sont des suites de variables aléatoires réelles identiquement distribuées suivant les lois de probabilité P_{θ_1} , P_{θ_2} et P_{θ_3} respectivement. Ces lois possèdent des densités p_{θ_1} , p_{θ_2} et p_{θ_3} ,
- les observations sont considérées comme des vecteurs de dimensions m , qu'on note : $X_i^l = (x_{i,1}^l, \dots, x_{i,j}^l, \dots, x_{i,m}^l)$,
- les trois solides sont présentés de manière équiprobable à l'organe de préhension.

Le problème de la reconnaissance du solide consiste à trouver une règle de décision (reconnaissance) ou encore une stratégie définie sur l'espace des observations R^m et prenant ses valeurs dans un ensemble de décisions ou de classes de solides δ_1 , δ_2 et δ_3 .

UTILISATION EN RECONNAISSANCE TACTILE DE SOLIDES
 D'ESTIMATEURS DE DENSITE DE PROBABILITE BASES
 SUR LA DISTANCE EUCLIDIENNE DANS R^m

En d'autres termes, sur la base d'une observation provenant de θ_1, θ_2 ou θ_3 , on doit pouvoir reconnaître si le solide observé appartient à la classe δ_1, δ_2 ou δ_3 .

Dans le cas où $p_{\theta_1}, p_{\theta_2}$ et p_{θ_3} sont connus, on sait que la règle de décision optimale (au sens de la minimisation de la probabilité d'erreur de mauvaise reconnaissance) est la règle de BAYES :

la stratégie au point x de R^m vaut δ_q si :

$$p_{\theta_q}(x) = \max_{\ell=1,2,3} p_{\theta_\ell}(x)$$

Dans l'application considérée ici, ces densités sont inconnues. On va donc construire une nouvelle stratégie (aléatoire) sur la base d'une estimation de ces densités évaluées à partir des suites ci-dessus $\{x_i^\ell\}_{i=1}^n \quad \ell = 1, 2, 3$

Dans le but de choisir la procédure d'estimation la mieux adaptée à notre problème, nous avons effectué une analyse statistique des données délivrées par l'organe de préhension. Cette analyse montre que nous sommes en présence de distributions multimodales.

Les méthodes d'estimation non paramétrique sont toutes indiquées dans ce cas, car elles ont l'avantage de ne pas nécessiter d'hypothèse sur la forme de la densité.

Parmi les méthodes non paramétriques, celle de LOFTSGAARDEN-QUESENBERRY (kième plus proche voisin) et celle de ROSENBLATT-PARZEN (méthode du noyau) sont bien adaptées au problème de la décision par leur facilité de mise en oeuvre.

On s'intéresse à l'emploi de ces méthodes dans le contexte où l'on a peu d'observations.

En outre, nous étudions leur comportement après un traitement préalable des suites d'observations d'apprentissage $\{x_i^\ell\}$. Ce traitement consiste à sélectionner les observations de façon à représenter de manière équilibrée chaque mode.

III. LES METHODES DE DECISIONS

III.1. Notation

Soit $y \in R^m$, on prend pour norme sur R^m la norme euclidienne modifiée

$$\|y\|_h = \left(\sum_{j=1}^m \left(\frac{y_j}{h_j} \right)^2 \right)^{1/2}$$

où les composantes du vecteur h sont strictement positives.

On note par v_h la quantité (proportionnelle au volume de l'ellipsoïde $\|y\|_h = 1$)

$$v_h = \prod_{j=1}^m h_j$$

III.2. Méthode du kième plus proche voisin

Dans la méthode du kième plus proche voisin on prend pour estimateur de la densité :

$$p_{\theta_\ell, n}(x) = \frac{k}{n \vartheta_{\ell, k}(x)}$$

où $\vartheta_{\ell, k}(x)$ est le volume de l'ellipsoïde de centre x et de "pseudo-rayon" :

$$r_{\ell, k}(x) = \|x - x_{[k]}^\ell\|_h$$

où $[k]$ est l'indice de la kième plus proche observation (plus proche au sens de la norme définie ci-dessus).

REMARQUES : on prend k identique pour chaque classe puisqu'on suppose que le nombre d'observations issues de chaque solide est le même.

Si on prend $h=(1,1,\dots,1)$ on obtient l'estimateur de LOFTSGAARDEN et QUESENBERRY [1].

La stratégie correspondante au point x de R^m vaut δ_q si :

$$r_{q, k}(x) < r_{\ell, k}(x) \quad \forall \ell = 1, 2, 3 \neq q$$

sinon on choisit δ_q de manière équiprobable :

$$P(\delta_q) = \frac{1}{3} \quad q=1, 2, 3$$

III.3. Méthode du noyau

Dans la méthode du noyau, l'estimateur de la densité s'écrit :

$$p_{\theta_\ell, n}(x) = \frac{1}{n v_h^\ell} \sum_{i=1}^n K_{h^\ell}(x - x_i^\ell)$$

où $K_h(y) = K\left(\frac{y_1}{h_1}, \dots, \frac{y_m}{h_m}\right) \quad y \in R^m$

et où

$K(\cdot)$ est une fonction bornée et mesurable sur R^m appelée noyau.

On suppose de plus que :

$$\int_{R^m} K(y) dy = 1$$

Cet estimateur a été proposé par ROSENBLATT [2], puis repris par PARZEN [3] et étendu au cas multidimensionnel par CACOULOS [4] et EPANECHNIKOV [5].

La stratégie correspondante vaut δ_q si

$$\frac{1}{v_{h^q}} \sum_{i=1}^n K_{h^q}(x - x_i^q) > \frac{1}{v_{h^\ell}} \sum_{i=1}^n K_{h^\ell}(x - x_i^\ell) \quad \forall \ell = 1, 2, 3 \neq q$$



UTILISATION EN RECONNAISSANCE TACTILE DE SOLIDES
D'ESTIMATEURS DE DENSITE DE PROBABILITE BASES
SUR LA DISTANCE EUCLIDIENNE DANS R^m

sinon on choisit comme précédemment, δ_q de manière équiprobable.

a) Noyau unité

Le noyau $K(\cdot)$ a pour expression

$$K(y) = \frac{1}{\phi} \mathbb{1}_A(y)$$

où A est l'hypersphère dans R^m de rayon unité centré à zéro et ϕ son volume.

$$\phi = \frac{2 \pi^{\frac{m}{2}}}{m \Gamma(\frac{m}{2})}$$

$\mathbb{1}_A(\cdot)$ est la fonction indicatrice du sous-ensemble A de R^m , $\forall y \in R^m$:

$$\mathbb{1}_A(y) = 1 \text{ si } y \in A \\ = 0 \text{ sinon}$$

Dans le cas du noyau unité, on a donc :

$$K_h(y) = \frac{1}{\phi} \mathbb{1}_{A_h}(y)$$

où A_h est l'ellipsoïde d'équation $\|y\|_h = 1$.

La stratégie correspondante vaut δ_q si

$$\frac{1}{v_h^q} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{A_h^q}(x - X_i^q) > \frac{1}{v_h^\ell} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{A_h^\ell}(x - X_i^\ell) \\ \forall \ell = 1, 2, 3 \neq q$$

sinon on choisit, encore, δ_q de manière équiprobable.

b) Noyau de CAUCHY

Dans R^m , le noyau de CAUCHY a pour expression

$$K_h(y) = \frac{K(o)}{1 + \|y\|_h^{m+1}}$$

$$\text{avec : } K(o) = \frac{(m+1) \Gamma(\frac{m}{2}) \sin \frac{\pi}{m+1}}{2 \pi^{\frac{m+2}{2}}}$$

La stratégie correspondante vaut δ_q si

$$\frac{1}{v_h^q} \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 + \|x - X_i^q\|_h^{m+1}} > \frac{1}{v_h^\ell} \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 + \|x - X_i^\ell\|_h^{m+1}} \\ \forall \ell = 1, 2, 3 \neq q$$

sinon on choisit comme pour les stratégies précédentes, δ_q de manière équiprobable.

Pour assurer la convergence des stratégies ci-dessus lorsque $n \rightarrow \infty$ il faudrait choisir k ou h^ℓ fonction de n (cf. [1 - 4 ou 5]).

Dans notre cas, n étant donné à l'avance, k et h^ℓ doivent être considérées comme des constantes.

Pour le vecteur h^ℓ nous prenons :

$$1) h^\ell = c(1, 1, \dots, 1) \quad \ell = 1, 2, 3$$

$$\text{On a alors } \prod_{\ell=1}^3 v_R^\ell = c^{3m}$$

$$\text{ou } 2) h^\ell = \frac{c}{\left(\prod_{j=1}^n \prod_{\ell=1}^3 \sigma_j^\ell \right)^{1/3m}} (\sigma_1^\ell, \dots, \sigma_m^\ell) \\ \ell = 1, 2, 3.$$

$$\text{comme ci-dessus } \prod_{\ell=1}^3 v_h^\ell = c^{3m}$$

On prend pour σ_j^ℓ , l'écart type des variables

$$X_{i,j}^\ell \quad i = 1, 2, \dots, n$$

En pratique, on estime σ_j^ℓ par

$$\sigma_j^\ell = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_{i,j}^\ell - \bar{X}_j^\ell)^2 \right)^{1/2}$$

avec

$$\bar{X}_j^\ell = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{i,j}^\ell$$

Pour la méthode du kième plus proche voisin on peut vérifier que la constante C n'intervient pas dans l'estimation de la densité ou encore dans le calcul de la stratégie.

IV. RESULTATS

Les résultats que nous présentons sur les figures 2,3,4,5 et 6 sont donnés sous forme d'estimation par comptage de la probabilité de mauvais classement sur la base d'observations de test distinctes des observations qui servent au calcul des stratégies. Trente observations de test par classe ont été utilisées pour obtenir ces résultats.

Nous avons étudié l'influence de k et de c sur cette probabilité d'erreur, dans les deux cas 1) et 2) présentés au paragraphe précédent, respectivement pour la stratégie dérivée de la méthode du kième plus proche voisin et pour celles dérivées de la méthode du noyau.

De plus, nous avons aussi étudié le comportement de ces stratégies après un traitement des suites d'observations d'apprentissage $\{X_i^\ell\}_{i=1}^n$

Nous comparons les cas :

- où aucun traitement n'a été réalisé,
- où les observations ont été sélectionnées par une méthode d'analyse statistique de données basée sur l'utilisation d'un algorithme de classification automatique par autoapprentissage [6]. Cette sélection

UTILISATION EN RECONNAISSANCE TACTILE DE SOLIDES
 D'ESTIMATEURS DE DENSITE DE PROBABILITE BASES
 SUR LA DISTANCE EUCLIDIENNE DANS R^m

tion a été réalisée avec le souci d'avoir le même nombre d'observations dans chaque sous-classe.

Nous récapitulons dans le tableau 1 la valeur minimum de la probabilité de mauvais classement pour les divers cas envisagés sur des données réelles correspondant à un ensemble de 3 solides (cf. figures 2 à 6).

V. COMMENTAIRES ET CONCLUSION

L'observation des résultats donnés dans le paragraphe précédent suggèrent un certain nombre de remarques :

1. La sélection des observations d'apprentissage servant au calcul des stratégies provoque une diminution très nette de la probabilité de mauvais classement. Cette sélection, qui tient compte de la position de l'objet dans la pince, permet de prendre en compte des paramètres liés à la structure de ces objets. Ici ces paramètres sont masqués par la méthode de classement probabiliste utilisée.

2. L'utilisation de la distance euclidienne modifiée qui permet de prendre en compte la dispersion de chaque composante du vecteur d'observation, c'est-à-dire de rendre plus homogène les distributions relatives à chaque classe, conduit à diminuer aussi la probabilité de mauvais classement. De plus, ce traitement permet de diminuer la sensibilité de k dans la méthode du kième plus proche voisin.

3. Si on compare les deux stratégies basées sur la méthode du noyau (noyau unité, noyau de CAUCHY) il est intéressant de remarquer l'insensibilité aux faibles valeurs de C de cette dernière stratégie. Ceci lui confère un avantage certain.

Par contre, dans le cas de la stratégie basée sur le noyau unité, le choix de C est très critique. Ce résultat peut s'expliquer de la façon suivante: dans le cas où les fonctions de densité $p_{\theta_i}(\cdot)$ se coupent en un nombre fini de points on peut dire que la probabilité pour que :

$$\frac{1}{V_{h^q}} \sum_{i=1}^n K_{h^q}(x - X_i^q) > \frac{1}{V_{h^l}} \sum_{i=1}^n K_{h^l}(x - X_i^l) \quad \forall l = 1, 2, 3 \neq q$$

est égale à 1 ou à 1 que soit C pour le noyau de CAUCHY alors qu'elle peut être $\ll 1$ pour C petit dans le cas du noyau unité ; en d'autre terme, pour C petit, il arrive très souvent que l'on ne puisse pas décider entre 2 classes comme nous le montrons sur la figure 7.

D'où l'avantage d'utiliser un noyau de CAUCHY (ou de GAUSS, ou encore de toute fonction de même type, dans le cas d'un petit nombre d'observations d'apprentissage).

En définitive, les résultats que nous avons obtenus sont très encourageants car ils montrent que l'on peut reconnaître, avec une faible probabilité de mauvais classement, des objets de formes assez voisines (comportant un grand nombre de symétries) empaumés dans une pince polyarticulée.

REFERENCES

[1] LOFTSGAARDEN D.O., QUESENBERRY C.P. (1965), A non-parametric estimate of a multivariable density function, Ann. Math. Stat., 36, pp.1049-1051.
 [2] ROSENBLATT M. (1956), Remarks on some nonparametric estimates of n density function, Ann. Math. Statist. 27, pp.832-837.
 [3] PARZEN E. (1962), On estimation of a probability density function and mode, Ann. Math. Statist., 33, pp.1065-1076.
 [4] CACOULOS T. (1964), Estimation of a multivariable density, Ann. Math. Statist., 18, pp.179-189.
 [5] EPANECHNIKOV V.A. (1969), Nonparametric estimation of a multivariable probability density, Theory of Probability and its applications, 14, pp.153-158.
 [6] AGUILAR-MARTIN J., BANON G., BRIOT M., LOPEZ DES MANTARAS R. (1976), Tentative de simulation de l'agrégation du classement des informations dans la reconnaissance tactile de solides, Colloque BIOMECA II, Toulouse, France.

	DISTANCE	SANS SELECTION	AVEC SELECTION
kième plus proche voisin	Euclidienne	12 %	4 %
	Euclidienne modifiée	10 %	2 %
Noyau unité	Euclidienne	18 %	14 %
	Euclidienne modifiée	4 %	1 %
Noyau de CAUCHY	Euclidienne	14 %	5 %
	Euclidienne modifiée	3 %	2 %

TABLEAU 1



UTILISATION EN RECONNAISSANCE TACTILE DE SOLIDES
 D'ESTIMATEURS DE DENSITE DE PROBABILITE BASES
 SUR LA DISTANCE EUCLIDIENNE DANS R^m

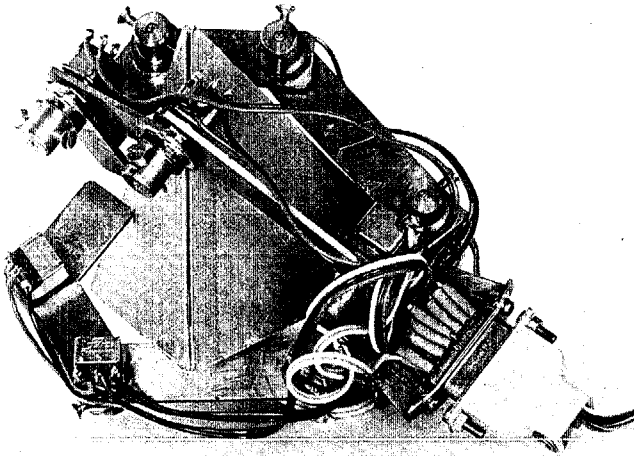
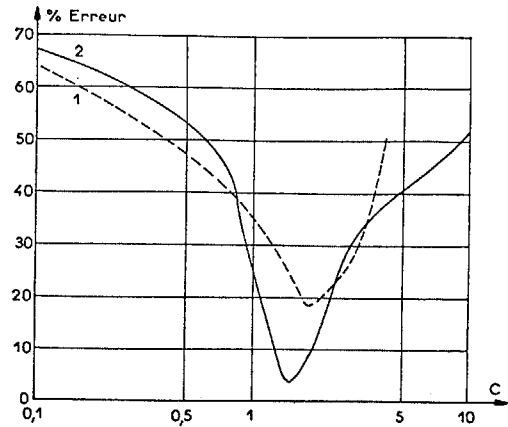
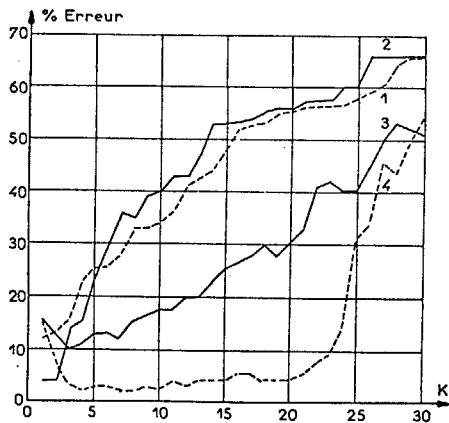


FIGURE 1. La pince refermée sur un tétraèdre



Sans sélection [(1) Distance euclidienne
 (2) Distance euclidienne modifiée

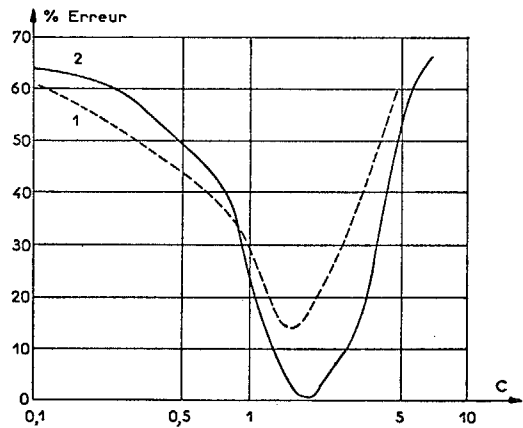
FIGURE 3. Probabilité d'erreur relative à la méthode du noyau unité



Distance Euclidienne [(1) Sous sélection des observations d'apprentissage
 (2) Avec sélection des observations d'apprentissage

Distance Euclidienne modifiée [(3) Sans sélection des observations d'apprentissage
 (4) Avec sélection des observations d'apprentissage

FIGURE 2. Probabilité d'erreur relative à la méthode du kième plus proche voisin

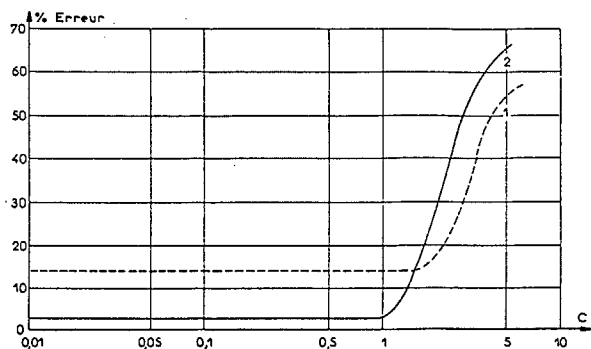


Avec sélection [(1) Distance euclidienne
 (2) Distance euclidienne modifiée

FIGURE 4. Probabilité d'erreur relative à la méthode du noyau unité

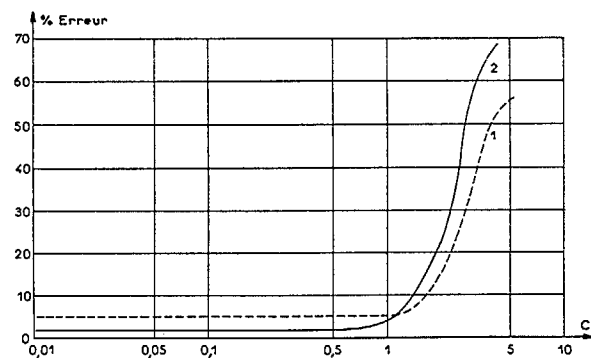


UTILISATION EN RECONNAISSANCE TACTILE DE SOLIDES
 D'ESTIMATEURS DE DENSITE DE PROBABILITE BASES
 SUR LA DISTANCE EUCLIDIENNE DANS R^m



Sans sélection [(1) Distance euclidienne
 (2) Distance euclidienne modifiée

FIGURE 5. Probabilité d'erreur relative à la méthode du noyau de CAUCHY



Avec sélection [(1) Distance euclidienne
 (2) Distance euclidienne modifiée

FIGURE 6. Probabilité d'erreur relative à la méthode du noyau de CAUCHY

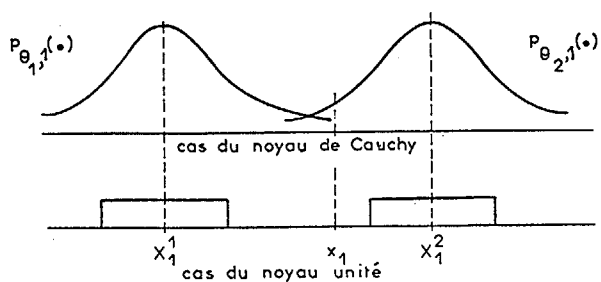


FIGURE 7. Exemple de situation de décision entre deux classes basée sur une seule observation d'apprentissage

