COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

MODELISATION ET IDENTIFICATION DE MODELES ARMG DE PROCESSUS STOCHASTIQUE : APPLICATION AU CALCUL EN LIGNE DE LA DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE

Gilles ZWINGELSTEIN - Gabriel THABET

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay - C.E.A. - B.P. n° 2 - 91190 - GIF-sur-YVETTE (France)

RESUME

L'objet de ce papier est de décrire des méthodes de modélisation et d'identification de modèles autoregressifs à moyenne glissante de processus stochastiques. Ces modèles identifiés permettent d'estimer la densité spectrale de puissance avec une précision et un temps de calcul améliorés comparativement aux méthodes classiques. Elles permettent également le calcul en ligne de la densité spectrale de puissance.

Le processus stochastique mesurable y (t) est modélisé en supposant qu'il est le signal de sortie d'un système excité par un bruit blanc gaussien w (t), N $(0, \sigma^2)$.

Deux méthodes d'identification ont été testées pour déterminer les ordres m et n ainsi que les paramètres ϕi et θi de la recurrence qui lie les échantillons de l'entrée et de la sortie.

- La première méthode consiste à transformer le modèle ARMG en un modèle autoregressif. Les paramètres de ce modèle sont obtenus par l'estimation linéaire des moindres carrés.

- La deuxième méthode consiste à trouver les paramètres de la récurrence par les techniques de la programmation non linéaire.

La densité spectrale de y (t) s'obtient instantanément à partir du modèle.

Les résultats obtenus en excitant un filtre linéaire par un bruit blanc ont montré l'efficacité de cette méthode comparativement aux algorithmes FFT.

La simplicité des calculs permet leur implantation en temps réel sur miniordinateurs ou microprocesseurs.

SUMMARY

The aim of this paper is to describe the modelling and the identification techniques for autoregressive moving average models (ARMA) for stochastic processus. The identified models provide a means of estimating the power spectral density with improved accuracy and computer time compared with the classical methods. They are particuraly well suited for on-line estimation of the power spectral density.

The observable stochastic process y (t) is modelled assuming that it is the output of a linear filter driven by gaussian while noise w (t), N $(0,\sigma^2)$.

Two identifications schemes were tested to find the orders m and n of the ARMA (m,n) model and to estimate the parameters a_i and b_i of the recursion equation relating the input and output signals.

- Le first scheme consists of transforming the ARMA model to an autoregressive model. The parameters of this AR model are obtained using least squares estimation techniques.

- The second scheme consists in finding the parameters of the ARMA by non linear programming techniques.

The power spectral density of y (t) is instantaneously deduced from these ARMA models.

The results obtained by driving an electronic linear filter by pseudo-while noise showed the efficiency of this method compared with the FFT algorithm.

The simplicity of the algorithm makes its implementation very easy in real time on a mini-or micro-computer.

MODELISATION ET IDENTIFICATION DE MODELES ARMG DE PROVESSUS STOCHASTIQUE : APPLICATION AU CALCUL EN LIGNE DE LA DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE

INTRODUCTION

Les algorithmes de surveillance du fonctionnement de certains processus industriels tels que machines tournantes, moteurs à explosion ou certains composants de centrales nucléaires sont basés le plus souvent sur les techniques de diagnostic externe.Ces techniques consistent à comparer les densités spectrales de puissance des signaux observables calculées en temps réel à celles correspondant à un fonctionnement normal. Le diagnostic se fait en utilisant les résultats de la théorie de la reconnaissance des formes. Les spectres de référence sont calculés avec une très bonne précision statistique en moyennant environ 500 à 1000 spectres instantanés. Par contre le spectre instantané obtenu en temps réel par exemple par la transformée rapide de Fourier est entaché d'un bruit de variance non négligeable. Afin d'obtenir des spectres plus lisses on peut utiliser la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation pondérée elle-même par des fenêtres temporelles rectangulaires ou de Parzen ou de Barlett. Cependant si la variance du bruit sur les spectres diminue on augmente, le biais sur le spectre il est donc nécessaire de faire un compromis entre ces deux grandeurs.

Par contre en supposant que le signal aléatoire est le signal de sortie d'un filtre linéaire excité par un bruit blanc et que l'identification de la structure du filtre est possible, on peut déduire la densité spectrale de puissance théorique avec une précision qui ne dépend que de la méthode d'identification. Si l'estimation des paramètres du filtre est consistante et non biaisée on obtient une densité spectrale de puissance qui est lissée et qui ne présente pas de fluctuations statistiques.

L'étude qui suit présente deux méthodes d'identification d'un modèle paramétrique capable de représenter à sa sortie le signal aléatoire analysé. La première méthode est basée sur le principe des moindres carrés hors ligne et récursifs; la seconde méthode s'appuie sur les techniques de la programmation non linéaire. Une application est fournie et montre l'avantage de la modélisation du signal sur les autres méthodes pour le calcul de la densité spectrale de puissance.

1. - FORMES DE MODELES STOCHASTIQUES

Tout signal aléatoire, stationnaire et correlé peut être considéré comme étant produit par un signal indépendant (bruit blanc) passant dans un filtre linéaire.

Pour les filtres utilisés, on trouve le modèle à moyenne glissante (MG) à l'aide duquel le signal dépend de q valeurs précédentes du signal indépendant. Il est de la forme :

$$y_t = \omega_t - \theta_1 \omega_{t-1} - \theta_2 \omega_{t-2} \ldots \theta_q \omega_{t-q} \qquad (1\text{-}1)$$

y_t : est le signal aléatoire à l'instant t

ω_t : l'excitation blanche.

Une autre formule du modèle stochastique est celui appelé modèle autoregressif (AR) et où le signal régresse sur lui-même jusqu'à p valeurs précédentes en plus du bruit blanc à l'instant t :

$$y_t = + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-1} + \ldots \phi_p y_{t-p} + \omega_t \qquad (1\text{-}2)$$

On peut remarquer que le modèle AR est équivalent à un filtre MG d'ordre infini et vice versa.

Si donc on choisit un filtre AR comme modèle stochastique alors qu'en réalité il est de type MG, on doit s'attendre à avoir un ordre assez élevé (le système étant stable, les paramètres au-delà d'un certain degré élevé deviennent négligeables). De même en prenant un filtre MG pour un AR.

Pour éviter cette surabondance, on peut former un filtre qui soit un mélange des deux filtres précédents et comprenant des paramètres autorgressifs et des paramètres à moyenne glissante.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} \cdot\cdot \phi_p y_{t-p} + \omega_t + \theta_1 \omega_{t-1} \cdot\cdot \theta_q \omega_{t-q} \qquad (1\text{-}3)$$

Et ainsi, avec ce filtre là appelé autoregressif à moyenne glissante (ARMG) on a le modèle contenant le minimum de paramètres, raison pour laquelle il a été adopté dans cette étude pour représenter un signal aléatoire.

On peut mettre (1-3) sous la forme

$$(1-\phi_1 B - \phi_2 B^2 \cdot\cdot \phi_p B^p) y_t = (1 - \theta_1 B \ldots \theta_q B^q)\, \omega t \qquad (1\text{-}4)$$

avec B opérateur à retard : $b^i y_t = y_{t-i}$

Le système étant considéré stable : $\phi^{-1}(B)\theta(B)$ doit converger pour $|B| < 1$ (B étant un nombre complexe pouvant prendre n'importe quelle valeur dans le plan complexe). Cette convergence est satisfaite si les racines du polynôme $\phi(B)$ sont à l'extérieur du cercle unité.

De même, on considère que le système est inversible c'est-à-dire qu'on peut calculer y_t à partir de toutes ses valeurs précédentes. Pour celà, il faut que $\theta^{-1}(B)\phi(B)$ converge pour $|B| < 1$, ce qui est le cas si les racines du polynôme $\theta(B)$ sont aussi à l'extérieur du cercle unité.

A l'aide des paramètres AR et MG de ce filtre on peut retrouver la fonction d'autocorrélation théorique du signal qui est obtenue à partir de l'équation récurrente suivante :

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} \cdot\cdot \phi_p \rho_{k-p} \qquad k > q + 1 \qquad (1\text{-}5)$$

De même sa densité spectrale puissance théorique est donnée par la relation :

$$p(f) = 2\,\sigma^2_a \frac{\left|1-\theta_1 e^{-j2\pi f} - \ldots - \theta_q e^{-j2\pi q f}\right|^2}{\left|1-\phi_1 e^{-j2\pi f} - \ldots - \phi_p e^{-j2\pi p f}\right|^2} \quad 0 \leq f < \frac{1}{2} \qquad (1\text{-}6)$$

2. - PREMIERE METHODE : ESTIMATION DES MOINDRES CARRES

Elle est faite en deux étapes :

- d'abord on estime les paramètres autoregressifs purs
- et ensuite à partir de ceux-ci on identifie l'ordre du ARMG et puis successivement les paramètres MG et AR.

En reprenant l'équation (1-4) on peut la mettre sous la forme :

$$(1-\theta_1 B \ldots \theta_q B^q)^{-1} (1-\phi_1 B \ldots \phi_p \phi^p)\, y_t = \omega_t \qquad (2\text{-}1)$$

$$\text{ou } (1-\gamma_1 B - \gamma_2 B^2 - \gamma_3 B^3 \ldots)\, y_t = \gamma(B) y_t = \omega_t \qquad (2\text{-}2)$$

qui est un filtre autoregressif d'ordre infini :

MODELISATION ET IDENTIFICATION DE MODELES ARMG DE PROCESSUS STOCHASTIQUE : APPLICATION AU CALCUL EN LIGNE DE LA DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE

$$y_t = \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i \, y_{t-i} + \omega_t \qquad (2\text{-}3)$$

Et en se bornant à estimer jusqu'à l'ordre s seulement on trouve le modèle :

$$y_t = \sum_{i=1}^{s} \gamma_i \, y_{t-i} + \varepsilon_t + e_t \qquad (2\text{-}4)$$

où e_t est l'erreur de troncature du polynôme $\gamma(B)$ et qui devient négligeable pour un s assez élevé.

ε_t est le résidu de moyenne nulle, qui plus l'ordre s augmente moins, il devient corrélé jusqu'à tendre à la limite vers le bruit blanc ω_t, lorsque le maximum d'informations aurait été extrait des données.

En disposant de N échantillons de mesure on a d'après (2-2) le système vectoriel

$$\begin{bmatrix} y_{s+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_s & y_{s-1} & \cdots & y_1 \\ y_{s+1} & & & y_2 \\ \vdots & & & \\ y_{N-1} & & & y_{N-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{s+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}$$

ou $\underline{y} = [Y]\underline{\gamma} + \underline{\varepsilon}$ (2-5)

et l'estimation au sens des moindres carrés de γ est:

$$\underline{\hat{\gamma}} = [Y^T Y]^{-1} Y^T \underline{y} \qquad (2\text{-}6)$$

Pour déterminer un ordre suffisant, on fait accroître s jusqu'à obtenir une fonction d'autocorrélation du résidu très peu corrélé.

Dans ces conditions, on peut déduire que l'estimation de γ est non biaisée.

En effet évaluons l'espérance mathématique de l'estimateur :

$$E[\hat{\gamma}] = E\,[(Y^T Y)^{-1} Y^T \underline{y}]$$

et d'après (2-5) :

$$E[\hat{\gamma}] = E\,[(Y^T Y)^{-1} Y^T [(Y)\gamma + \varepsilon]]$$

$$= E\,[\gamma] + E\,[(Y^T Y)^{-1} Y^T] \cdot E\,[\varepsilon] = E\,[\gamma]$$

ε_t étant devenu non corrélé et de moyenne nulle.

En outre, cette estimateur est consistent et dans le cas où la distribution de y_t est Gaussienne il est assymptotiquement efficace du fait qu'il devient équivalent à l'estimateur du maximum de vraisemblance.

Par ailleurs, l'estimation en ligne des moindres carrés s'obtient à partir des relations :

$$\hat{\gamma}_{t+1} = \hat{\gamma}_t + P_t \varphi_t (\varphi_t^T P \varphi_{t+1})^{-1} \varepsilon_t$$

$$P_{t+1} = P_t - P_t \varphi_t (\varphi_t^T P_t \varphi_t + 1)^{-1} \varphi_t^T P_t$$

où φ_t^T est le nouveau vecteur disponible à l'instant t : $\varphi_t = [y_{t-1} \cdots\cdots y_{t-s}]$

P_t est la matrice de covariance des paramètres : $P_t = (Y_t^T \; Y_t)^{-1}$

Comme valeurs initiales : $\gamma_{s+1} = 0$ et P_{s+1} egale à une matrice identité multipliée par une très grande constante (>100).

- Estimation des paramètres MG et AR

D'après (2-1) et (2-2) on a :

$$(1-\phi_1 B - \phi_2 B^2 \ldots \phi_p B^p) = (1-\theta_1 B \ldots \theta_q B^q)(1-\gamma_1 B - \gamma_2 B^2 \ldots)$$

En comparant les termes relatifs au même degré de B on trouve le système d'équation :

$$\phi_1 = \theta_1 + \gamma_1$$

$$\phi_2 = \theta_2 - \theta_1 \gamma_1 + \gamma_1$$

$$\vdots$$

$$\phi_i = \theta_i - \theta_{i-1} \gamma_1 - \theta_{i-2} \gamma_2 \cdots - \theta_i \gamma_{i-1} + \gamma_i \qquad (2\text{-}7)$$

$$\gamma_{n+i} = \theta_n \gamma_i + \theta_{n-1} \gamma_{i+1} \cdots + \theta_1 \gamma_{n+i-1} \qquad i = 1,2,\ldots$$

où $\theta_i = 0$ pour $i > q$ (2-8)

Des relations précédents on peut tirer les deux équations matricielles suivantes :

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\theta_1 & 1 & \ddots & \vdots \\ -\theta_2 & \cdots & 1 & \vdots \\ \cdots & & \ddots & 0 \\ -\theta_{n-1} & -\theta_{n-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_n \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}9)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{n+1} \\ \vdots \\ \gamma_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_n & \cdots\cdots & \gamma_{n-m+1} \\ \gamma_{n+1} & \cdots & \gamma_{n-m+2} \\ \vdots & & \vdots \\ \gamma_{n+m-1} & \cdots & \gamma_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}10)$$

Ainsi $\gamma_1 \ldots \gamma_s$ étant connus, on peut résoudre les équations (2-10) et (2-9) pour trouver respectivement θ et ensuite ϕ ; mais pour que cela soit possible il faut que dans (2-10) la matrice contenant γ_i ne soit pas singulière pour une solution unique de θ et cela est le cas lorsque les ordres n et m sont minimaux.

D'où la méthode pour déterminer l'ordre du filtre ARMG, en testant cette matrice carrée à partir de (n = 1, m = 0) et en augmentant les ordres comme suit (n = 1, m = 1), (n = 2, m = 0), (n = 2, m = 1) ... jusqu'à ce que l'ordre de cette matrice soit supérieur à son rang, en d'autres termes jusqu'à ce que le déterminant s'annule, ou plutôt devient inférieur à un nombre positif et très petit (étant donné que les γ_i sont remplacés par leurs estimées.)

Une fois l'ordre déterminé, il ne reste plus qu'à résoudre (2-9) et (2-10) pour trouver les paramètres AR et MG de notre modèle.

3. - DEUXIEME METHODE. ESTIMATION DES PARAMETRES DU FILTRE ARMG A L'AIDE DE LA TECHNIQUE DE PROGRAMMATION NON LINEAIRE.

Elle consiste à estimer conjointement les paramètres AR et MG du modèle en cherchant le minimum de la somme des carrés des résidus dans l'espace des paramètres, en se servant de l'algorithme de Newton modifié étant donné qu'on n'a pas toujours connaissance à priori des paramètres.

MODELISATION ET IDENTIFICATION DE MODELES ARMG DE PROCESSUS STOCHASTIQUE :
APPLICATION AU CALCUL EN LIGNE DE LA DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE

Le résidu est calculé à partir de l'équation :

$$\varepsilon_t = y_t - \phi_1 y_{t-1} \cdots \phi_p y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} \cdots \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

L'ordre exact du filtre est déterminé à l'aide du test statistique F sur le critère (après convergence de l'algorithme).

Soit le rapport : $F_c = \dfrac{\dfrac{J_1 - J_0}{S}}{\dfrac{J_0}{N-P}}$

J_0 est la somme des carrés des résidus pour un certain ordre

J_1 est celui d'un ordre supérieur au premier

S est la différence de nombre de paramètres entre les deux filtres

N nombre d'échantillons de mesure.

P est le nombre de paramètres du modèle d'ordre supérieur.

En supposant que le bruit blanc est distribué normalement, J_1 et J_0 sont distribués selon χ^2 et donc F_c est distribué selon F dont les degrés de liberté sont respectivement S et N-P.

Pour un intervalle de confiance donné on peut trouver à l'aide des tableaux, la valeur théorique de $F_{n1,n2,\alpha}$, soit F_{th}, pour laquelle la probabilité que F_c soit supérieure est de 0,05.

Si donc on trouve que $F_c >> F_{th}$ cela indique que le modèle d'ordre supérieur qui doit être pris.

Ainsi, on fait accroître l'ordre du filtre jusqu'à ce que le F test calculé entre deux modèles d'ordre consécutif soit inférieur à 5 % de celui trouvé théoriquement.

3. - APPLICATIONS

La première méthode d'estimation des paramètres du modèle ARMG a été tout d'abord testée sur un modèle de simulation du second ordre et ensuite appliquée à un signal réel issu d'un circuit électronique.

A - Exemple de simulation

Soit le modèle ARMG

$$\frac{\theta(B)}{P(B)} = \frac{1 - 0.5\,B}{1+1.5\,B + 0.625\,B^2} \qquad p = 2,\ q = 1$$

Le filtre autogressif pur equivalent est :

$$\gamma(B) = 1 + 2\,B + 1.625\,B^2 + (1.625/2)\,B^2 + \ldots$$

Ce filtre a été excité par un bruit blanc de distribution normale de moyenne nulle et de variance égale à l'unité.

Trois ordres différents du filtre AR pur ont été testés avec respectivement s = 5, 10 et 20 en utilisant 1000 échantillons. Le tableau suivant donne les résultats pour les différents ordres.

	1	2	3	4	5	ϕ_1	ϕ_2	θ_1
Valeurs exactes	2	1.625	0.8125	0.406	0.203	1.5	0.625	- 0.5
s = 5	2.003	1.602	0.7208	0.2396	0.0361	1.593	0.599	- 0.41
s = 10	2.010	1.629	0.788	0.3858	0.2642	1.521	0.645	- 0.489
s = 20	2.009	1.624	0.7812	0.3831	0.273	1.519	0.638	- 0.4904

Tableau 1 : Paramètres du modèle ARMG en fonction des ordres

Le filtre autoregressif d'ordre 20 donne les paramètres avec la meilleure précision, ce qui est conforme à la théorie. La figure 1 représente la fonction d'autocorrélation du résidu pour les trois filtres On remarque que ce résidu est peu corrélé pour les trois ordres.

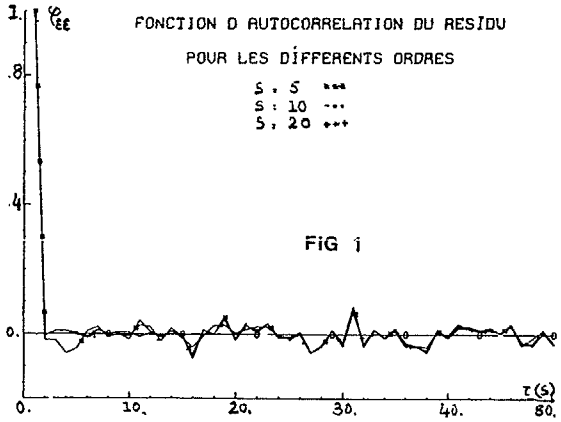


FIG 1

Le biais que l'on observe sur les estimations des paramètres est dû d'une part aux erreurs numériques et d'autre part à la statistique insuffisante liée au nombre limité de points.

En appliquant l'algorithme d'estimation en ligne pour identifier les paramètres du modèle autorégressif pur on obtient après traitement de 600 échantillons les valeurs suivantes :

$\gamma_1 = 2.002$
$\gamma_2 = 1.510$
$\gamma_3 = 0.542$
$\gamma_4 = 0.157$
$\gamma_5 = 0.0307$

Il y a bonne concordance uniquement pour les paramètres dont les valeurs absolues sont grandes.

B - Modélisation d'un signal réel

La figure 2 représente le signal de sortie d'un circuit électronique excité par un générateur de bruit. Un prétraitement a été effectué afin d'obtenir un signal à moyenne nulle et à variance unitaire.

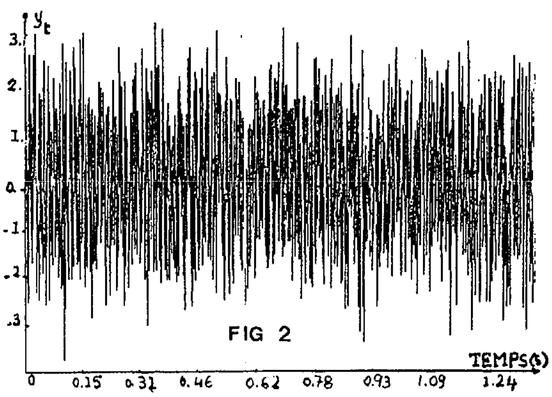
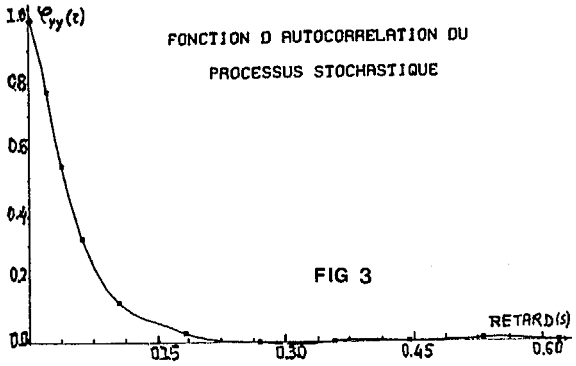


FIG 2

Allure du signal de sortie

MODELISATION ET IDENTIFICATION DE MODELES ARMG DE PROCESSUS STOCHASTIQUE :
APPLICATION AU CALCUL EN LIGNE DE LA DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE

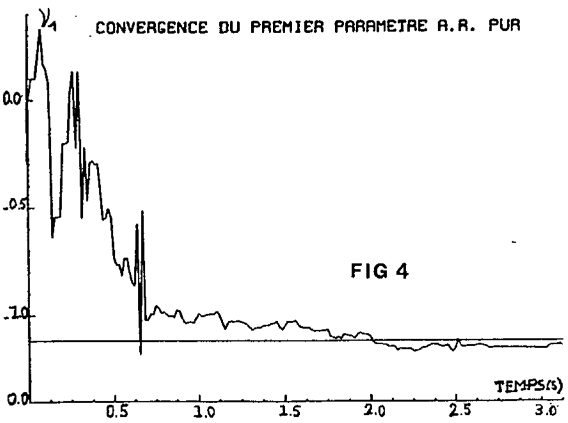
La figure 3 représente la fonction d'autocorrélation du signal de sortie.



La modélisation du signal par un modèle ARMG a donné lieu tout d'abord à l'estimation d'un modèle autorégressif d'ordre 20 en utilisant successivement une estimation hors ligne et une estimation récursive des paramètres avec 200 échantillons. Les cinq premiers paramètres ont pour valeurs respectives :

$$\begin{array}{llll}
\gamma_1 = -\ 1.124 \pm 3.12\ 10^{-2} & & \gamma_1 = -\ 1.140 \\
\gamma_2 = \ \ 0.398 \pm 4.71\ 10^{-2} & & \gamma_2 = \ \ 0.43 \\
\gamma_3 = -\ 0.01993 \pm 4.903\ 10^{-2} & & \gamma_3 = -\ 0.0726 \\
\gamma_4 = -\ 0.03824 \pm 4.901\ 10^{-2} & & \gamma_4 = -\ 0.0161 \\
\gamma_5 = \ \ 0.01707 \pm 4.83\ 10^{-2} & & \gamma_5 = -\ 0.0146
\end{array}$$

La figure 4 représente la convergence du paramètre γ_1 en fonction du nombre d'échantillons. On constate que l'estimation converge vers la valeur fournie par la méthode d'estimation hors ligne.



Le calcul de la fonction d'autocorrélation du signal résidu obtenu avec l'algorithme d'estimation hors ligne montre que le signal est peu corrélé pour un ordre égal à 20. L'estimation de la variance du bruit d'entrée donne une valeur égale à $\sigma\omega^2 = 0.244$

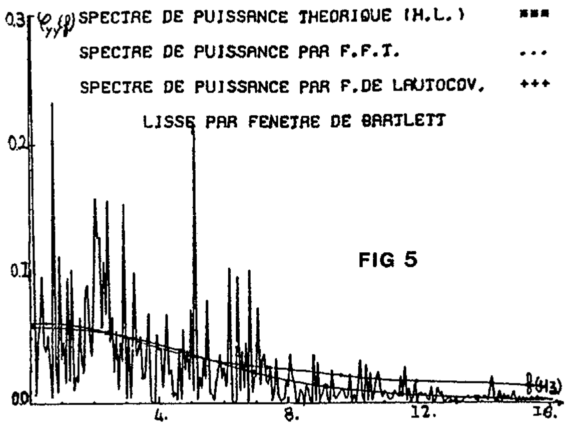
L'ordre du filtre ARMG est estimé en vérifiant que le déterminant de la matrice étudiée au paragraphe 2 est inférieur à un nombre petit et positif. L'évolution du déterminant en fonction des ordres a été la suivante :

p = 1	q = 1	$\lvert\Delta\rvert$	= 1.124
p = 2	q = 1		0.397
	q = 2		0.1359
p = 3	q = 1		0.01993
	q = 2		0.01561
	q = 3		0.000062

L'ordre du modèle ARMG retenu a été p = 3, q = 2, les paramètres des modèles AR et MG ont été ensuite identifiés et on a trouvé les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{lcl}
\phi_1 = 1.109 & & \theta_1 = 0.0155 \\
\phi_2 = 0.3804 & \text{et} & \\
\phi_3 = 0.0136 & & \theta_2 = -\ 0.000109
\end{array}$$

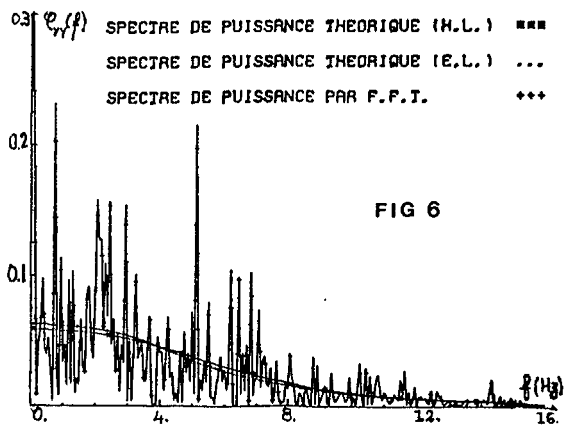
La connaissance du modèle ARMG permet de déduire la densité spectrale de puissance du signal. La figure 5 représente les densités spectrales de puissance obtenues par transformée directe de Fourier du signal, par transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation en utilisant une fenêtre de Bartlett et en utilisant un modèle ARMG.



On observe un léger décalage entre les deux derniers spectres dû aux effets de la fenêtre de pondération de Bartlett.

Une comparaison a été effectuée entre les densités spectrales déduites des modèles ARMG calculés

La figure 6 représente les tracés correspondant On constate une très bonne correspondance entre les amplitudes.



4. - CONCLUSIONS

Les études entreprises dans le cadre de la modélisation d'un processus stochastiques par un modèle autorégressif et à moyenne glissante montre qu'il est possible par les techniques d'estimation de paramètres d'obtenir une récurrence qui représente de façon satisfaisante le comportement d'un signal aléatoire stationnaire.

En particulier, la comparaison entre les algorithmes d'estimation hors ligne et en ligne de paramètres ont montré une bonne concordance entre les valeurs estimées. De plus l'algorithme d'estimation récursif permet par sa simplicité une implantation aisée sur mini ou micro-calculateur. La comparaison des densités spectrales de puissance obtenues par transformée directe de Fourier et par le modèle ARMG montre que la transformée de Fourier déduite du modèle ARMG n'est pas entâchée de fluctuations statistiques importantes. D'autre part, le nombre de points nécessité pour le calcul du modèle ARMG est inférieur à celui demandé par le calcul de la transformée directe de Fourier.

L'utilisation du modèle ARMG, dont on connaît à priori l'ordre, est une voie très prometteuse pour une estimation récursive des densités spectrales de puissance.