

# COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

---

UNE METHODE ADAPTATIVE D'IDENTIFICATION NON GAUSSIENNE  
APPLICATION A L'ACCROCHAGE D'UN EGALISEUR DE VOIE SUR FLOT DE DONNEES

A. BENVENISTE

M. GOURSAT

IRISA Avenue du Général Leclerc B.P. 25 A  
35031 RENNES CEDEX

IRIA-LABORIA Domaine de Voluceau  
78150 LE CHESNAY B.P. 5

---

## RESUME

Dans ce papier nous commençons par présenter un problème concret qui se pose en transmission de données à grande vitesse par ligne téléphonique. Lorsqu'une coupure se produit en liaison multipoint (un émetteur - plusieurs récepteurs) le récepteur doit effectuer une réinitialisation avec la seule observation des sorties de ligne.

Nous donnons ensuite deux algorithmes et présentons les résultats théoriques permettant leur étude. La méthode proposée déborde le cadre de la transmission de données et peut être utilisée pour l'identification sans contrôle des systèmes à non minimum de phase excités par des entrées non gaussiennes.

Nous terminons par des résultats numériques de simulations sur une ligne réelle qui prouvent l'efficacité et la robustesse de la méthode. Signalons enfin que l'implémentation des algorithmes est équivalente au point de vue complexité à celle de l'égaliseur aux moindres carrés.

## SUMMARY

In this paper we address a problem arising in high speed data transmission systems using standard telephone channels. After an interruption with a multipoint communication system (one emitter - several receivers) the start up phase must be based only upon the output of the channel.

Then we give two algorithms together with theoretical justifications. The proposed method can be applied to situations other than data transmission and can be used for identifying non minimum-phase systems when no control is used and in case of non-gaussian noise.

We provide numerical simulation results for a real channel which show the robustness and the efficiency of the method. The implementation of the algorithm is of the same order of complexity than the classical mean-square equalizer.



UNE METHODE ADAPTATIVE D'IDENTIFICATION NON GAUSSIENNE. APPLICATION A  
L'ACCROCHAGE D'UN EGALISEUR DE VOIE SUR FLOT DE DONNEES.

A. BENVENISTE - M. GOURSAT

1. Présentation du problème - Notations.

A - Un problème pratique d'identification en transmission de données.

L'exemple concret d'application à la méthode que nous étudions ici a pour origine la télé-informatique : il s'agit plus précisément d'un problème de transmission de données à grande vitesse. Les liaisons entre équipements informatiques utilisent en grande partie, pour des raisons d'économie, le réseau téléphonique commuté. Ce type de transmission peut se modéliser comme un train d'impulsions passant par un filtre linéaire ( $\mathfrak{F}$ ) (ligne téléphonique) qui étale donc les impulsions et provoque un chevauchement : les interférences inter-symboles. Pour une ligne donnée l'importance de ce phénomène s'accroît avec la vitesse de transmission. D'autre part l'évolution de la puissance des moyens informatiques conduit naturellement à chercher à augmenter cette vitesse : de 1200 bits/s on est passé à 2400, 4800 et actuellement 9600. Les récepteurs actuels sont munis d'un dispositif, égaliseur de voie adaptatif, qui calcule l'inverse de ( $\mathfrak{F}$ ) et le suit en permanence car les caractéristiques de la ligne peuvent varier (lentement cependant devant les capacités adaptatives de l'égaliseur). La difficulté de cet objectif est évidemment liée à l'importance des interférences et donc de la vitesse de transmission.

On distingue deux types de liaisons :

- les liaisons point à point : 1 seul récepteur branché sur 1 émetteur.

- les liaisons multipoints : plusieurs récepteurs sur 1 émetteur.

Ces liaisons fonctionnent (les problèmes étant résolus de manière plus ou moins satisfaisante) pour des vitesses allant jusqu'à 4800 bits/s. Pour les réseaux à 9600 bits/s il se pose les 2 problèmes suivants :

- acquisition rapide (pour les 2 types de liaisons) : il s'agit de mettre au point une procédure connue de l'émetteur et du récepteur (par exemple émission d'un train de signaux connus) permettant de calculer l'inverse de ( $\mathfrak{F}$ ) le plus rapidement possible pour accrocher l'égaliseur.

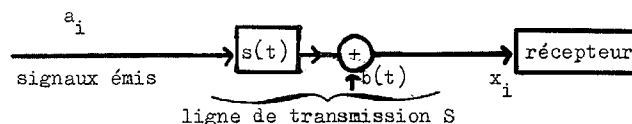
- accrochage sur un flot de données : s'il se produit une coupure de ligne en liaison point à point l'émetteur s'en aperçoit et on recommence l'étape d'acquisition rapide; en cas de récepteurs multiples, la coupure d'une ligne est transparente pour l'émetteur

et le récepteur doit pouvoir s'accrocher seul sur le flot de données en sortie de ligne. Il est entendu que pour chacun de ces 2 problèmes on continue après la phase d'accrochage par un algorithme classique (cf. [1] et §. 2).

Le problème que nous étudions ici est le second; il déborde évidemment le cadre de la télé-informatique et sa formulation est classique sous certaines hypothèses : si ( $\mathfrak{F}$ ) est causal et d'inverse causal (modèles auto-régressifs à minimum de phase en statistiques) et si les entrées de ( $\mathfrak{F}$ ) suivent une loi gaussienne on retrouve les méthodes d'identification par les moindres carrés (cf. par exemple [2]). Dans notre cas, et par contrainte pratique, l'hypothèse de causalité est supprimée. Nous allons montrer que le problème reste soluble si les variables d'entrée suivent certaines lois non gaussiennes intervenant dans de nombreuses utilisations pratiques.

B - Modèle de transmission - Formulation du problème.

Un système de transmission de données est équivalent au système (dit en bande de base) suivant



- signaux émis :  $(a_n)_{n \in \mathbb{Z}}$  suite stationnaire de v.a. indépendantes de loi  $\nu$  (loi d'entrée),  $\nu$  est connue, supposée symétrique et de variance finie.

- signaux reçus :  $(x_n)_{n \in \mathbb{Z}}$

$$(1) \quad x_n = \sum_{k=-N}^{+N} s_k a_{n-k} \quad (N \text{ éventuellement } +\infty)$$

$$S = (s_k)_{-N \leq k \leq N} \quad \text{inconnue}$$

Remarques.

- Nous considérons  $S$  connue indépendante du temps, la convergence des procédures employées est suffisamment rapide pour rendre cette hypothèse valide.

- Nous supposons  $b(t) = 0$  (bruit additif); en pratique  $b(t)$  est suffisamment faible pour ne pas affecter les résultats, d'autant plus que le but de la phase d'accrochage est d'effectuer une identification approximative de la ligne inverse. Le problème est donc : connaissant  $\nu$ , reconstruire la suite  $(a_n)$  émise au vu des observateurs  $x_i$ , autrement dit identifier la ligne

UNE METHODE ADAPTATIVE D'IDENTIFICATION NON GAUSSIENNE. APPLICATION A L'ACCROCHAGE D'UN EGALISEUR DE VOIE SUR FLOT DE DONNEES.

A. BENVENISTE - M. GOURSAT

inverse  $S^{-1}$ . Avec les renseignements dont on dispose, tout ce que l'on peut chercher à faire, c'est construire une ligne  $\tilde{S} = (\tilde{s}_k)$  telle que  $(\tilde{a}_n)$  définie par

$$(2) \quad \tilde{a}_n = \sum_{k=-N}^{+N} \tilde{s}_k x_{n-k}$$

soit une suite de variables indépendantes de même loi  $v$ . Il se pose alors deux questions :

- 1) si l'on a résolu (2), a-t-on résolu notre problème; autrement dit, a-t-on  $\tilde{S} = S^{-1}$  ?
- 2) Comment trouver  $\tilde{S}$ , satisfaisant à (2), à l'aide d'un algorithme ?

Si on utilise les statistiques du second ordre on trouve  $\tilde{S}$  telle que :

$$E(\tilde{a}_i \tilde{a}_j) = 0 \quad \forall i \neq j \quad E \tilde{a}_i^2 = E a_i^2$$

on sait que ce problème, dit d'égalisation de spectre, admet toute une famille de solutions; il reste à en extraire  $S^{-1}$  autrement dit à identifier la phase, ce qui est connu comme étant un problème difficile. Dans les méthodes connues d'identification aux moindres carrés ce problème est résolu (cf. [2]) en faisant l'hypothèse que  $S$  est causale ( $s_k = 0$  pour  $k < 0$ ) et  $S^{-1}$  acausal;  $\tilde{a}_n$  est alors l'innovation :

$$(3) \quad \begin{cases} \tilde{a}_n = \lambda(x_n - E(x_n | x_{n-1}, x_{n-2}, \dots)) \\ \lambda \text{ tel que } E(\tilde{a}_n^2) = E(a_n^2) \end{cases}$$

Dans notre cas, où l'hypothèse de causalité n'est pas satisfaite, si l'on se contente d'utiliser les statistiques du second ordre, ou si la loi d'entrée est gaussienne, le résultat suivant fournit une réponse satisfaisante à cette question.

Theorème 1.1.

Si la ligne  $\tilde{S}$  est telle que  $\tilde{a}_n = \sum_{k=-N}^{+N} \tilde{s}_k a_{n-k}$  forme une suite de variables de même loi  $v$  (non gaussienne), alors  $\tilde{S}oS = I$ .

Pour la démonstration cf. [3].

Notations:

- si  $S = (s_k)$  -  $S$  désigne la ligne  $(-s_k)$
- $I$  désigne la ligne identité à un décalage (en

temps) près, ce qui n'est pas un inconvénient puisque seul compte de savoir reconstruire globalement le message émis, éventuellement avec un certain retard. Le théorème 1.1 montre qu'il reste quand même à décider d'une manière ou d'une autre si l'on a effectivement

identifié  $S^{-1}$ , et non pas  $-S^{-1}$ ; pour le problème traité ici, il s'agit de savoir convenablement initialiser l'algorithme d'approximation qui va être décrit; cela ne pose pas de difficulté, on se contente d'utiliser le fait que le coefficient le plus fort de la réponse impulsionnelle d'une ligne est positif.

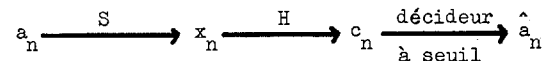
C - Quelques notations - Rappel de l'algorithme d'égalisation classique.

- Dilatation  $D_S$  d'une ligne  $S$  :  $D_S = \sum_{k=-N}^{+N} |s_k| < +\infty$
- Energie  $E_S$   $E_S = \sum_{k=-N}^{+N} s_k^2 < +\infty$
- suite de variables aléatoires  $A = (a_n)_{n \in \mathbb{Z}}$   $A(n) = a_n$   
 $A_p(n) = A(n+p)$ .
- $X(n) = (S * A)(n)$  \* produit de convolution
- $\tilde{S}$  ligne symétrique de  $S$   $\tilde{S}(n) = S(-n)$
- $R = (r_k)_{-N \leq k \leq +N}$  un blanchisseur de  $(x_n)$ , ce qui signifie que  $y_n = (R * X)(n)$  est tel que

$$\begin{cases} E y_i y_j = 0 & \text{si } i \neq j \\ E y_i^2 = E a_i^2 = \int x^2 v(dx) \end{cases}$$

$R$  n'est pas unique mais fixé dans la suite.

- Prenons le cas pratique où  $(a_n)$  est une suite de v.a. équidistribuées sur un ensemble fini  $\{-7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7\}$  et rappelons l'algorithme classique d'égalisation :



On prend ici des produits de convolution sur une fenêtre de taille finie. On suppose les  $(a_n)$  connus, on cherche à minimiser l'erreur quadratique

$$(4) \quad e(H) = E\{(c_n - a_n)^2\}$$

ce qui conduit à l'algorithme de gradient stochastique

$$(5) \quad H^{k+1} = H^k - \tau X^k(e_k) \quad \tau = \text{pas du gradient}$$

avec  $H^k = (h_j^k)_{-N \leq j \leq N}$   $X^k = (x_j^k)_{k-N \leq j \leq k+N}$   
 $e_k = c_k - a_k$ ;  $H^k \rightarrow H^* = S^{-1}$  (sous certaines hypothèses).

Dans la pratique on ne connaît pas l'erreur  $e_k$ . Cependant, lorsque  $H^k$  est au voisinage de  $H^*$  l'algorithme s'utilise avec  $\hat{e}_k = c_k - \hat{a}_k$  au lieu de  $e_k$ , où  $\hat{a}_k = 2l+1$  si  $c_k \in (2l, 2l+2)$ ,  $c_k = (H * X)(k)$ . L'algorithme marche bien car il faut  $|c_k - a_k| \geq 1$  pour avoir  $\hat{a}_k \neq a_k$ .

2. Algorithmes d'accrochage sur flot de données. Rappels de résultats théoriques.

A - Algorithmes d'accrochage.

On considère le schéma suivant :



UNE METHODE ADAPTATIVE D'IDENTIFICATION NON GAUSSIENNE. APPLICATION A  
L'ACCROCHAGE D'UN EGALISEUR DE VOIE SUR FLOT DE DONNEES.

A. BENVENISTE - M. GOURSAT

$$(a_n) \xrightarrow{S} (x_n) \xrightarrow[T]{R} (y_n) \xrightarrow{H} (c_n) \quad R = \text{blanchisseur cf. (3)}$$

- Algorithme sans contrainte A1.

$$(6) \quad \begin{cases} \frac{V_{H^{n+1}}}{H^{n+1}} = \frac{V_{H^n}}{H^n} - \tau Y^n \Psi(c_n) \\ c_n = (H^* * Y)(n) = \sum_{-N \leq k \leq N} h_k^n y_{n-k} \end{cases}$$

- Algorithme avec contrainte sur l'énergie A2 :

$$(7) \quad \begin{cases} \frac{V_{H^{n+1}}}{H^{n+1}} = \lambda_n \cdot \left( \frac{V_{H^n}}{H^n} - \tau Y^n \Psi(c_n) \right) & c_n = (H^n * Y)(n) \\ \lambda_n \text{ t.q. } E \frac{H^n}{H^n} = \sum_{-N \leq k \leq N} (h_k^n)^2 = 1 \end{cases}$$

-  $\Psi$  fonction impaire  $R \rightarrow R$

-  $\tau$  petit paramètre (pas de l'algorithme).

B - Etude des algorithmes - Rappel de résultats théoriques.

Les algorithmes donnés par (6) et (7) peuvent s'écrire :

$$(8) \quad \frac{V_{H^{n+1}}}{H^{n+1}} = \frac{V_{H^n}}{H^n} + \tau \frac{V_{H^n}^n}{H^n} \quad \text{avec respectivement pour A1 et A2 :}$$

$$(9) \quad \left. \begin{aligned} \frac{V_{H^n}^n}{H^n} &= -Y_n \Psi(c_n) \\ \frac{V_{H^n}^n}{H^n} &= -\Psi(c_n)(Y_n - c_n \frac{V_{H^n}^n}{H^n}) \end{aligned} \right\} \text{ avec } c_n = H^n * Y(n)$$

La trajectoire aléatoire  $(H^n)$  peut donc être considérée grossièrement comme la solution à la discrétisation de pas  $\tau$  d'une équation différentielle dont le second membre est donné par (9) ou (10).

Remarque.

La formule (9) est évidente; pour (10) en écrivant  $\| \frac{V_{H^n}^n}{H^n} \| = 1$  pour  $\tau$  petit on a en réalité

$$\frac{V_{H^n}^n}{H^n} = -\Psi(c_n)(Y_n - c_n \frac{V_{H^n}^n}{H^n}) + r_{H^n}^n$$

avec  $\| r_{H^n}^n \| < C \cdot \tau^2$  ce qui, comme nous le verrons, permet d'omettre ce terme correctif.

A  $(H^n)$  on peut associer la trajectoire déterministe  $(H_t)_{t \geq 0}$ , chemin moyen, solution de l'équation différentielle dont le second membre, déterministe, est le champ moyen défini par :

$$(11) \quad V_H = -E(Y \Psi(c)) \quad \text{pour A1} \quad (*)$$

(\*) On a omis l'indice n car les processus sont stationnaires; ainsi  $V_H = -E(Y \Psi(c))$  signifie  $V_H = -E(Y_n \Psi(c_n))$  (indépendant de n), où  $c_n = H * Y(n)$ .

$$(12) \quad V_H^c = -E(Y \Psi(c)) + \frac{V}{H} E(c \Psi(c)) \quad \text{pour A2.}$$

L'étude des algorithmes comporte deux étapes :  
- montrer que pour  $\tau$  suffisamment petit  $(H^n)$  est aussi proche que l'on veut (dans un sens à préciser) de  $(H_t)$   
- étudier ensuite le comportement de  $(H_t)_{t \geq 0}$ .

Nous donnons ici de manière heuristique, deux résultats théoriques essentiels en formulant les hypothèses principales. Pour les énoncés précis et les démonstrations nous renvoyons à [3].

Théorème 2.1. Convergence vers le chemin moyen.

$K$  compact quelconque donné;  $H_t$  chemin moyen sur  $(0, S)$   $S$  fini, fixé. Sous les hypothèses

- (i)  $\| \frac{V_{H^n}^n}{H^n} \| \leq c(K) < +\infty \quad \forall H \in K \text{ p.s.}$
- (ii)  $(\frac{V_{H^n}^n}{H^n})$   $\varphi$ -mélangeante
- (iii)  $\frac{V_{H^n}^n}{H^n}$  localement lipschitzien p.s.
- (iv)  $\| H^{n+1} - H^n - \tau \frac{V_{H^n}^n}{H^n} \| \leq c \cdot \tau^2$  (car A2) p.s.

Alors,  $\exists \tau_0 > 0$  et 2 constantes  $c, c' \quad 0 < c, c' < +\infty$  ne dépendant que de  $S$  et de la loi  $P$  du champ de vecteurs telles que pour  $\tau \leq \tau_0$

$$(13) \quad P^\tau \left\{ \sup_{0 \leq n \leq \lfloor \frac{S}{\tau} \rfloor} \| H^n - H_{n\tau} \| \geq c\tau^{\frac{1}{5}} \right\} \leq c' \tau^{\frac{1}{5}}$$

Le résultat est donc : lorsque  $\tau \rightarrow 0$  la trajectoire aléatoire converge uniformément en probabilité vers la trajectoire moyenne.

Remarque.

Sur l'hypothèse (ii) : elle signifie que la corrélation entre  $\frac{V_{H^n}^n}{H^n}$  et  $\frac{V_{H^{n+p}}^{n+p}}{H^{n+p}}$  tend vers 0 lorsque  $p \rightarrow +\infty$  ce qui est le cas si les coefficients de la ligne tendent suffisamment rapidement vers 0; c'est implicitement vérifié si on considère que la réponse impulsionnelle de la ligne est de longueur finie.

Le théorème précédent nous ramène à l'étude de  $(H_t)$  pour laquelle le lemme suivant est essentiel :

Lemme 2.2.

Si on note  $B = R * S$  alors  $B^{-1} = \frac{V}{B} * B = I$ . i.e.

Ce résultat permet de passer à la ligne globale

$T = H * R * S$  pour laquelle l'évolution est analogue à celle de  $H$ , c'est à dire que le champ moyen pour la ligne globale est donné par :

UNE METHODE ADAPTATIVE D'IDENTIFICATION NON GAUSSIENNE. APPLICATION A L'ACCROCHAGE D'UN EGALISEUR DE VOIE SUR FLOT DE DONNEES.

A. BENVENISTE - M. GOURSAT

$$\left. \begin{aligned} (14) \quad V_T &= -E(A \Psi(c)) \text{ pour A1} \\ (15) \quad V_T &= -(E(A\Psi(c)) - f E(c\Psi(c))) \text{ pour A2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{cf.} \\ \text{note (*)} \\ \text{p. 3} \end{array}$$

Il nous suffit donc d'étudier le chemin moyen  $(T_t)_{t \geq 0}$  pour lequel on a le résultat suivant avec l'algorithme A2 (avec contrainte). Il existe un résultat analogue concernant A1 (sans contrainte).

Théorème 2.3.

Pour  $v \in M$  famille de lois d'entrée et  $\Psi \in \Psi_M$  on a  $T_t \rightarrow I$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ .

Les hypothèses sur  $M$  et  $\Psi$  sont les suivantes :

$v \in M$  si

-  $v$  = loi uniforme ou

-  $v = C. e^{-g(x)}$  de  $g$  paire, croissante sur  $R_+$ ,  $\frac{g'(x)}{x}$  strictement croissante (resp. décroissante).

Avec  $\Psi$  telle que :

$$\Psi(0_+) \leq 0 \quad \Psi''(x) \geq 0 \text{ si } x > 0 \text{ (resp. } \Psi(0_+) \geq 0, \Psi''(x) \leq 0 \text{ si } x > 0).$$

L'étude n'est pas encore complète : il reste à montrer que tout marche bien avec la troncature c'est à dire lorsqu'on travaille, c'est le cas en pratique, avec des fenêtres de longueur finie. Pour ce résultat qui semble intuitivement naturel, mais présente cependant des difficultés techniques, nous renvoyons à [3].

Bien entendu la loi uniformément répartie sur  $\{-7, -5, \dots, +7\}$  qui est celle qui intervient en télé-informatique ne rentre pas dans la classe  $M$ . De fait, pour cette loi, on peut montrer que la trajectoire  $(T_t)$  admet d'autres attracteurs que  $I$ ; cependant, ces attracteurs parasites moins "stables", sont ignorés en fait par l'algorithme d'approximation stochastique utilisé. Par conséquent, le résultat concernant la loi uniforme peut être considéré comme un support théorique satisfaisant pour l'étude de l'algorithme utilisé en pratique.

3. Applications numériques.

L'exemple concret que nous avons pris est le suivant : ligne téléphonique normale dont la réponse impulsionnelle est représentée sur la figure 1. La figure 2 représente l'échantillonnage de cette réponse avec un pas  $\Delta t = 1/3200$  s. Les données d'entrée  $a_i$  sont à 8 niveaux  $\{-7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7\}$  ce qui représente bien un débit de 9600 bits/s. Energie de la ligne

$$E_s = 1,4777$$

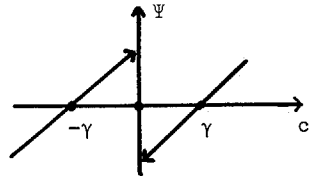
$$\text{Distorsion de la ligne } \sum_{j \neq 0} s_j / s_0 = 1,2432.$$

Le bruit additif en sortie de ligne est donné par simulation d'une gaussienne d'écart-type  $\sigma = 0,1 \sqrt{2}$ . La largeur de la fenêtre utilisée est  $N=10$  soit 21 points.

- Algorithme A1

$$V_{H^{n+1}} = V_{H^n} - \tau X^n (c_n - \gamma \text{ sign } c_n)$$

$$V_{T^{n+1}} = V_{T^n} - \tau A^n (c_n - \gamma \text{ sign } c_n)$$



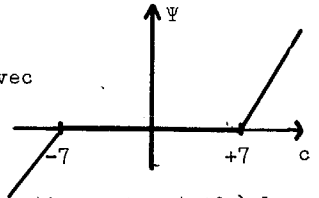
donne donc pour avoir  $V_T = 0$  à l'optimum

$$\gamma = E(a^2) / E(|a|) = 5,25$$

- Algorithme A2

$$V_{H^{n+1}} = \lambda_n (V_{H^n} - \tau X^n \Psi(c_n)) \text{ avec}$$

$$\lambda_n \text{ tel que } \|H^{n+1}\| = 1$$



A1 correspond au centrage des sorties sur  $\gamma$  et A2 à la suppression des débordements au delà de 7.

Signification des figures :

Fig. 3 : inverse "exact" de la ligne calculé par l'algorithme exposé en 1.C en connaissant les signaux émis.

Fig. 4 : inverse calculé par A2

Fig. 5 : blanchisseur de la ligne

Fig. 6 : évolution du nombre de signaux erronés

- ① en sortie de ligne avant égalisation. taux = 80%
- ② après égaliseur et détecteur à seuil au cours des itérations de l'algorithme A1 sans utilisation de blanchisseur.
- ③ analogue à ② pour A2, l'énergie de l'inverse étant supposée connue a priori pour normer.

Fig. 7 : analogue à ③ Fig. 6 mais avec insertion d'un "bon" blanchisseur (représenté Fig. 5).

Fig. 8, 9 et 10 : évolution de l'erreur quadratique au cours des itérations des algorithmes.

Fig. 8 : correspond à ② Fig. 6. Le résultat est analogue avec insertion d'un blanchisseur.

Les Fig. 9 et 10 correspondent respectivement aux figures 6, ③ et 7.

- Commentaires sur les résultats numériques :

nous n'avons pas cherché à optimiser les résultats pré-



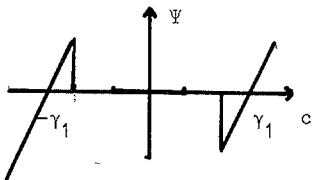
UNE METHODE ADAPTATIVE D'IDENTIFICATION NON GAUSSIENNE. APPLICATION A  
L'ACCROCHAGE D'UN EGALISEUR DE VOIE SUR FLOT DE DONNEES.

A. BENVENISTE - M. GOURSAT

cédents : choix de  $\tau$  optimal,  $\tau$  décroissant au cours des itérations... La figure 6 donne une bonne idée de la comparaison des 2 algorithmes. La comparaison des figures 6 et 7 montre que l'influence du blanchisseur est beaucoup plus importante dans le cas A2; en utilisant un "bon" blanchisseur (calculé avec 4000 signaux pour Fig. 7) le résultat pour A1 est analogue à Fig. 6. Remarquons enfin que l'erreur quadratique devient plus petite pour A2 que pour A1 ce qui est normal car dans le cas où le bruit est nul et si  $H = (R * S)^{-1}$  le terme correctif est nul pour A2 mais ne l'est pas pour A1. Il faut également noter que l'algorithme classique (cf. 1.0) s'accroche très rapidement avec un taux d'erreur résiduel  $t_r \leq 20\%$ . En améliorant différents points (choix de  $\tau$  décroissant, branchement de l'algorithme classique ...) nous avons réussi sans difficultés à avoir un temps d'accrochage global inférieur à 1 s, mais il semble plus significatif de dire qu'en tout cas ce temps est inférieur à 2 s.

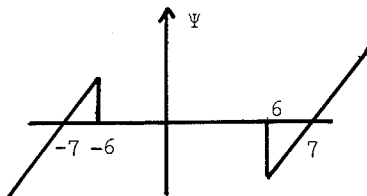
#### 4. Conclusions - Remarques.

Signalons la possibilité de prendre d'autres algorithmes avec  $\Psi$  de la forme



en prenant les sorties  $\geq 3$  (resp.  $\geq 5$ ) on obtient  $\gamma_1 = \frac{83}{15}$  (resp.  $\frac{74}{12}$ ).

Il est possible d'autre part d'éviter de normer H en prenant par exemple dans A2  $c \geq 6$  au lieu de  $c \geq 7$  avec  $\Psi$  :



On obtient ainsi une famille d'algorithmes du même type.

D'autres variantes (par exemple normer les sorties de l'égaliseur) sont encore possibles. Le choix doit être fait en fonction du problème pratique et dans le cas présenté ici, en fonction des facilités d'implémentation.

Les deux algorithmes que nous avons présentés ne prétendent donc pas être optimaux mais illustrent simplement la solution proposée au problème posé.

Si on considère les 2 classes des problèmes d'identification :

- |  |  |
|--|--|
| 1. { entrées gaussiennes<br>système causal | 2. { entrées non gaussiennes<br>système non causal |
|--|--|

nous pensons que l'exemple choisi est significatif de la classe 2 et que nous avons apporté à l'identification un complément utile pour d'autres applications : systèmes physiques, séries temporelles...

#### Bibliographie.

La bibliographie sur l'identification et la transmission de données est particulièrement abondante; celle que nous donnons ici est volontairement très réduite car nous n'avons pas fait le choix que le manque de place nous imposait. Elle pourra être amplement complétée par les références des articles que nous citons.

- [1] L. LJUNG, Consistency of the least squares identification method. IEEE Trans. Aut. Control Vol. 21 n° 5 Oct. 76 pp. 779-781.
- [2] C. MACCHI, J.P. JOUANNAUD, O. MACCHI, Récepteurs adaptatifs pour transmission de données à grande vitesse. Annales des Telecom. Tome 30, n° 9-10 Sept. 75, pp. 311-330.
- [3] A. BENVENISTE, M. BONNET, M. GOURSAT, C. MACCHI, G. RUGET, Rapport Laboria, à paraître.
- [4] J.G. PROAKIS, Advance in Equalization for Inter-symbol Interference. Advances in Communication Systems. pp. 124-194, Vol. 4, Academic Press. 1975.



UNE METHODE ADAPTATIVE D'IDENTIFICATION NON GAUSSIENNE. APPLICATION A L'ACCROCHAGE D'UN EGALISEUR DE VOIE SUR FLOT DE DONNEES.

A. BENVENISTE - M. GOURSAT

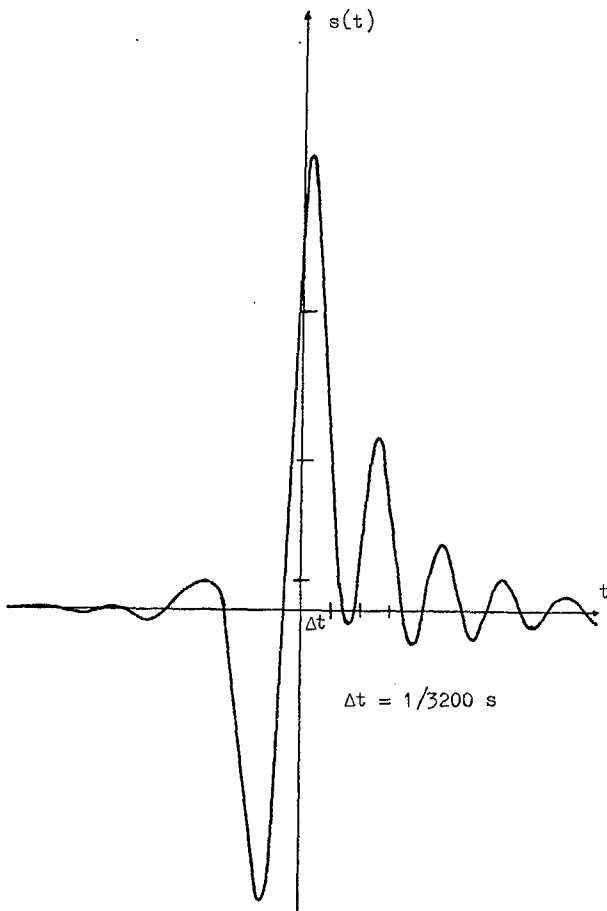


Fig. 1. Réponse impulsionnelle de la ligne test.

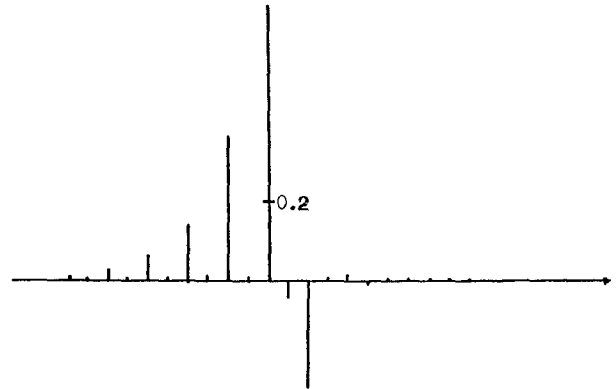


Fig. 4 Ligne inverse "exacte".

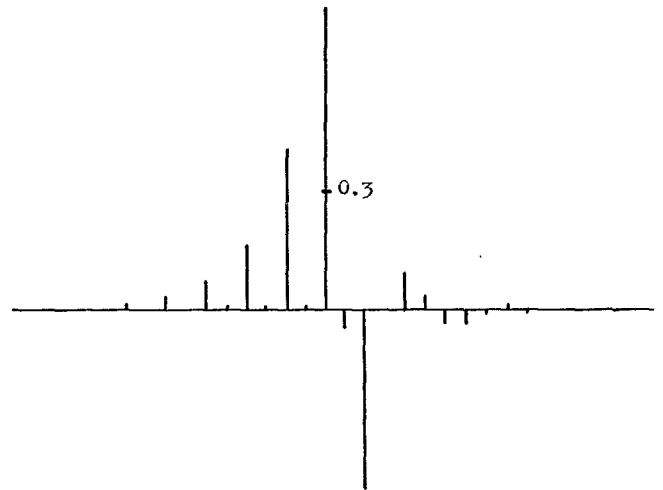


Fig. 3 Ligne inverse calculée par A2.

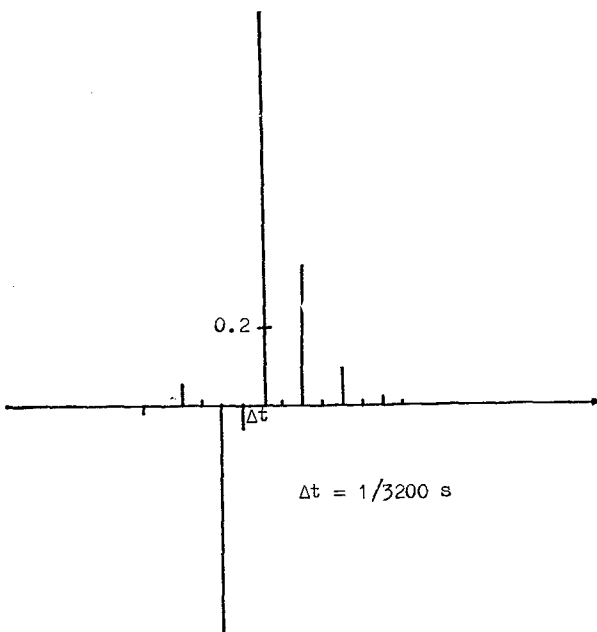


Fig. 2 Echantillonnage de la réponse impulsionnelle (cf. Fig. 1)

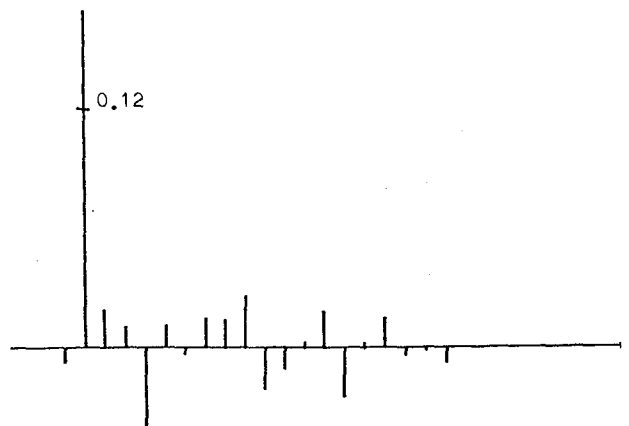


Fig. 5 Filtre balchisseur.



UNE METHODE ADAPTATIVE D'IDENTIFICATION NON GAUSSIENNE. APPLICATION A  
L'ACCROCHAGE D'UN EGALISEUR DE VOIE SUR FLOT DE DONNEES.

A. BENVENISTE - M. GOURSAT

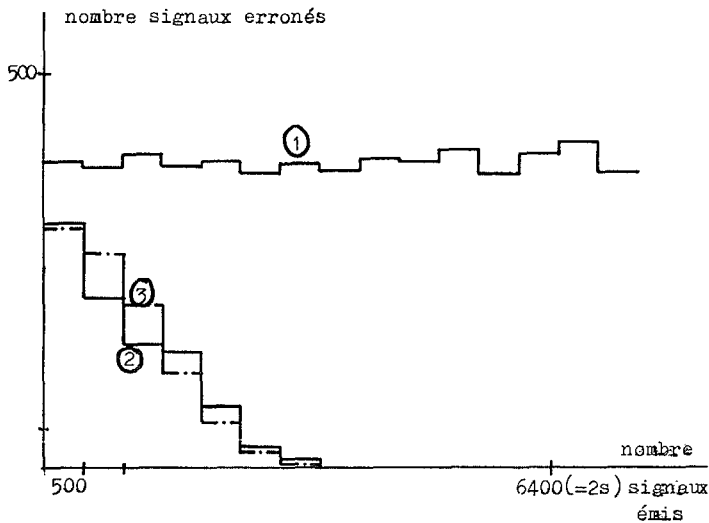


Fig. 6 Evolution du nombre de signaux érronés  
① sortie de ligne ② et ③ au cours des itérations de A1 et A2 (sans blanchisseur).

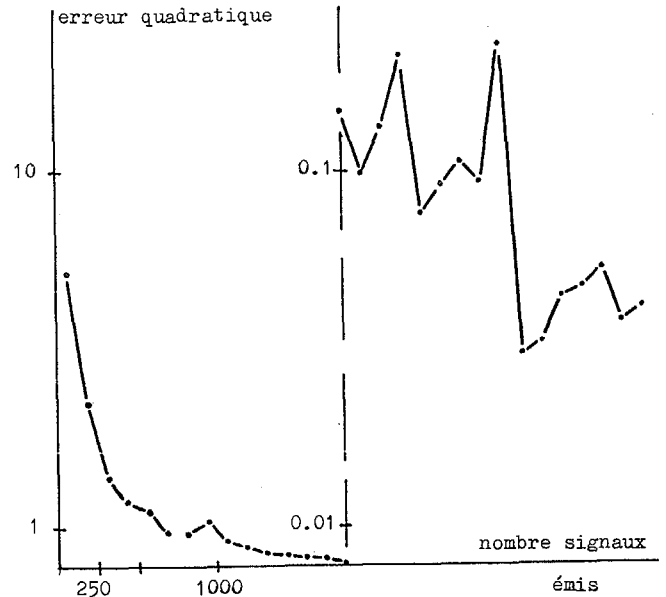


Fig. 8 Evolution de l'erreur quadratique avec A2  
(correspond à ② Fig. 6).

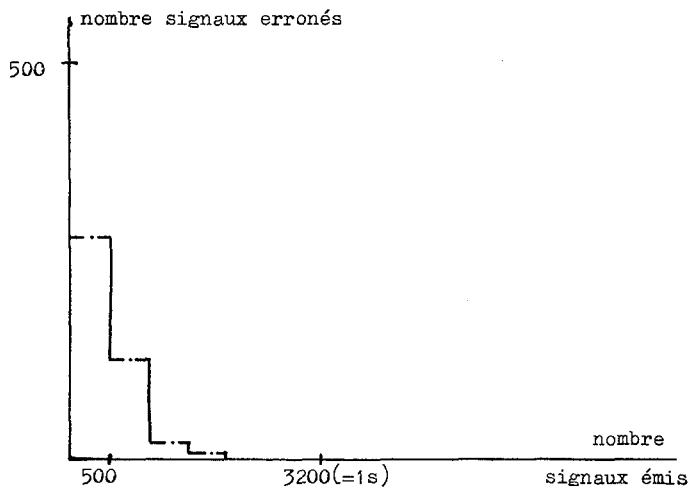


Fig. 7 Evolution du nombre de signaux érronés avec A1  
(utilisant blanchisseur Fig. 5 déjà calculé).

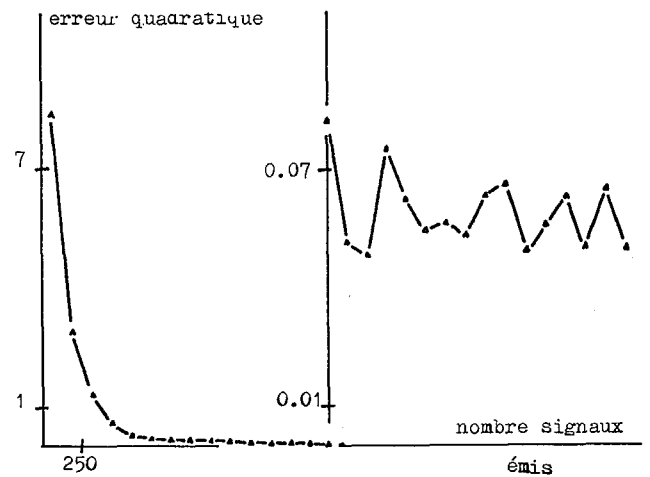


Fig. 9 Evolution de l'erreur quadratique avec A1  
(correspond à ③ Fig. 6).

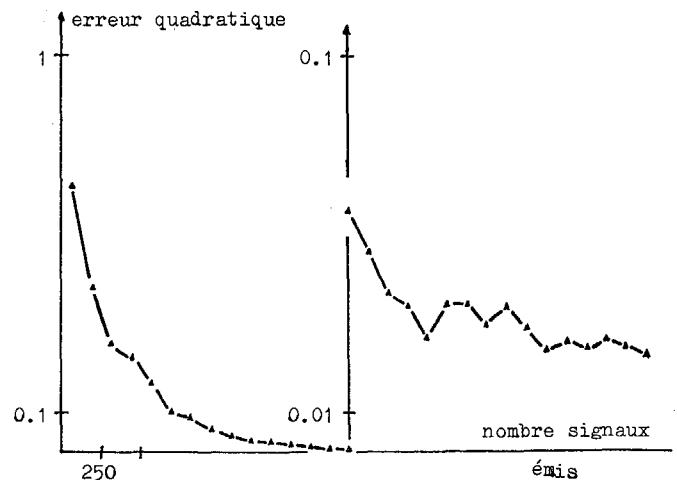


Fig. 10 Evolution erreur quadratique avec A1  
(correspondant à Fig. 7).