COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL
ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

DECODAGE PROBABILISTE D'UN SIGNAL ECHANTILLONNE, METHODE "ALLER-RETOUR"

A. Desblache

Centre d'Etudes et Recherches IBM, 06610 La Gaude

RESUME

Dans le cas où deux signaux successifs se recouvrent pendant une durée courte, l'interférence entre symboles se présente comme la somme de deux vecteurs échantillonnés du signal élément reçu.

Ces vecteurs sont modulés par l'information transmise qu'il faut décoder à la réception. En outre, le système est perturbé par un bruit que l'on supposera blanc. La méthode présentée consiste à évaluer à chaque instant de décodage, la probabilité de présence des données reçues en fonction de la mesure d'amplitude faite. C'est la mesure "aller". Par ailleurs, on examine un certain nombre d'échantillons déjà reçus et non encore décodés, ces échantillons sont décodés dans le sens "retour" en partant d'états équiprobables puisqu'encore non décodés, ce décodage "retour" est confronté au décodage "aller" et la meilleure probabilité de présence est choisie pour décider de l'information reçue.

Ce système a été simulé et permet de retrouver des taux d'erreur très voisins d'un canal sans interférences entre les symboles soumis au même bruit.

SUMMARY

In the case of contiguous signals with a short overlapping, intersymbol interference may be considered as the sum of two vectors, samples of the received signal element.

These vectors are modulated by the transmitted data which are to be decoded at the receiver. In addition, the system is disturbed by a white noise. The proposed method evaluates at each decoding time, the probability of received data as a function of the received signal amplitude. It is the "forward" measure.

From another side, a number of signal samples received but not decoded are considered. These samples are decoded in the "backward" direction starting from equiprobable states, not yet decoded. This "backward" decoding is compared to the "forward" decoding and the best probability of data presence is selected to determine the received information. The system has been simulated and allows the recovery of data with error rates close to those of a channel without intersymbol interference but with the same noise.

DECODAGE PROBABILISTE D'UN SIGNAL ECHANTILLONNE, METHODE "ALLER-RETOUR"

1. INTRODUCTION

Dans une transmission de données, sur une ligne parfaite, un système sans interférence entre les symboles reçus permet de récupérer l'information par simple échantillonnage à tous les instants de démodulation.

Cependant, on peut être amené à créer volontairement une interférence entre les symboles (systèmes à réponse partielle [1]) ou égaliser partiellement le canal de transmission de manière à tolérer une seule interférence sur deux symboles successifs [2]. Cette dernière méthode évite de renforcer le bruit induit sur la ligne car un égaliseur éliminant toutes les interférences amplifie en général les bandes de fréquences affaiblies et par suite relève la densité spectrale du bruit.

Malheureusement, le décodage des signaux avec interférences entre les symboles devient difficile. Des méthodes de maximum de vraisemblance ont été proposées [3]. Ces méthodes demandent cependant un grand nombre d'opérations.

Une méthode probabiliste directe est étudiée dans cet article. Elle consiste à associer à chaque valeur décodée, sa probabilité de présence calculée en fonction des mesures faites sur le canal. En d'autres termes, on conserve non seulement la mémoire de l'information décodée, mais également une mesure de la confiance avec laquelle on l'a estimée.

Une estimation "aller" c'est-à-dire passé vers futur et une estimation "retour" c'est-à-dire futur vers présent est faite pour calculer au mieux la probabilité de présence de l'information. Cette méthode évite les calculs énormes qu'une détection statistique globale nécessite [4].

2. DESCRIPTION DU SYSTEME

Remarque préliminaire: Supposons tout d'abord un émetteur modulé par des binaires équiprobables $a_k = \pm 1$. Sans interférence entre les symboles, l'amplitude normalisée est ± 1 à chaque instant de décodage de l'onde reçue. Un bruit blanc, c'est-à-dire non corrélé entre les instants d'échantillonnage, s'est ajouté dans la transmission. Soit $p_{(x)}$ la densité de probabilité du bruit.

Aux instants de décodage $t = kT$, la densité de probabilité de l'onde reçue est dans ce cas:

$$\pi(x) = \frac{1}{2}\, p(x-1) + \frac{1}{2}\, p(x+1)$$

Les niveaux ± 1 non bruités étant équiprobables, $\pi(x)$ a la forme indiquée figure 1. Les niveaux bruités sont $\pm 1 + b_k$; b_k étant l'amplitude du bruit. A l'instant de décodage $t = kT$ on mesure sur la ligne un niveau x_k.

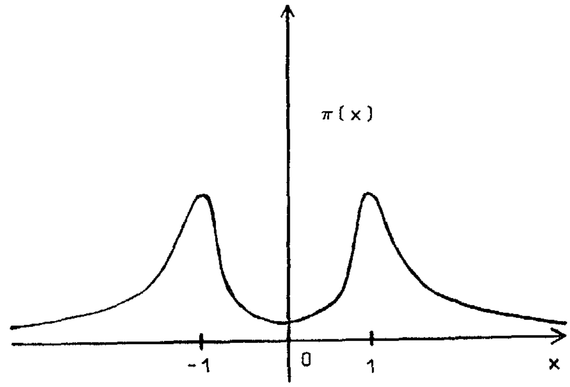

Figure 1 : Densité de probabilité des niveaux reçus.

Posons nous alors la question :

Quelle est la probabilité d'avoir émis une donnée $a_k = 1$ étant donné la mesure x_k ?

P signifiant "Probabilité de", nous avons d'après le théorème de Bayes :

$$P(a_k=1 / x < x_k < x+\Delta x)\,P(x < x_k < x+\Delta x)) = P(a_k=1 \;;\; (x < x_k < x+\Delta x))$$

$$\text{d'où : } P(a_k=1 / x < x_k < x+\Delta x) = \frac{\frac{1}{2}\, p(x-1)\,\Delta x}{\pi(x)\,\Delta x}$$

D'une manière synthétique :

$$P(a_k=1/x_k) = \frac{p(x_k-1)}{p(x_k+1) + p(x_k-1)}$$

De la même manière on a :

$$P(a_k=-1/x_k) = \frac{p(x_k+1)}{p(x_k+1) + p(x_k-1)}$$

Ce calcul permet d'associer à chaque valeur décodée a_k une mesure de confiance : la probabilité d'avoir émis ± 1 en fonction de la mesure x_k.

Cas général

Dans le cas d'interférence entre deux symboles, le problème se présente comme suit.

Un signal reçu échantillonné s(t) se compose de deux parties :

$$s(t) = \alpha\,\delta(t) + \beta\,\delta(t-T)$$

T étant l'intervalle entre les symboles. Normalisant s(t) on a par ailleurs :

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

A la réception, la séquence échantillonnée du train modulé par les données est donnée par :

$$x(t) = \sum_n a_n\, s(t-nT) + b_n(t)$$

DECODAGE PROBABILISTE D'UN SIGNAL ECHANTILLONNE, METHODE "ALLER-RETOUR"

Soit à l'instant de décodage $t = kT$:

$$X(kT) = x_k = a_k\,\alpha + a_{k-1}\,\beta + b_k$$

Dans un système à N états par instant de modulation, les données a_k peuvent prendre les valeurs :

$$u_1\ u_2\ \dots\ u_N\ ,$$

Décodage sens aller

La figure 2 représente l'enchaînement des signaux éléments au cours du temps. Supposons connus les N états a_{k-1} avec leurs probabilités soit p^j_{k-1} pour l'état u_j.

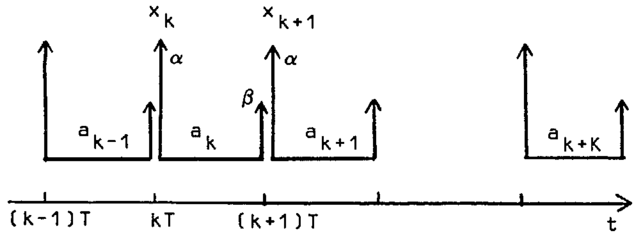

Figure 2 : Enchaînement des signaux éléments.

La mesure x_k faite à l'instant $t = kT$ permet d'écrire :

$$P(a_k=u_i/x_k) = p_k^i = \sum_j P(a_k=u_i/x_k\ \&\ a_{k-1}=u_j)\,p^j_{k-1} = \sum_j m_i^j\, p^j_{k-1}$$

avec $m_i^j = P(a_k = u_i/x_k\ \&\ a_{k-1} = u_j)$.

En faisant un calcul analogue à celui de la remarque préliminaire (sans interférence entre symboles), on aura :

$$(1)\qquad m_i^j = \frac{\mu(\alpha u_i + \beta u_j\ ;\ x_k)}{\sum_h \mu(\alpha u_h + \beta u_j\ ;\ x_k)}$$

$\mu(\alpha u_i + \beta u_j\ ;\ x)$ étant la densité de probabilité du niveau x pour un codage $a_k = u_i, a_{k-1}=u_j$. Par exemple, si le bruit est Gaussien d'écart type :

$$\mu(\alpha u_i + \beta u_j\ ;\ x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\, e^{\frac{-(\alpha u_i + \beta u_j - x)^2}{2\sigma^2}}$$

Si l'on appelle M la matrice des m_i^j et $\vec{p}_k$ le vecteur des probabilités associé aux données décodées a_k, nous avons d'une manière synthétique :

$$\boxed{\vec{p}_k = M\,\vec{p}_{k-1}}$$

Cette formule permet de proche en proche de calculer la probabilité de présence des données a_k.

Cependant si β, traînage du signal devient trop grand ce calcul n'est plus suffisant pour décoder a_k, même si a_{k-1} a été évalué correctement, les niveaux x_k possibles pour des a_k différents sont trop voisins pour permettre un décodage sans erreur (ils diffèrent de $(u_i - u_j)\alpha$ pour des états i et j).

Décodage sens "retour"

Pour permettre un décodage efficace, nous stockons à l'avance un certain nombre de mesures $x_k\ x_{k+1}\ \dots\ x_{k+K}$ avant de prendre une décision.

Supposons connues les probabilitées q^j_{k+1} associées aux N états a_{k+1}, à l'inverse du décodage aller, nous pouvons en déduire les probabilités q_k^i des a_k relatifs à l'étape k à l'aide de la mesure x_{k+1}.

En effet :

$$P(a_k=u_i/x_{k+1}) = q_k^i = \sum_j p(a_k=u_i/x_{k+1}\ \&\ a_{k+1}=u_j)\,q^j_{k+1}$$

soit : $\vec{q}_k^{\,i} = m'^{\,j}_i\,\vec{q}^{\,j}_{k+1}$

avec :

$$(2)\qquad m'^{\,j}_i = \frac{\mu(\alpha u_j + \beta u_i\ ;\ x_{k+1})}{\sum_h \mu(\alpha u_j + \beta u_h\ ;\ x_{k+1})}$$

La formule (2) est obtenue d'une manière analogue à la formule (1), elle est d'ailleurs équivalente par permutation de α et β.

Comme dans le cas du sens "aller", nous aurons d'une manière synthétique :

$$\vec{q}_k = M'_{k+1}\,\vec{q}_{k+1}$$

La difficulté du sens retour provient de la non connaissance du décodage futur.

Plaçons-nous à l'instant $t = (k+K)T$, nous prendrons $\vec{q}_{k+K} = (\frac{1}{N}, \frac{1}{N}, \dots \frac{1}{N})$ comme vecteur initial des probabilités. On en déduira :

$$\boxed{\vec{q}_k = M'_{k+1}\,M'_{k+2}\,\dots\,M'_{k+K}\,\vec{q}_{k+K}}$$

Cette formule donnera le décodage dans le sens retour.

Le décodage final se fera par comparaison des vecteurs $\vec{p}_k$ et $\vec{q}_k$, la valeur choisie pour le décodage a_k étant la valeur de probabilité maximale sur l'ensemble des deux vecteurs (2N valeurs).

Par exemple, si N=4 pour les vecteurs calculés

DECODAGE PROBABILISTE D'UN SIGNAL ECHANTILLONNE, METHODE "ALLER-RETOUR"

$$\vec{p}_k = (0{,}01 \quad 0{,}02 \quad 0{,}65 \quad 0{,}32)$$

$$\vec{q}_k = (0{,}01 \quad 0{,}02 \quad 0{,}30 \quad 0{,}67)$$

On choisira : $a_k = u_4$ et $q_k = q_4$ comme valeur optimale de décodage.

En outre, pour l'étape de décodage suivante $\vec{p}_k$ devient $\vec{p}_{k-1}$ si $\vec{p}_k$ a fourni la valeur optimale de décodage.
$\vec{q}_k$ devient $\vec{p}_{k-1}$ si $\vec{q}_k$ a fourni la valeur optimale de décodage.

3. SIMULATION DU SYSTEME

Le système a été simulé avec un bruit blanc Gaussien. Cependant, le détecteur n'a pas besoin d'une loi exacte dans le calcul des $\vec{p}_k$ pour obtenir d'excellents résultats.

En pratique, nous avons pris dans le détecteur une loi :

$$\mu(\alpha u_i + \beta u_j \; ; \; x_k) = \frac{1}{\sigma^2 + A|\alpha u_i + \beta u_j - x_k|^2}$$

qui exprime simplement une décroissance quadratique de μ en fonction de la distance au point de codage $\alpha u_i + \beta u_j$.
La constante A n'est pas critique, la plage A=0,25 à A=2 donne des résultats voisins pour des signaux normalisés.

Le cas le plus critique correspond à $|\alpha| = |\beta| = \frac{1}{\sqrt{2}}$, en effet, lorsque le rapport $\left|\frac{\beta}{\alpha}\right|$ tend vers zéro, le décodage se rapproche du décodage sans interférence entre les symboles.

La figure 3 présente des résultats de simulation pour un système binaire (N=2), en fonction du rapport signal sur bruit et pour $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

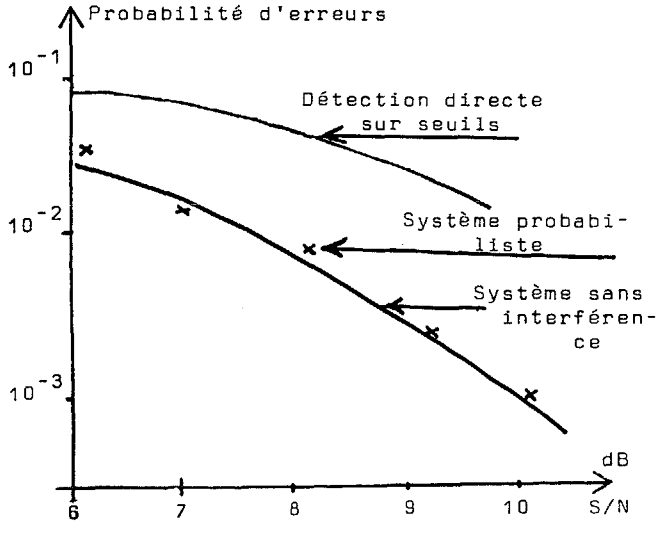

Figure 3 : Performance du système probabiliste

La longueur K du décodage "retour" a été prise égale à 6.
Les performances du système probabiliste sont très voisines de celles du système idéal à détection directe sans Interférence entre les Symboles. Elles sont pratiquement identiques en considérant le taux de paquets d'erreurs au lieu du taux d'erreurs isolées.

Signaux complexes

La théorie faite s'applique sans modification aux signaux complexes. De tels signaux se rencontrent dans la modulation d'amplitude en quadrature ou la modulation de phase, il suffit dans ce cas de prendre pour les a_k, α et β des valeurs complexes et traiter à deux dimensions la fonction de densité de probabilité μ.

4. CONCLUSION

Le système de décodage probabiliste présenté permet de retrouver d'une manière directe les performances seulement permises avec un système sans interférence entre les symboles. Dans ce cas où le nombre d'états n'est pas trop grand, cette méthode pourrait s'envisager pour un décodage "temps réel" de signaux avec interférence.

REFERENCES

[1] K.H. SCHMIDT : "Data transmission using controlled intersymbol interference", Electrical Communication, Vol. 48, No 1 & 2, 1973 .

[2] D.D. FALCONER and F.R. MAGEE, Jr. : "Adaptive channel memory truncation for maximum- likelihood sequence estimation", B.S.T.J., Vol. 52, No 9, Nov. 1973.

[3] G.D. FORNEY, Jr. : "Maximum-likelihood sequence estimation in the presence of intersymbol interference", IEEE transactions, Vol. IT-18, May 1972.

[4] K.A. BEND and B.D. FRITCHMAN : "Statistical detection for communication channels with intersymbol interference", Proceedings of the IEEE, Vol. 58, No 5, May 1970.