NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 20 MAI 1983

MODELISATION DE SIGNAUX NON-STATIONNAIRES A FAIBLE PRODUIT BT

Yves GRENIER

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES TELECOMMUNICATIONS
DEPARTEMENT SYSTEMES ET COMMUNICATIONS 46 RUE BARRAULT 75634 PARIS CEDEX 13

RESUME

L'objet de cette communication est de discuter la possibilité d'établir une représentation temps-fréquence à partir d'une modélisation pour des signaux non-stationnaires dont le produit largeur de bande par durée est faible. La démarche consiste à représenter le signal par un modèle ARMA dont les coefficients sont des fonctions du temps. L'identification du modèle suppose que ces paramètres, fonction du temps, sont obtenues comme combinaisons de fonctions de base connues.

Les modèles étudiés sont de deux types : soit modèles ARMA (poles-zéros) à entrée aléatoire, bruit blanc, soit modèles ARMA à entrée certaine, la partie aléatoire étant rejetée sur la sortie. Dans le premier cas, la partie autorégressive du modèle est estimée soit sous forme transversale, soit sous forme treillis, par un algorithme du type "Burg". Dans le second cas, l'algorithme est du type "méthode de Prony".

Les signaux étudiés sont des sinusoïdes modulées linéairement, à enveloppe gaussienne, qui constituent le prototype d'une classe de signaux étudiés par Gendrin, Kodera, De Villedary. Pour les exemples présentés, ont été retenus deux produits BT : 2,24 et 1,4. Le spectre évolutif rationnel obtenu par modélisation s'avère une bonne estimation de la représentation temps-fréquence au sens de Wigner-Ville. On observe également que le premier moment en fréquence est une bonne approximation de la loi de fréquence instantanée. L'estimation du retard de groupe est par contre médiocre, surtout aux deux extrémités du spectre.

SUMMARY

This paper intends to discuss the ability of time-dependent modelling to provide a time-frequency representation of non-stationary signals with small bandwidth x duration products. In this approach, the signal is represented by means of an ARMA model with time-dependent coefficients. The identification of the model assumes that the time-varying coefficients are obtained as finite sums of known basis functions, with unknown weights.

Two kinds of model are studied : either ARMA (pole-zero) models with stochastic input, or deterministic models, where the noise is rejected at the output of the model, the input being an impulse. In the first case, the autoregressive part of the model is estimated under its transverse form, or under its lattice form, through an algorithm close to Burg's. In the second case, the method extends Prony's.

The signals to be studied are modulated sinusoïds with gaussian envelope, belonging to a class of signals studied by Gendrin, Kodera, De Villedary. The examples given here are characterized by two BT values : 2.24 and 1.4. The rational evolutionary spectrum obtained with these models reveals itself to be a good estimation of the time-frequency representation to the sense of Wigner-Ville. One also observes that the first moment with respect to frequency is a good approximation of the instantaneous frequency law. However the estimator of the group delay is poor, especially at the ends of the spectrum.

INTRODUCTION

L'un des premiers outils qui ait été mis en place pour l'étude des signaux non-stationnaires est le concept de spectre instantané, ou de représentation conjointe temps-fréquence. Plusieurs auteurs ont formalisé les propriétés que l'on est en droit d'exiger d'une telle représentation /1/, /2/. Celle-ci doit pouvoir d'interpréter comme une répartition de l'énergie du signal à la fois en temps et en fréquence, ses lois marginales doivent reproduire l'enveloppe énergétique, ainsi que le spectre (au sens classique, stationnaire) du signal, elle doit être invariante par translation, doit permettre de reconstituer la représentation d'un signal après filtrage depuis celle d'origine, de retrouver les lois de fréquence instantanée, de retard de groupe etc ... ces exigences sont contradictoires /1/. Comment s'étonner alors que les représentations temps-fréquence se multiplient, s'appuyant chacune sur des considérations physiques différentes. La liste en est déjà longue et peut se trouver en /3/, ou /4/, où il est aussi montré qu'elles se ramènent toutes à une forme générale, chacune étant associée à une fonction de pondération sur le plan temps-fréquence. Le prototype de ces représentations est sans conteste la représentation introduite en mécanique quantique sur l'espace des phases par E.P. Wigner /5/ et dans le cadre de la théorie des signaux par J. Ville /6/. Celle-ci correspond à une pondération uniforme de 1 sur tout le plan. Les autres représentations s'obtiennent par convolution de la représentation de Wigner-Ville avec leur fonction de pondération.

Le champ où ont été définies ces représentations conjointes était à l'origine celui des signaux certains, mais il a été récemment étendu aux signaux aléatoires. Pour ceux-ci existent d'autres représentations obtenues à partir d'une décomposition spectrale dans le cas du spectre évolutif défini par Priestley, ou à partir d'une décomposition temporelle, celle de Cramer-Wold dans le cas du spectre évolutif de Tjøstheim et Mélard. Ces deux approches qui ont à leur base une décomposition ont des liens entre elles, par contre aucun lien avec les représentations conjointes du type Wigner-Ville n'a encore été établi. Ceci tient en particulier au fait que l'approche Wigner-Ville est purement non paramétrique, et ne suppose aucune structure sous-jacente au signal, à l'opposé des autres approches limitées à un signal non-déterministe , et liées à une représentation du signal en termes d'innovation.

La présente communication tente une approche expérimentale de cette question du lien entre spectres évolutifs du type paramétrique, obtenus par une modélisation du signal avec la représentation conjointe temps-fréquence non paramétrique. Pour cela, sera étudiée une classe très restreinte de signaux : des sinusoïdes modulées linéairement en fréquence avec une enveloppe gaussienne. Le choix de ces signaux tient au fait qu'ils ont été longuement étudiés, avec plusieurs sortes de représentations conjointes /9/, /10/, /4/. Du point de vue pratique, ces signaux ont été introduits pour simuler certains signaux observés en géophysique /9/, mais on les rencontre aussi en radar sous le nom de "chirp", et ils ont été également utilisés en synthèse de parole comme excitation du modèle de conduit vocal. Les propriétés de ces signaux seront décrites dans la partie suivante, puis on examinera les moyens de les modéliser, et on concluera par un examen des résultats expérimentaux, en ce qui concerne le spectre, l'enveloppe temporelle et fréquentielle, et les lois de fréquence instantanée, et de retard de groupe.

LES SIGNAUX ETUDIES

Les signaux étudiés dépendent de deux paramètres /10/ qui sont β, la pente de la modulation, et γ caractérisant l'enveloppe. Leur expression s'écrit

$$(1)\quad y(t) = e^{-\pi\gamma t^2}\, e^{2\pi j(f_o t+\frac{1}{2}\beta t^2)}$$

Bien que le signal y(t) ne soit pas en toute rigueur analytique, on pourra considérer si les contributions au spectre des fréquences négatives sont négligeables que les modules et phases du signal sont :

$$(2)\quad y(t) = a(t)\, e^{j\varphi(t)} \text{ avec } a(t)=e^{-\pi\gamma t^2} \text{ et}$$

$$\varphi(t) = 2M(f_o t+ \frac{\beta}{2})$$

La fréquence instantanée devient :

$$(3)\quad f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi(t)}{dt} = f_o + \beta t$$

Le retard de groupe est associé à $\Phi(f)$ la transformée de Fourier de la phase et vaut :

$$(4)\quad \tau_g(f) = -\frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi(f)}{df} = \frac{\beta f}{\gamma^2+\beta^2}$$

La définition de la durée et la largeur de bande retenue est celle donnée en /10/, et correspond à la durée où l'enveloppe du signal est supérieur à $e^{\frac{-\pi}{4}}$

fois son maximum. Pour le signal étudié, la durée T et la largeur de bande B donnent :

$$(5)\quad T = \sqrt{\frac{1}{\gamma}} \;;\; B = \sqrt{\frac{\beta^2 + \gamma^2}{\gamma}} \;;\; BT = \sqrt{1 + \frac{\beta^2}{\gamma^2}}$$

La limite inférieure du produit BT est 1, et elle s'obtient pour une sinusoïde non modulée. La transformée de Wigner-Ville de ce signal s'obtient aisément /4/.

$$(6)\quad \rho(t,f) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}}\; e^{-2\pi\, x^T A x} \qquad \text{avec}$$

$$x = \begin{bmatrix} t\sqrt{\gamma} \\ (f-f_o)\frac{\sqrt{\gamma}}{\beta} \end{bmatrix} ;\; A = \begin{bmatrix} 1+\alpha & -\alpha \\ -\alpha & \alpha \end{bmatrix}$$

dans lequel $\alpha = \frac{\beta^2}{\gamma^2}$. Les contours iso-densités sont donc des ellipses dont le grand axe est :

$$(7)\quad f(t) = f_o + \frac{1}{2\alpha}\left(1+\sqrt{1+4\alpha^2}\right)\beta t$$

Il est à noter que cette classe de signaux est la seule pour laquelle soit garantie la positivité de la transformée de Wigner-Ville. Les diverses quantités que nous venons d'introduire sont celles que l'on va essayer de retrouver au moyen d'une modélisation du signal : on observera les contours iso-densité du spectre évolutif rationnel /11/ obtenu par modélisation, la fréquence instantanée vue comme moment d'ordre 1 suivant l'axe fréquentiel du spectre évolutif, le retard de groupe comme moment d'ordre 1 suivant l'axe temporel. On s'intéressera également aux moments d'ordre zéro qui devront reconstituer le spectre et l'enveloppe énergétique.

Avant de considérer le spectre évolutif associé à ces signaux, il faut déterminer quel sera le modèle permettant d'engendrer ces signaux. On sait qu'une sinusoïde pure, dans le cas stationnaire, peut être engendrée par un système possédant deux pôles, laché à partir de conditions initiales non nulles. Pour que la sinusoïde soit entretenue, il est nécessaire que le système soit à la limite de stabilité, et que ses pôles soient imaginaires purs pour un signal à temps continu, ou de module égal à 1 dans le cas discret. C'est sur ce dernier cas que nous allons raisonner dans le contexte non-stationnaire. Le modèle retenu sera ainsi d'ordre 2, avec des coefficients dépendant du temps :

$$(8)\quad y_t + a_1(t-1)y_{t-1} + a_2(t-2)y_{t-2} = 0$$

Remplaçant y_t par $y(\frac{t}{F})$, les échantillons du signal d'origine (1) lorsque la fréquence d'échantillonnage est F, nous obtenons

$$(9)\quad y_t = e^{-gt^2}\, e^{j(\omega_o t + \frac{b}{2} t^2)}$$

$$\text{avec } g = \frac{2\pi\gamma}{F^2} \;;\; \omega_o = \frac{2\pi f_o}{F} \;;\; b = \frac{2\pi\beta^2}{F^2}$$

Reportant (9) en (8), écrivant que cette équation est vérifiée par la partie réelle, et la partie imaginaire, on obtient en éliminant les termes en facteur :

$$(10)\quad \begin{bmatrix} \cos(-\omega_o+\frac{b}{2}(1-2t)) & \cos(-2\omega_o+\frac{b}{2}(4-4t)) \\ \sin(-\omega_o+\frac{b}{2}(1-2t)) & \sin(-2\omega_o+\frac{b}{2}(4-4t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dans (10) les quantités α_1 et α_2 valent :

$$(11)\quad \alpha_1 = a_1(t-1)e^{-g(1-2t)} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = a_2(t-2)e^{-g(4-4t)}$$

La solution du système (10) donne finalement :

$$(12\text{-}1)\quad a_1(t) = -e^{-g(2t+1)}\, \frac{\sin(2\omega_o + \frac{b}{2}(2t))}{\sin(\omega_o + \frac{b}{2}(2t-1))}$$

$$(12\text{-}2)\quad a_2(t) = e^{-g(4t+4)}\, \frac{\sin(\omega_o + \frac{b}{2}(2t+3))}{\sin(\omega_o + \frac{b}{2}(2t+1))}$$

Le coefficient $a_2(t)$ peut être considéré comme le carré du module du pôle du système à l'instant t. On voit alors que le système stationnaire tangent au système évolutif à l'instant t est instable pour $t < 0$ et stable pour $t > 0$. Ceci correspond bien à l'enveloppe croissante (divergente) du signal pour $t < 0$, et décroissante pour $t > 0$.

Le signal continu écrit en (1), et le signal discret en (9) sont tous deux certains. Il était possible de les rendre aléatoires en introduisant une phase aléatoire à l'instant 0 par exemple. Dans ce cas, la relation (8) représente une prédiction de y_t à partir du passé, les prédicteurs étant les opposés des coefficients $a_1(t)$ et $a_2(t)$ donnés en (12). La relation (8) exprime aussi la nullité de l'erreur de prédiction, montrant que le signal est déterministe. La valeur de l'ordre aurait été plus facile à justifier comme étant la dimension de l'espace de Hilbert engendré par les y_t, mais l'introduction de ce formalisme aurait alourdi l'exposé.

Si l'on s'intéresse maintenant au spectre évolutif que l'on peut associer à la représentation temporelle du signal y_t dégagée en (8), on s'aperçoit que la définition donnée en /7/, /8/ pour un processus décrit par une moyenne mobile de longueur infinie, ou en /11/ pour la description de ce processus par un modèle d'ordre fini c'est à dire rationnel ou encore ARMA (autoregressive moving average), ne peut plus s'appliquer. Ces définitions supposent en effet le signal purement non-déterministe, alors que celui que nous étudions est déterministe, l'erreur de prédiction ou l'innovation étant nulle. On tentera donc d'adapter la définition /12/. La démarche pour ce faire consisterait à remplacer l'innovation absente par les conditions initiales du filtre sous forme d'état, engendrant le signal $\mathcal{R}e(y_t)$. Ce filtre s'écrit :

(13-1) $$x_t = \begin{bmatrix} -a_1(t-1) & 1 \\ -a_2(t-1) & 0 \end{bmatrix} x_{t-1} + \begin{bmatrix} b_o(t) \\ b_1(t) \end{bmatrix} e_t$$

(13-2) $$\mathcal{R}e(y_t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_t$$

L'entrée e_t est nulle. Le système évolue à partir de l'instant τ où on veut mesurer le spectre, à partir des conditions initiales x . Mais on peut aussi interpréter le signal pour $t > \tau$ comme la sortie du même filtre avec une entrée $e_t = \delta_{t,\tau}$ valant 0 partout sauf à $t = \tau$ où elle vaut 1. On a alors $b_o(\tau)$ et $b_1(\tau)$ égaux aux deux composantes de l'état x_τ , et on peut postuler que le spectre s'écrira :

(14) $$f(t,\omega) = \left| \frac{1}{1+a_1(t-1)z^{-1}+a_2(t-2)z^{-2}} \right|^2_{z = e^{j\omega}}$$

Cette définition est purement heuristique et n'a pour le moment aucune valeur théorique. Lui en donner est un travail qui reste à faire.

MODELISATION

Tournons nous maintenant vers le problème de l'estimation d'un modèle pour nos signaux, modèle dont nous espérons tirer un spectre évolutif du genre de (14). L'essentiel de la démarche conduisant à un modèle dépendant du temps a été exposé ailleurs /12/, aussi nous n'en donnons ici qu'un rapide résumé, en nous limitant au cas du modèle autorégressif. Dans des algorithmes adaptatifs de modélisation, on a affaire à un modèle supposé stationnaire sous une courte fenêtre, qui est soit explicite dans le cas d'une méthode à fenêtre glissante, soit implicite dans le cas d'un algorithme avec facteur d'oubli. La non-stationnarité qu'une telle méthode peut traiter se limite donc à des évolutions relativement lentes des paramètres. De tels algorithmes sont mal adaptés à la modélisation de signaux de faible produit BT tels que ceux étudiés ici, qui évoluent trop vite et sur une durée trop courte.

Il faut donc recourir à d'autres moyens. Les paramètres du modèle (8) évoluant continuement au cours du temps, incitent à remplacer $a_i(t)$ par un développement sur quelques fonctions de base judicieusement choisies, et fixées à priori. La nature et la grandeur de l'approximation réalisée sont des conséquences directes du choix des fonctions et de leur nombre. Les coefficients à estimer sont les composantes a_{ij} des $a_i(t)$ sur la base $f_j(t)$.

(15) $$a_i(t) = \sum_{j=o}^{m} a_{ij} \, f_j(t)$$

Il a été montré en /12/ que l'identification du modèle AR passait par l'introduction du signal vectoriel Y_t des projections de y_t sur la base $f_j(t)$.

(16) $$Y_t = \begin{bmatrix} y_t \, f_o(t) & \ldots & y_t f_m(t) \end{bmatrix}'$$

Si p est l'ordre du modèle AR, θ le vecteur des composantes a_{ij}, et ε_t l'innovation ou l'erreur de prédiction, le modèle AR s'écrit :

(17) $$y_t + \begin{bmatrix} Y'_{t-1} & \ldots & Y'_{t-p} \end{bmatrix} \theta = \varepsilon_t$$

La minimisation de la variance de ε_t conduit à des équations du genre des équations de Yule-Walker, et bien que le signal y_t ne soit pas stationnaire, il est possible d'utiliser un estimateur ergodique, c'est-à-dire une somme sur un intervalle de temps $\mathcal{C} = [0,T]$ pour estimer θ.

(18) $$\sum_{t\in\mathcal{C}} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ \vdots \\ Y_{t-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y'_{t-1} \ldots Y'_{t-p} \end{bmatrix} \theta = -\sum_{t\in\mathcal{C}} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ \vdots \\ Y_{t-p} \end{bmatrix} y_t$$

Cette équation correspond suivant le choix des bornes de sommation pour $\mathcal{C}$ aux méthodes dénommées "méthode de corrélation" et "méthode de covariance" dans le cas stationnaire, dénomination facheuse qui recouvre simplement la structure de Toëplitz ou proche de Toëplitz de la matrice apparaissant à gauche dans (18).

Une variante au modèle autorégressif consiste à adopter une réalisation de celui-ci sous forme de filtre en treillis. Il est montré dans /12/ qu'un filtre en treillis dont les coefficients de réflexion sont décomposés d'une façon analogue à (15) peut s'identifier par un algorithme déduit de celui écrit pour le cas stationnaire par Burg. Notons $\varepsilon_i(t)$ et $\eta_i(t)$ les innovations directe et rétrograde à la sortie de la i-ème cellule du filtre, et $k_i^+(t)$, $k_i^-(t)$ les coefficients de réflexion correspondants. Une cellule est définie par la relation (19).

$$(19) \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_i(t) \\ \eta_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & k_i^+(t) \\ k_i^-(t) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{i-1}(t) \\ \eta_{i-1}(t-1) \end{bmatrix}$$

L'identification des composantes k_{ij}^+ et k_{ij}^- se fait à l'aide des vecteurs des projections de $\varepsilon_{i-1}(t)$ et $\eta_{i-1}(t)$ sur les fonctions $f_j(t)$, soit $E_{i-1}(t)$ et $H_{i-1}(t)$. Ainsi pour le vecteur K_i^+ des composantes k_{ij}^+ on a :

$$(20) \quad \left(\sum_{t=i}^{T} H_{i-1}(t-1)\, H'_{i-1}(t-1)\right) K_i^+ = \left(\sum_{t=i}^{T} H_{i-1}(t-1)\varepsilon_{i-1}(t)\right)$$

Il est à noter que le passage du modèle transverse des $a_i(t)$ au modèle en treillis des $k_i(t)$ ne se fait pas sans déformations sur la base des fonctions $f_i(t)$, car la transformation $a_i \rightarrow k_i$ est non linéaire, de même que sa réciproque $k_i \rightarrow a_i$.

La troisième méthode utilisée ici est décrite dans /12/ sous le nom de méthode de Prony bien qu'elle se démarque assez vite de ce qui a désormais cours sous ce nom dans la littérature consacrée aux modèles stationnaires. L'hypothèse faite dans cette méthode est que le modèle dépendant du temps évolue librement depuis des conditions initiales héritées de l'évolution du système avant le premier instant d'observation. L'entrée du système est nulle, et seule la sortie est entachée d'un bruit additif. On montre alors que l'estimation du modèle, c'est à dire du vecteur θ des composantes a_{ij} s'obtient comme solution d'un problème aux vecteurs propres généralisés /12/.

$$(21) \quad \sum_{t \in \mathcal{C}} \begin{bmatrix} y_t \\ Y_{t-1} \\ \vdots \\ Y_{t-p} \end{bmatrix} \left[y_t Y'_{t-1} \cdots Y'_{t-p} \right] \begin{bmatrix} 1 \\ \theta \end{bmatrix} =$$

$$\sigma^2 . \operatorname{Diag}(\operatorname{Card}(\theta)\ W_1 \ \ldots\ W_p) \begin{bmatrix} 1 \\ \theta \end{bmatrix}$$

Les matrices W_i sont des autocorrélations du vecteur des valeurs de la base, sur des intervalles de temps obtenus par décelage successif de $\mathcal{C}$, par exemple :

$$(22) \quad W_i = \sum_{j=p-i}^{t-i} \begin{bmatrix} f_o(t) \\ \vdots \\ f_m(t) \end{bmatrix} . \left[f_o(t) \ \ldots\ f_m(t) \right]$$

Pour ce qui est du choix de σ^2 parmi toutes les valeurs propres généralisées, de simples considérations de positivité (voir /12/) montrent qu'il faut prendre pour σ^2 la plus petite des valeurs propres, qui sont d'ailleurs toutes positives.

EXPERIMENTATIONS

Pour cette partie expérimentale, deux signaux ont été retenus. Le premier d'entre eux est issu de /10/ où il est longuement étudié, et correspond aux valeurs numériques suivantes :

$\beta = 0.02$	Hz/s	d'où	$T = 10$s	
$\gamma = 0.01$	s^{-2}		$B = 0.224$	Hz
			$BT = 2.24$	

Dans /10/, la fréquence centrale était nulle, ici elle vaudra 0.8 Hz, ceci afin de conserver la totalité du signal entre 0 Hz et la demi-fréquence d'échantillonnage. Il est connu que sur les signaux stationnaires, la modélisation a une précision maximale aux alentours du quart de la fréquence d'échantillonnage, et il y a tout lieu de penser que les mêmes causes numériques subsistent pour les signaux non-stationnaires, nous incitant à choisir une fréquence d'échantillonnage voisine de 3,2 Hz. Nous avons retenu la valeur de 4 Hz, ce qui nous assure une durée équivalente du signal voisine de 40 échantillons. Le second signal étudié a pour valeurs numériques :

$\beta = 0.04$ Hz/s et donc $T = 5$s
$\gamma = 0.04\ s^{-2}$ $B = 0.283$ Hz
$BT = 1.41$

C'est la faible durée équivalente qui rend l'estimation du modèle délicate puisqu'il faut estimer $p(m+1)$ coefficients à partir d'échantillons.

Les trois méthodes d'identification décrites précedemment ont été utilisées pour estimer un modèle AR d'ordre 2. Les fonctions de base qui ont été retenues sont les polynômes de Legendre, c'est à dire la version orthogonale de la base $(1, t, t^2, \ldots t^m)$. Deux valeurs différentes du degré m ont été testées : $m = 1$, évolution linéaire des paramètres et $m = 4$.

La figure 1 montre les résultats obtenus avec le premier signal $BT = 2.24$, la figure 2 ceux du second signal $BT = 1.41$. On y voit pour chacun des deux signaux six spectres évolutifs (3 méthodes x 2 degrés m). Si les contours iso-densité dans le cas

BT = 2.24 sont, au moins dans les zones énergétiques, proches d'ellipses, lorsque la méthode utilise un modèle AR, on s'aperçoit lorsque le modèle est en treillis (lattice) que les ellipsoïdes sont très déformés, et que leur axe s'incurve. Dans le cas du signal BT = 1.41, la situation se dégrade, et pour le degré m = 1, aucune méthode ne donne d'ellipses. Pour le degré m = 4, la méthode de Prony et la méthode AR donnent des ellipses dans les hautes énergies, mais des tracés complexes en basse énergie. Les graduations sur les axes sont en nombre d'échantillons sur l'axe horizontal, en pourcentage de la fréquence d'échantillonnage sur l'axe vertical, et le niveau de gris code l'énergie en décibels.

A ces spectres sont associés les diagrammes des lois de fréquence instantanée et de retard de groupe théoriques (en pointillé) et estimés. La loi de fréquence instantanée est très bien estimée dans les deux exemples traités, les erreurs qui se produisent étant situées aux bornes de l'intervalle. On constate par contre que la loi de retard de groupe est médiocrement estimée surtout à des fréquences éloignées de la fréquence centrale du signal. Ceci peut tenir à une insuffisance de la représentation spectrale (14).

CONCLUSION

La modélisation autorégressive à coefficients dépendant du temps s'avère efficace même sur des signaux non-stationnaires à faible produit BT. Cependant l'introduction d'une représentation conjointe en temps et en fréquence dans ce contexte paramétrique pour des signaux déterministes est problématique. La solution proposée conduit à une bonne estimation de la loi de fréquence instantanée, mais à une estimation médiocre des autres caractéristiques du signal.

REFERENCES

/1/ A. BLANC-LAPIERRE, B. PICINBONO. Remarques sur la notion de spectre instantané de puissance. Publications Scient. Univ. d'Alger 1, Series B, Vol. 1, n° 1, pp 17-32 (1955).

/2/ R.M. LOYNES. On the concept of the spectrum for non-stationary processes. J. of the Royal Statist. Soc., Series B, Vol. 30, n° 1, pp 1-30 (1968).

/3/ B. ESCUDIE. Représentation en temps et en fréquence de signaux d'énergie finie : analyse et observation des signaux. Ann. Télécom., Vol. 34, n° 3-4, pp 101-111 (1979).

/4/ P. FLANDRIN. Représentation des signaux dans le plan temps-fréquence. Thèse de D.I, Inst. Nat. Pol. de Grenoble (1982).

/5/ E.P. Wigner. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium. Phys. Review, Vol. 40, pp 749-759 (1932).

/6/ J/ VILLE. Théorie et applications de la notion de signal analytique. Cables et transmissions, Vol. 2, n° 1, pp 61-74 (1948).

/7/ D. Tjøstheim. Spectral generating operators for non-stationary processes. Adv. Appl. Prob., Vol. 8, pp 831-846 (1976).

/8/ G. Mélard. Propriétés du spectre évolutif d'un processus non-stationnaire. Ann. Inst. H. Poincaré, Section B, Vol. 14, n° 4, pp 411-424 (1978).

/9/ R. GENDRIN, C. DE VILLEDARY. Unambiguous determination of fine structure in multicomponent time-varying signals. Ann. Télécom., Vol. 34, n° 3-4, pp 122-130 (1979).

/10/ K. KODERA, R. GENDRIN, C. DE VILLEDARY. Analysis of time-varying signals with small BT values. IEEE Trans. on ASSP, Vol. 26, n° 1, pp 64-76 (1978).

/11/ Y. GRENIER. Estimation de spectres rationnels non-stationnaires. Colloque GRETSI, pp 185-192 (1981).

/12/ Y. GRENIER. Time-dependent ARMA modeling of non-stationary signals. A paraître dans IEEE Trans. on ASSP.

Figure 1 : produit BT = 2,24.

FICHIER: CH2S221
FREQUENCE INSTANTANEE THEORIQUE: – – – – – –
RETARD DE GROUPE THEORIQUE: - - - - - - - - -
FREQUENCE INSTANTANEE ESTIMEE: ————
RETARD DE GROUPE ESTIME: —+—+—+—+

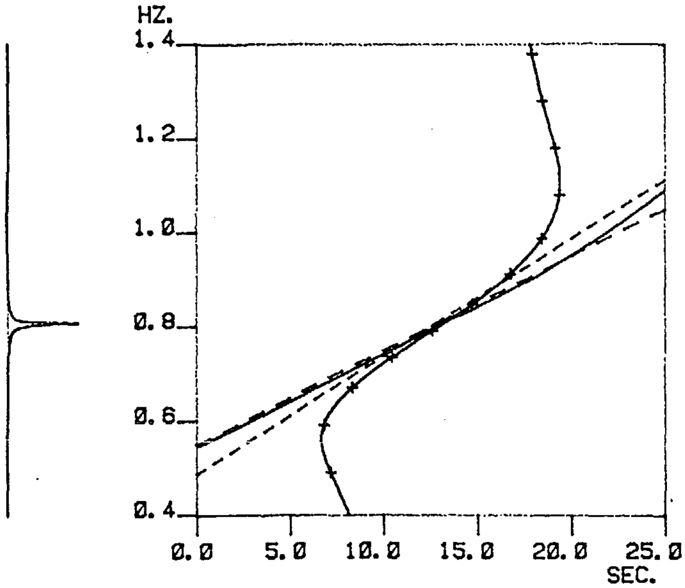

Figure 2 : produit BT = 1,41.

FICHIER: CH1S251P
FREQUENCE INSTANTANEE THEORIQUE: – – – – – –
RETARD DE GROUPE THEORIQUE: - - - - - - - - -
FREQUENCE INSTANTANEE ESTIMEE: ————