NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 20 MAI 1983

DETECTION D'UN SIGNAL DETERMINISTE APRES REFLEXIONS MULTIPLES

B. PICINBONO, M. BOUVET et T. KADOTA †

LABORATOIRE DES SIGNAUX ET SYSTEMES - ESE - Plateau du Moulon, 91190 GIF-sur-YVETTE

RESUME

En détection active le signal reçu même en l'absence de bruit de fond n'est pas identique au signal émis en raison des trajets et des réflexions multiples. Nous considérons ici ce second point qui entraîne que le récepteur optimal ne peut plus être uniquement le filtre adapté. En introduisant quelques hypothèses sur la réflexion, on peut déterminer un modèle statistique pour le signal reçu qui permet alors le calcul du rapport de vraisemblance en présence d'un bruit gaussien. On montre alors que le récepteur optimal est composé du filtre adapté suivi d'un dispositif non linéaire et d'une intégration dans le temps. Il est alors intéressant de savoir dans quelles conditions ce dispositif non linéaire peut être approximé par une quadration, comme on l'admet souvent dans les dispositifs pratiques. En élargissant les hypothèses introduites on présente également quelques résultats plus généraux mais d'interprétation plus difficile.

SUMMARY

In active detection the received signal differs from the emitted one, even in the absence of noise, because of the multiple propagation channels or reflexions. This paper is devoted to multiple random reflexions which implies that the optimum receiver is no longer the matched filter. Introducing some hypotheses on the reflexions, we can get a statistical model for the received signal which allows us the calculation of the likelihood ratio in presence of Gaussian Noise. We show that the optimum receiver is composed of the matched filter followed by a nonlinear device and a time integrator.

It is then interesting to know in which conditions this nonlinear device can be approximated by a quadration, as it is often admitted in practical devices. Extending the hypotheses, we also present some more general results, the interpretation of which appears rather difficult.

1. INTRODUCTION

Il est bien connu que le filtre adapté est le récepteur optimal pour la détection d'un signal déterministe dans un bruit Gaussien [1].

Ce résultat s'applique très bien dans le contexte des communications où l'hypothèse du signal déterministe est souvent réaliste. Ceci est beaucoup moins vrai dans le cas du sonar ou du radar. Le signal émis est naturellement déterministe mais, même si la réflexion est parfaite, le signal reçu est une copie du signal émis avec un retard inconnu. On peut encore dans ce cas présenter une structure de récepteur optimal sous certaines conditions [2]. Mais dans la plupart des cas le signal reçu n'est pas une copie parfaite du signal émis et peut être fortement déformé en raison de la propagation et du type de réflexion. Comme ces phénomènes sont peu prédictibles, le plus naturel consiste à les considérer comme aléatoires en introduisant des hypothèses relativement vraisemblables. Le signal reçu est alors un signal aléatoire provenant d'un signal déterministe déformé par une propagation ou une réflexion aléatoires et de plus de temps d'arrivée inconnu. Comme tout ne peut être traité d'un seul coup nous ne nous intéresserons ici qu'à la réflexion aléatoire, les problèmes de trajets multiples ayant été abordés par ailleurs [3].

Partant d'un modèle très simple de réflexion qui a l'avantage de permettre le calcul du rapport de vraisemblance nous tentons de présenter la structure du récepteur optimal en présence de bruit blanc. Nous le faisons dans le cas d'un bruit blanc à temps continu, mais on peut aisément transposer tous les résultats au cas du bruit blanc à temps discret. Malgré les hypothèses introduites, le calcul explicite ne peut être poussé jusqu'au bout sans des approximations explicitées et justifiées dans la suite. Pour l'achever nous utiliserons deux types d'approximations : dans la première nous supposons que le rapport signal sur bruit est faible à la réception ; dans la seconde nous admettrons une propriété d'orthogonalité pour les signaux.

2. MODELE DE REFLEXION ET CALCUL DU RAPPORT DE VRAISEMBLANCE

Soit $s(t)$ le signal émis supposé de durée limitée (d) Ce signal est en général à bande pratiquement limitée soit autour de la fréquence 0 (bande de base), soit autour d'une fréquence porteuse ω_o (signal quasimonochromatique). Dans ce dernier cas il convient de lui associer son signal analytique

$$z_\psi(t)=a(t)\ \exp i[\omega_o t+\phi(t)]\exp i\psi \triangleq z(t)\ \exp i\ \psi, \quad (2\text{-}1)$$

où ψ est une phase aléatoire supposée équipartie entre 0 et 2π et rendant compte de la méconnaissance de la phase absolue de $z_\psi(t)$. Evidemment $s(t)$ est la partie réelle de $z_\psi(t)$.

Nous admettrons que le signal reçu provient d'un grand nombre de réflexions élémentaires et peut être modélisé comme un effet de grenaille s'écrivant

$$\sigma(t) = \Sigma_i\ \alpha_i\ s(t-t_i). \quad (2\text{-}2)$$

Le caractère aléatoire de la réflexion se traduit par le fait que les instants $\{t_i\}$ comme les coefficients $\{\alpha_i\}$ sont aléatoires. Par souci de simplification nous supposons que les instants t_i forment un processus de Poisson de densité λ sur l'intervalle de réflexion $[0,T]$. Les variables aléatoires (v.a.) α_i sont supposées indépendantes entre elles et indépendantes du processus de Poisson. Ce sont des v.a. réelles en bandes de base. Dans le cas quasimonochromatique la relation (2-2) s'écrit de manière identique en remplaçant $s(t)$ par son signal analytique donné par (2-1). Le résultat est alors le signal analytique $z_\sigma(t)$, et les coefficients α_i peuvent être complexes pour prendre en compte les effets d'amplitude et de phase dans la réflexion. Compte tenu de ceci la durée totale de l'observation est $T + d$. Pour les calculs qui suivent il est souvent plus commode d'utiliser une représentation intégrale à la place de (2-2), et dans le cas quasimonochromatique celle-ci s'écrit

$$z_\sigma(t) = \int_0^T z_\psi(t-\theta)\ dM(\theta), \quad (2\text{-}3)$$

où $M(t)$ est un processus à accroissements indépendants dont les moments des deux premiers ordres sont donnés par

$$E[dM(\theta)] = E[\alpha]\ \lambda\ d\theta = \rho\ d\theta, \quad (2\text{-}4)$$

$$E[dM(\theta)dM^*(\theta')] = d\theta\ d\theta'[|\rho|^2+\gamma\delta(\theta-\theta')], \quad (2\text{-}5)$$

où $\gamma = E[|\alpha|^2]\lambda$. Dans le cas quasimonochromatique on suppose souvent que $E(\alpha) = 0$, ce qui annule ρ. Ceci provient des effets de phase à la réflexion. En bande de base par contre il n'y a aucune raison que $E(\alpha)$ soit nul les coefficients α_i étant généralement positifs.

Ces hypothèses vont nous permettre de donner l'expression du rapport de vraisemblance $L(x)$. Dans le cas d'un bruit blanc Gaussien de niveau spectral N_o ce rapport peut s'écrire [4]

$$L(x) = E\{\exp \frac{1}{N_o}(I_1 - \frac{1}{2}\ I_2)\} \quad (2\text{-}6)$$

avec

$$I_1 \triangleq \int_0^D \sigma\ (t)\ dx(t) \quad (2\text{-}7)$$

$$I_2 \triangleq \int_0^D \sigma^2(t)\ dt, \quad (2\text{-}8)$$

où x(t) est l'observation de durée D(D = T+d) et l'espérance mathématique étant prise sur tous les paramètres de la réflexion aléatoire. Le calcul complet de L(x) est en général impossible et nous allons le poursuivre dans le cadre de deux approximations : signaux faibles ou signaux à corrélation microscopique.

3. APPROXIMATION DES SIGNAUX FAIBLES

Cette approximation est souvent dénommée celle du récepteur à seuil et consiste à se contenter d'un développement limité de L(x) [5], [6]. En se limitant à l'ordre deux on peut ainsi écrire (2-6) sous la forme

$$L(x) \simeq 1+\frac{1}{N_o}\{E(I_1)-\frac{1}{2}E(I_2)\}+\frac{1}{2N_o^2}[E(I_1^2)+E(I_1I_2)-\frac{1}{4}E(I_2^2)]. \qquad (3-1)$$

Cette approximation est d'autant mieux vérifiée que le signal reçu est plus faible, les termes complémentaires étant négligeables à cause des puissances de N_o. On peut noter que dans le cas de la détection d'un signal déterministe dans un bruit Gaussien le récepteur à seuil est identique au récepteur optimal et que dans le cas général cette approximation ne signifie pas du tout qu'on limite le rapport de vraisemblance aux termes linéaires ou quadratiques par rapport à l'observation [6].

Ne retenant dans (3-1) que les termes dépendant de l'observation x(t) on obtient une statistique $\Lambda(x)$ équivalente à L(x) et valant

$$\Lambda(x) = \frac{1}{N_o}E(I_1)+\frac{1}{2N_o^2}E(I_1^2)+\frac{1}{2N_o^2}E(I_1I_2). \qquad (3-2)$$

La poursuite du calcul nécessite alors qu'on sépare les cas bande de base ou quasimonochromatique.

3.1- Signal en bande de base

En utilisant l'expression équivalente à (2-3) en bande de base on obtient

$$I_1 = \int_o^D \int_o^T s(t-\theta)dM(\theta)dx(t) \qquad (3-3)$$

qui par un changement de variable s'écrit

$$I_1 = \int_o^T \int_\theta^D s(t-\theta)dx(t)dM(\theta) = \int_o^T c(\theta)dM(\theta) \qquad (3-4)$$

avec

$$c(\theta) = \int_o^D s(t-\theta)dx(t) \qquad (3-5)$$

En utilisant (2-4) on obtient alors

$$E(I_1) = \rho_o\int^T c(\theta)\,d\theta \qquad (3-6)$$

$$E(I_1^2) = [E(I_1)]^2 + \gamma_o\int^T c^2(\theta)\,d\theta \qquad (3-7)$$

Comme le terme $E(I_1I_2)$ fait apparaître des moments d'ordre 3 nous le négligeons ici, bien qu'un calcul complet soit possible. Il vient alors

$$\Lambda(x) \simeq \frac{\rho}{N_o}\int_o^T c(\theta)d\theta+\frac{\rho^2}{2N_o^2}\{\int_o^T c(\theta)d\theta\}^2+\frac{\gamma}{2N_o^2}\int_o^T c^2(\theta)d\theta \qquad (3-8).$$

On voit donc que le récepteur optimal opère diverses intégrations à partir de la grandeur $c(\theta)$ définie par (3-5) et dont nous allons donner une interprétation.

Comme le signal s(t) a une durée limitée d, on peut écrire (3-5) sous la forme

$$c(\theta) = \int_o^{\theta+d} s(t-\theta)dx(t) = \int_o^d s(t)dx(t+\theta) \qquad (3-9)$$

ceci montre que $c(\theta)$ est la sortie à l'instant $\theta+d$ du filtre adapté associé à s(t). On voit donc sur (3-8) que le récepteur optimal doit calculer l'intégrale sur la durée d'observation de la sortie du filtre adapté et de son carré. Si, comme cela arrive souvent l'intégrale de la sortie est nulle, ou pratiquement nulle, le récepteur optimal doit finalement calculer la fonction test

$$T(x) = \int_o^T c^2(\theta)d\theta. \qquad (3-10)$$

Ainsi la prise en compte d'une réflexion aléatoire conduit à un récepteur optimal qui est quadratique par rapport à l'observation. Comme nous l'avons indiqué ci-dessus l'apparition d'un récepteur quadratique n'est pas uniquement liée à la limitation du développement du rapport de vraisemblance. Pour d'autres distributions de probabilité cette limitation ne conduit nullement à un récepteur quadratique.

3.2- Signal à bande étroite

Le signal analytique reçu est donné par (2-3) qui à l'aide de (2-1) peut s'écrire

$$z_\sigma(t) = e^{i\psi}\int_o^T z(t-\theta)dM(\theta) \qquad (3-11)$$

Le signal $\sigma(t)$ devant figurer dans (2-7) et (2-8) est évidemment la partie réelle de $z_\sigma(t)$. On en déduit donc que

$$I_1 = Re[J_1] = Re\{\int_o^D \sigma(t)dx(t)\} \qquad (3-12)$$

En utilisant (3-11), J_1 peut s'écrire

$$J_1 = e^{i\psi}\int_o^D\int_o^T z(t-\theta)dM(\theta)dx(t)$$

$$= e^{i\psi}\int_o^T\int_o^D z(t-\theta)dx(t)dM(\theta)$$

$$= e^{i\psi}R\,e^{i\phi} \qquad (3-13)$$

où R et ϕ sont le module et la phase de l'intégrale double.

Il en résulte que

$$I_1 = R\cos(\phi+\psi) \qquad (3-14)$$

et comme on a supposé que ψ est équiparti et indépendant de l'observation, on a $E(I_1) = 0$ et

$$E(I_1^2) = \frac{1}{2}\,E(R^2). \tag{3-15}$$

Comme précédemment nous négligeons le terme $E(I_1 I_2)$ de sorte que (3-2) devient

$$\Lambda(x) \sim \frac{1}{2N_o^2}\,E\,(R^2) \tag{3-16}$$

Comme R est le module de J_1, on a

$$R^2 = J_1 J_1^* = \int_o^T\int_o^T\int_\theta^D\int_{\theta'}^D z(t-\theta)\,z^*(t'-\theta')dx(t)dx(t')dM(\theta)dM^*(\theta') \tag{3-17}$$

Pour calculer l'espérance mathématique sur M on utilise (2-5) ce qui donne

$$E(R^2) = |\rho \int_o^T f(\theta)d\theta|^2 + \gamma \int_o^T |f(\theta)|^2 d\theta \tag{3-18}$$

avec

$$f(\theta) \triangleq \int_o^T z(t-\theta)dx(t). \tag{3-19}$$

Cette fonction est tout à fait analogue à $c(\theta)$ définie par (3-5) et représente la sortie à l'instant θ+d du filtre adapté complexe défini par z(t). Le premier terme de (3-18) est en général nul. Tout d'abord, comme précédemment, l'intégrale de la sortie du filtre adapté est pratiquement nulle. Mais de plus si la réflexion aléatoire introduit une phase équipartie, ρ défini par (2-4) est nul. Il en résulte que la fonction test du récepteur optimal, compte tenu des approximations introduites, vaut

$$T(x) = \int_o^T |f(\theta)|^2\,d\theta \tag{3-20}$$

qui est donc tout à fait comparable à (3-10).

4. APPROXIMATION DES SIGNAUX A CORRELATION MICROSCOPIQUE.

Nous développons cette approximation uniquement dans le cas de signaux à bande étroite où le calcul est un peu plus compliqué. On peut les transposer sans peine au cas bande de base et nous indiquons simplement à la fin le résultat obtenu.

L'approximation des signaux à corrélation microscopique porte sur la fonction z(t) apparaissant dans (2-1). Il s'agit d'un signal complexe d'énergie finie E et nous admettons que sa fonction de corrélation

$$\Gamma(\tau) = \int z(t)z^*(t-\tau)dt \tag{4-1}$$

est pratiquement nulle dès que τ est différent de zéro Il ne s'agit pas d'une distribution de Dirac puisque $\Gamma(o) = E$. Cette approximation signifie que l'ambiguïté temporelle du signal z(t) est très faible, ce qui est assez bien vérifié si z(t) est une tranche d'un signal pseudoaléatoire blanc.

Reprenons alors le calcul du rapport de vraisemblance L(x) donné par (2-6, 7, 8). Le signal $\sigma(t)$ apparaissant dans ces deux dernières équations est donné par (2-2) où s(t) est la partie réelle de $z_\psi(t)$ donné par (2-1). Le signal analytique de $\sigma(t)$ s'écrit donc

$$Z_\psi\,(t) = e^{i\psi}\,Z(t) \tag{4-2}$$

avec

$$Z(t) = \Sigma_i \alpha_i z(t-t_i) \tag{4-3}$$

où z(t) est défini par (2-1). Comme $\sigma(t)$ est la partie réelle de Z(t), on en déduit

$$I_1 = \mathrm{Re}\{e^{i\psi}\int_o^T \Sigma_i \alpha_i z(t-t_i)\ dx(t)\} \tag{4-4}$$

L'intégrale fait à nouveau apparaître la fonction f (.) définie par (3-19), ce qui donne

$$I_1 = \mathrm{Re}\{e^{i\psi}\Sigma_i \alpha_i f(t_i)\} \tag{4-5}$$

Pour calculer I_2 nous allons exploiter le fait que Z(t) est quasimonochromatique et peut s'écrire sous la forme

$$Z(t) = A(t)\ \cos[\omega_o t + \Phi(t)] \tag{4-6}$$

A(t) et $\Phi(t)$ étant l'amplitude et la phase instantanées de Z(t). Cette propriété découle directement du caractère quasimonochromatique du signal émis z(t). On sait en effet que la densité spectrale du signal Z(t) est proportionnelle au carré du module de la transformée de Fourier de z(t), de sorte que si z(t) est quasimonochromatique, Z(t) l'est aussi. On peut donc d'après (2-4) écrire $\sigma(t)$ sous la forme

$$\sigma(t) = A(t)\ \cos[\omega_o t + \Phi(t) + \Psi] \tag{4-7}$$

Si l'on suppose que la durée d'observation T est grande devant $^{2\pi}/_{\omega_o}$, ce qui est pratiquement toujours vrai, il vient alors

$$I_2 \triangleq \int_o^T \sigma^2(t)dt \sim \frac{1}{2}\int_o^T A^2(t)\ dt \tag{4-8}$$

car les termes correspondant à la fréquence angulaire $2\omega_o$ sont éliminés dans l'intégration. Utilisant (4-6), (4-3) et (4-1) on obtient alors

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{1}{2}\int_o^T Z(t)\ Z^*(t)\ dt \\ &= \frac{1}{2}\int_o^T \sum_{i,j} \alpha_i\alpha_j^*\ z(t-t_i)z^*(t-t_j)dt \\ &= \frac{1}{2}\sum_{i,j} \alpha_i\alpha_j^*\ \Gamma(t_i-t_j) \\ &= \frac{E}{2}\sum_i |\alpha_i|^2 + \frac{1}{2}\sum_{i\neq j} \alpha_i\alpha_j^*\ \Gamma(t_i-t_j) \end{aligned} \tag{4-9}$$

C'est ici qu'intervient notre approximation de la corrélation microscopique. Comme $\Gamma(t_i - t_j)$ est pratiquement nulle dès que $t_i \neq t_j$, ce qui est le cas dans le deuxième terme de (4-9), on peut négliger ce terme et écrire

$$I_2 = \frac{E}{2}\sum_i |\alpha_i|^2 . \qquad (4\text{-}10)$$

Dans ces conditions le rapport de vraisemblance donné par (2-6) s'écrit

$$L(x)=E\{\exp\frac{1}{N_o}\sum_i^N [\mathrm{Re}(\alpha_i e^{i\psi} f(t_i)) - \frac{E}{4}|\alpha_i|^2]\}. \qquad (4\text{-}11)$$

L'espérance mathématique doit être prise sur le nombre N de points dans l'intervalle [OT], sur les α_i, sur les instants t_i et sur ψ. Mais il est bien connu que pour un processus de Poisson stationnaire les instants t_i sont conditionnellement à N indépendants et uniformément répartis sur [OT]. De plus les v.a. α_i sont par hypothèse indépendantes. Commençons donc par prendre la moyenne sur α en introduisant la fonction du nombre complexe w

$$\Phi[w,E,N_o] = E_\alpha\{\exp\frac{1}{N_o}[\mathrm{Re}(\alpha w) - \frac{E}{4}|\alpha|^2]\} \qquad (4\text{-}12)$$

qui ne dépend que de la loi de probabilité des coefficients de réflexion α. Posant alors

$$\alpha = r e^{i\theta} \quad ; \quad w = m e^{i\mu} \qquad (4\text{-}13)$$

on obtient

$$\Phi[m,\mu;E,N_o]=\iint \exp\frac{1}{N_o}[m r\cos(\theta+\mu) - \frac{Er^2}{4}]p(r,\theta)\,dr\,d\theta \cdot \qquad (4\text{-}14)$$

On admet très souvent que les coefficients de réflexion α ont une phase équipartie et indépendante de l'amplitude, de sorte que

$$p(r,\theta) = \frac{1}{2\pi}p(r). \qquad (4\text{-}15)$$

L'intégration en θ fait alors disparaître le terme μ et on a alors

$$\Phi[w,E,N_o] = \Phi[m,E,N_o] \triangleq \int_0^\infty I_0(\frac{mr}{N_o})\, e^{-\frac{Er^2}{4N_o}}\, p(r)\,dr . \qquad (4\text{-}16)$$

Reprenant alors (4-11), on obtient

$$L(x) = E_{N,\{t_i\}}\{\prod_{i=1}^N \Phi(|f(t_i)|,E,N_o)\} \qquad (4\text{-}17)$$

Les t_i étant uniformément répartis et indépendants, ceci donne immédiatement

$$E_{\{t_i\}}\{\prod_{i=1}^N \Phi(\ldots)\} = [\frac{1}{T}\int_0^T \Phi(|f(\theta)|,E,N_o)\,d\theta]^N = Q^N \qquad (4\text{-}18)$$

et

$$L(x) = E_N\{Q^N\} = e^{-m}[e^{mQ} - 1] \qquad (4\text{-}19)$$

qui est une fonction monotone de Q. Finalement la fonction test devant être comparée à un seuil est

$$T(x) = \int_0^T \Phi[|f(\theta)|;E,N_o]\,d\theta \qquad (4\text{-}20)$$

$$f(\theta) = \int z(t-\theta)\,dx(t) \qquad (4\text{-}21)$$

où Φ est défini par (4-16). Le même calcul effectué en bande de base où seules des quantités réelles sont utilisées donne le résultat

$$T(x) = \int_0^T \psi[c(\theta);E,N_o]\,d\theta , \qquad (4\text{-}22)$$

où $c(t)$ est donné par (3-5) et

$$\Psi[c;E,N_o] = \int_{-\infty}^{+\infty}\exp\frac{1}{N_o}[\alpha c - \frac{1}{2}\alpha^2 E]p(\alpha)\,d\alpha . \qquad (4\text{-}23)$$

Dans cette expression $p(\alpha)$ est la densité de probabilité du coefficient de réflexion supposé réel.
Après tous ces calculs il est maintenant intéressant de comparer les structures des récepteurs ainsi obtenus et de ceux obtenus en faisant l'approximation du rapport signal sur bruit faible. Dans ce dernier cas on a vu qu'il suffisait d'intégrer dans le temps les carrés des sorties des filtres adaptés $[c^2(\theta)$ ou $|f(\theta)|^2]$. Ici on voit qu'il faut intégrer dans le temps un signal déduit de $c(\theta)$ ou de $|f(\theta)|$ par une opération non linéaire mais instantanée définie par les fonctions Φ ou ψ. On peut d'ailleurs voir très simplement qu'un développement limité de ces fonctions donne simplement une quadration, de sorte qu'on retrouve l'approximation des signaux faibles.

L'opération non linéaire à réaliser dépend des lois de probabilité de la réflexion aléatoire. Nous donnons ici pour terminer quelques exemples de loi où les fonctions Φ ou ψ peuvent être calculées.

4.1- Signaux en bande de base.

Supposons par exemple que les coefficients α soient Gaussiens de moyenne m et de variance σ^2. On a alors

$$\Psi(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\int_{-\infty}^{+\infty}\exp -\frac{1}{2}[\frac{\alpha^2 E}{N_o} - \frac{2\alpha c}{N_o} + \frac{(\alpha-m)^2}{\sigma^2}]\,d\alpha \qquad (4\text{-}24)$$

et après un calcul relativement simple on trouve

$$\Psi(c,E,N_o) = \frac{N_o^{1/2}}{(N_o+E\sigma^2)^{1/2}}\exp\frac{1}{2}[\frac{c^2\sigma^2 + mN_o(2c-mE)}{N_o(N_o+E\sigma^2)}] \qquad (4\text{-}25)$$

On voit immédiatement que le développement limité de cette exponentielle nous donne des termes en c et c^2, ce qui permet de retrouver les résultats de la section 3. Mais l'expression explicite de ψ nous permet d'obtenir d'autres résultats. Tout d'abord si la variance est nulle, c'est-à-dire si les coefficients ne sont plus aléatoires mais égaux à m, on trouve

$$\Psi(c;E,N_o) = \exp - \frac{m^2 E}{2N_o} \exp \frac{m}{N_o} c = a \exp(bc) \quad (4\text{-}26)$$

On aurait bien entendu pu trouver ce résultat directement sur (4-23), et la non linéarité qui précède l'intégration temporelle se réduit donc ici à une exponentielle.

Si au contraire les α sont Gaussiens centrés, on obtient

$$\Psi(c;E,N_o) = \frac{N_o^{1/2}}{(N_o+E\sigma^2)^{1/2}} \exp \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma^2}{N_o(N_o+E\sigma^2)} c^2 \right] \quad (4\text{-}27)$$

ce qui prouve alors qu'il n'y a pas de terme linéaire en c. Ainsi le récepteur optimal doit calculer une expression similaire à (3-10) où $c^2(\theta)$ est remplacé par son exponentielle.

4.2- Signaux à bande étroite.

Supposons comme ci-dessus que p(r) soit une gaussienne centrée de variance σ^2, mais limitée aux r positifs. La fonction Φ définie par (4-16) devient alors

$$\Phi(m,E,N_o) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma} \int_o^\infty I_o\left(\frac{mr}{N_o}\right) \exp - \frac{r^2}{2} \left(\frac{2N_o+\sigma^2 E}{2N_o\sigma^2}\right) dr \quad (4\text{-}28)$$

Par un calcul du même type que précédemment on obtient alors

$$\Phi(m) = a' \exp(b' m^2) \quad (4\text{-}29)$$

qui est donc tout à fait analogue à (4-27). On retrouve donc le même type de conclusion : pour calculer le récepteur optimal il faut remplacer dans (3-20) $|f(\theta)|^2$ par son exponentielle.

5. CONCLUSIONS.

La prise en compte des phénomènes de réflexion aléatoires conduit à des récepteurs optimaux comportant comme dans le cas déterministe un filtrage adapté. Mais cette sortie, au lieu d'être observée directement, doit subir une opération non linéaire, qui à la limite de réception se réduit à une quadration, puis une intégration sur la durée du phénomène de réflexion. La structure de l'opération non linéaire dépend essentiellement des propriétés de la réflexion aléatoire.

REFERENCES

[1] B. PICINBONO, Eléments de théorie du signal, Dunod, 1980, p. 75.

[2] C.W. HELSTROM, Statistical theory of Signal Detection, Pergamon, 1968, p. 174.

[3] G. TZIRITAS, Communication dans un canal aléatoire dispersif, Thèse de Docteur Ingénieur, 1982, Grenoble, Cephag.

[4] E. WONG, Stochastic processes in Information and dynamical systems, Mc. Graw Hill, 1971, p. 230.

[5] D. MIDDLETON, Statistical communication theory, Mc. Graw Hill, 1960, p. 818.

[6] J.H. MILLER and J.B. THOMAS, Detection for discrete-time signals in non Gaussian noise, IEEE Trans. Inf. Th. IT 18, p. 241-250, 1972.

† Bell Laboratories, Murray Hill, N.J. 07974, Etats-Unis.