

NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



105

NICE du 16 au 20 MAI 1983

METHODE DE DETECTION DE NON STATIONNARITES PAR ANALYSE DES PROPRIETES
DE FRANCHISSEMENT D'UN SEUIL PAR L'ERREUR DE PREDICTION LINEAIRE

F. CASTANIE - P. SOULE

G.A.P.S.E. (Groupe d'Analyse des Processus Stochastiques en Electronique)
INP-ENSEEIH, 2, rue Ch. Camichel, 31071 TOULOUSE Cedex

RESUME

Une méthode de segmentation des signaux de télémétrie spatiale, basée sur l'analyse des propriétés de franchissement d'un seuil par l'erreur de prédiction linéaire, a été théoriquement évaluée et expérimentée. Pour cette classe de signaux qui contiennent des intervalles localement stationnaires assez longs, une stratégie de détection a été étudiée permettant une importante réduction du taux de fausses-alarms sans augmenter la probabilité de non détection. La procédure de détection des non stationnarités est simplement basée, dans les cas observés, sur l'analyse du temps de séjour au dessus d'un seuil de l'erreur de prédiction linéaire.

Des exemples d'application à des signaux obtenus par simulation numérique et à des signaux réels de télémétrie spatiale permettent de conclure sur l'utilisation de la méthode

Mots clés : Erreur Prediction linéaire, Non Stationnarité, Segmentation.

SUMMARY

A segmentation of spatial telemetry signals has been studied based on a level crossing analysis of Linear Prediction Error. For such signals which may exhibit long stationarity intervals, a decision strategy has been studied in order to reduce false alarm rate without noticeably reducing the detection probability. It has been shown that in all observed cases, the detection procedure can be simply based on the analysis of the time spent by the LPE over a detection level.

Application examples to simulated signals and actual spatial telemetry signals are shown in order to reach a practical conclusion on the use of this procedure.

Key words : Linear Prediction Error, Non Stationarity, Segmentation.



METHODE DE DETECTION DE NON STATIONNARITES PAR ANALYSE DES PROPRIETES
DE FRANCHISSEMENT D'UN SEUIL PAR L'ERREUR DE PREDICTION LINEAIRE

1 - INTRODUCTION

La modélisation des signaux de télémétrie spatiale dans le but de traitement (analyse spectrale, détection de non-stationnarité ...) où de compression de données nécessite l'emploi de méthodes performantes de segmentation du signal. En effet, cette classe de signaux se caractérise par des intervalles localement stationnaires assez longs et le phénomène de "fausses alarmes" dans la détection des changements de stationnarité devient dès lors perceptible. Plusieurs méthodes paramétriques et non-paramétriques ont été testées [10]. Celle donnant les résultats les plus satisfaisants est basée sur les propriétés de franchissement d'un seuil par l'erreur de prédiction linéaire (écart entre l'échantillon réel et celui estimé par le modèle supposé du signal).

Il semble en effet intuitivement évident que si le modèle du signal change, son estimation sera effectuée à l'aide de paramètres qui ne correspondent plus au modèle générateur ; l'observation du processus "erreur de prédiction" e_n devrait donc permettre de tester l'hypothèse de stationnarité. L'une des manières classiques consiste simplement à comparer $\{e_n\}$ à un seuil. Dans l'hypothèse gaussienne, le seuil relatif à l'écart-type est biunivoquement lié à la probabilité de fausse-alarme. Il s'agit donc de réduire celle-ci sans pour cela diminuer la probabilité de détection d'une non-stationnarité (sensibilité).

Le but de cette communication est de proposer une méthode de discrimination des dépassements du seuil par leur durée. En effet, dans un processus stationnaire la structure du temps de séjour au-dessus d'un seuil peut être connue par les propriétés dites de "level-crossing". L'étude de ces propriétés dans le cas non-stationnaire permet d'élaborer une stratégie de détection améliorant le compromis taux de fausses alarmes/sensibilité (*).

2- CAS NON-STATIONNAIRE :

Considérons le modèle AR d'un signal échantillonné

$$s(n) = \sum_{k=1}^p a_k y(n-k) + u(n)$$

$$s(n) = y(n) + m(n)$$

où $u(n)$ est un bruit blanc discret centré de variance σ_u^2 et $m(n)$ un terme déterministe introduit dans le cas d'un changement brusque de la valeur moyenne de processus $s(n)$ (cf. § 4).

L'erreur de prédiction est obtenue par filtrage du processus $s(n)$ par le filtre inverse (tous zéros) dont les paramètres sont estimés par une méthode appropriée (Yule-Walker, "Least square estimates", maximum entropie etc...)

Le calcul des propriétés statistiques de l'erreur nécessite la connaissance de sa matrice de covariance. Soit la formulation d'état suivante :

$$\bar{x}(k+1) = \Phi(k+1, k) \bar{x}(k) + \Gamma(k) \bar{u}(k) \quad (1)$$

$$s(k) = x_1(k)$$

avec : $\bar{x}(k+1)$ = vecteur d'état

$$= [x_1(k+1), x_2(k+1), \dots, x_p(k+1)]^T$$

$\bar{u}(k)$ = vecteur excitation du système

où la matrice de transition $\Phi(k+1, k)$ peut être exprimée en termes de paramètres AR $\{a_k\}$ de pôles $\{z_k\}$ ou d'une autre manière.

On obtient l'expression suivante pour la covariance (dans le cas où $u(k)$ est un bruit blanc discret) [1] :

$$V_x(j+1) = \Phi(j+1, j) V_x(j) \Phi^T(j+1, j) + \Gamma(j) V_u(j) \Gamma^T(j)$$

$$\text{et } V_x(j, k) = \begin{cases} \Phi(k, j) V_x(j) & \text{si } k \gg j \\ V_x(k) \Phi^T(j, k) & \text{si } k \ll j \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{avec } V_x(j) \triangleq V_x(j, j) \triangleq \text{cov}\{\bar{x}(j), \bar{x}(j)\}$$

Soit maintenant l'équation du filtre inverse qui permet d'obtenir l'erreur de prédiction linéaire :

$$e(k+1) = \bar{\Psi}^T(k+1) \bar{x}(k+1)$$

avec $\bar{\Psi}^T(k+1)$ = vecteur décrivant le filtre inverse en termes de paramètres AR.

La matrice de covariance non stationnaire de l'erreur de prédiction s'écrit :

$$V_e(j) = \begin{bmatrix} \bar{\Psi}^T(j) V_x(j, j) \bar{\Psi}(j) & \dots & \bar{\Psi}^T(j) V_x(j, j-p) \bar{\Psi}(j-p) \\ \bar{\Psi}^T(j-1) V_x(j-1, j) \bar{\Psi}(j) & & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ \bar{\Psi}^T(j-p) V_x(j-p, j) \bar{\Psi}(j) & \dots & \bar{\Psi}^T(j-p) V_x(j-p, j-p) \bar{\Psi}(j-p) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\text{avec } V_x(j, j-p) = \Phi(j, j-1) \Phi(j-1, j-2) \dots \Phi(j-p, j-p) V_x(j-p, j-p)$$

$$\text{et } V_x(j-p, j) = V_x(j-p, j-p) \underbrace{\Phi^T(j-p, j-p+1) \dots \Phi^T(j-2, j-1) \Phi^T(j-1, j)}_{p \text{ facteurs}}$$

Si le processus d'entrée $u(n)$ est un bruit blanc discret gaussien centré, l'erreur de prédiction suit aussi une loi gaussienne. Sa densité de probabilité est une loi normale multidimensionnelle d'ordre p

$$\text{qui s'écrit : } p_e(w) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^p \det V_e}} \exp\left[-\frac{1}{2} (w-\mu)^T V_e^{-1} (w-\mu)\right] \quad (4)$$

avec $(w-\mu)$ = vecteur de composantes :

$$[w_1 - \mu_1, w_2 - \mu_2, \dots, w_p - \mu_p]^T$$

$\bar{\mu}$ = vecteur moyenne de l'erreur de prédiction (cf § 4)

L'intégration de $p_e(u)$ sur le domaine convenable de \mathbb{R}^p permet d'obtenir les probabilités de dépassement à chaque instant.

3 - CAS STATIONNAIRE :

Dans le cas où la matrice de transition Φ et la matrice Γ ne dépendent plus de l'instant k considéré, la matrice de covariance $V_x(j, k)$ est stationnaire (i.e ne dépend plus que de l'intervalle $j-k$)

La covariance stationnaire du processus devient :

$$R_x(k) = \sum_{j=0}^{\infty} \Phi(k+j) \Gamma V_u(j) \Gamma^T \Phi^T(j)$$

$$\text{avec } \Phi(k) = \Phi^k$$

On obtient la matrice de covariance stationnaire de l'erreur de prédiction linéaire R_e telle que :

$$R_e = \begin{bmatrix} \bar{\Psi}^T R_x(0) \bar{\Psi} & \bar{\Psi}^T R_x(1) \bar{\Psi} & \dots & \bar{\Psi}^T R_x(p) \bar{\Psi} \\ \bar{\Psi}^T R_x(1) \bar{\Psi} & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \bar{\Psi}^T R_x(p) \bar{\Psi} & \dots & \dots & \bar{\Psi}^T R_x(0) \bar{\Psi} \end{bmatrix}$$

METHODE DE DETECTION DE NON STATIONNARITES PAR ANALYSE DES PROPRIETES DE FRANCHISSEMENT D'UN SEUIL PAR L'ERREUR DE PREDICTION LINEAIRE

La distribution de l'erreur de prédiction suit une loi normale multidimensionnelle (lorsque l'excitation $u(k)$ est gaussienne) décrite par l'équation (4)

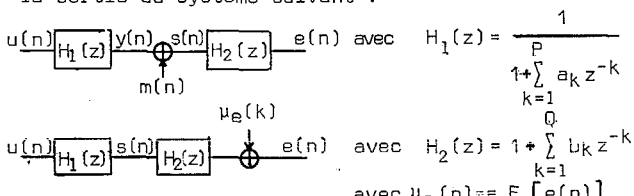
Lorsque les coefficients du filtre inverse sont égaux à ceux du filtre générateur du processus, l'erreur de prédiction est "blanche" (variables indépendantes) et l'on a :

$$p_e(w) = \prod_{k=1}^p \frac{1}{\sqrt{\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{(w_k - a_k)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

$$R_e = I \text{ (matrice identité)}$$

4 - CAS PARTICULIER D'UN SAUT DE VALEUR MOYENNE :

L'erreur de prédiction peut être considérée comme la sortie du système suivant :



Soit la formulation d'état du processus de sortie du filtre inverse $H_2(z)$ (i.e l'erreur de prédiction):

$$\bar{x}(k+1) = \Phi(k+1, k) \bar{x}(k) + \Gamma(k) \bar{m}(k) \quad (5)$$

$$e(k) = x_1(k) \quad \bar{m}(k) = [m(k), m(k-1), \dots, m(k-Q)]^T$$

avec $\Phi(k+1, k)$ = matrice de transition du filtre inverse

lorsque les matrices Φ et Γ sont stationnaires (cas d'un saut de valeur moyenne) on a :

$$\bar{\mu}(j+1) = \Phi \bar{\mu}(j) + \Gamma \bar{m}(j) \quad \text{avec } \Phi(i) = \Phi^i$$

$$\bar{\mu}(j) = \sum_{i=0}^{j-1} \Phi(i) \Gamma \bar{m}(i) \quad \text{et } \bar{\mu}(k) = [\mu_1(k), \mu_2(k), \dots, \mu_Q(k)]^T$$

$$\mu_e(k) = \mu_1(k) = E[x_1(k)]$$

Si de plus le processus $m(n)$ est stationnaire alors les relations (6) deviennent :

$$\bar{\mu} = (I - \Phi)^{-1} \Gamma \bar{\mu}_m \quad \mu_e = \mu_1$$

$$\bar{\mu} = \sum_{i=0}^{j-1} \Phi(i) \Gamma \bar{\mu}_m \quad \text{avec } \bar{\mu}(j) = \bar{\mu} \quad \text{et } \bar{m}(j) = \bar{\mu}_m$$

$\bar{\mu}(i) = 0 \quad i > Q+1$ $Q = \text{Ordre du filtre inverse } H_2(z)$

$\mu_e(k)$ est identifiée avec la réponse indicelle du filtre inverse.

Dans le cas d'une non-stationnarité de la valeur moyenne la distribution de l'erreur de prédiction suit une loi normale multidimensionnelle non centrée, avec pour paramètre de non centralité la moyenne $\mu_e(j)$ à l'instant j considéré et pour matrice de covariance $V_e(j)$.

5 - APPLICATION A LA DETECTION DES NON-STATIONNARITES

L'optimisation de la détection des non-stationnarités nécessite de caractériser certaines séquences type de dépassement pour différentes classes de non stationnarités. On définit la variable binaire $I(k)$ de la manière suivante : $I(k)=1$ si $e(k) > d$ et $I(k)=0$ sinon ($k=1, \dots, L$)

Considérons le processus de dépassement suivant :

$$D_w(n) = [I(n), \dots, I(n+w-1)]$$

Il faut trouver le "mot de dépassement" $D_w(n)$ qui caractérise le type de non-stationnarité rencontré de la façon la plus précise possible.

Dans le cas stationnaire, la probabilité de fausse alarme (PFA) s'écrit :

$$P[D_w(n)=k] = p(d)^{w_H} (1-p(d))^{w-w_H} \quad k \in [0, 2^w - 1]$$

où w_H est le "poids de Hamming" (i.e le nombre de 1) de la représentation binaire de k et $p(d)$ est défini par :

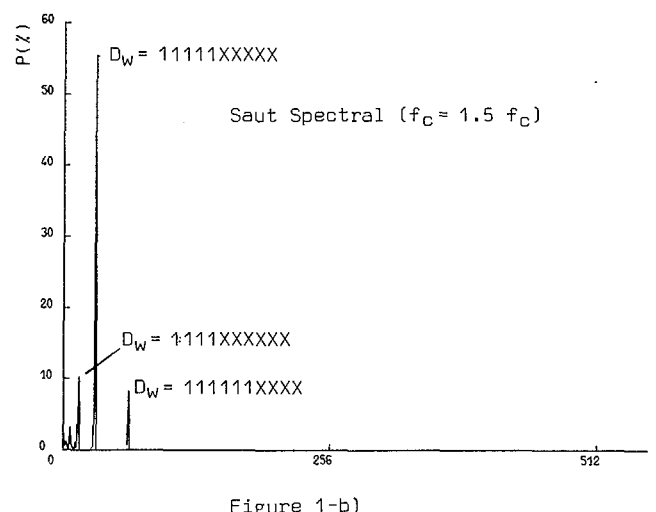
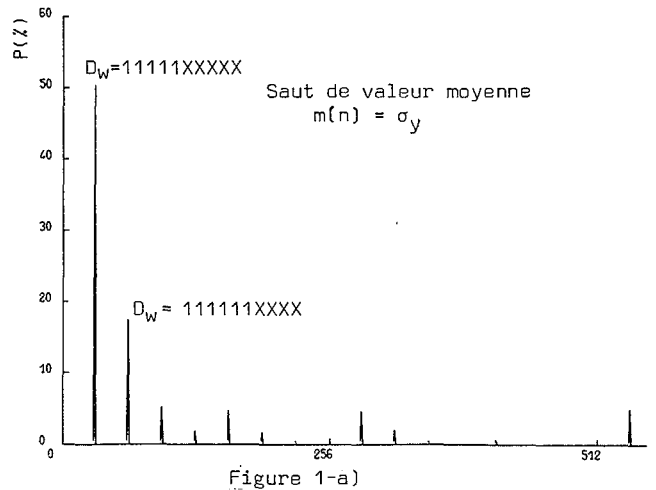
$$P[e(n) > d] = p(d)$$

Quand une non-stationnarité survient dans le modèle générateur, les probabilités de dépassement sont alors calculées par intégration de la densité gaussienne de dimension w . Il est donc possible d'évaluer la probabilité de non-détection P_{ND} qui permet une optimisation de la détection par rapport à un critère donné par exemple :

$$C = \lambda P_{FA} + \alpha P_{ND} \quad (\lambda + \alpha = 1) \quad (7)$$

6- SIMULATIONS ET CHOIX D'UNE STRATEGIE DE DETECTION

Les histogrammes des mots D_w ont été calculés pour plusieurs types de non stationnarités simulées. La figure 1 montre par exemple les histogrammes obtenus dans le cas d'un saut de valeur moyenne a) et saut spectral (variation de fréq. de coupure f_c) y(n) b)





METHODE DE DETECTION DE NON STATIONNARITES PAR ANALYSE DES PROPRIETES DE FRANCHISSEMENT D'UN SEUIL PAR L'ERREUR DE PREDICTION LINEAIRE

Dans tous les cas étudiés une valeur particulière du mot D_w apparaît de façon plus fréquente que les autres: celle comportant plusieurs "1" consécutifs.

Ces simulations nous permettent d'énoncer une stratégie de décision simple :

Si un dépassement du seuil dure au moins L échantillons consécutifs, il y a présence d'une non stationnarité. Il ne faut pas tenir compte des franchissements du seuil dans les autres cas.

Il est alors possible d'évaluer P_{FA} et P_{ND} en fonction du seuil d et de la longueur de décision L . Dans ce cas :

$$P_{FA} = (1 - p(d)) p(d)^L ; P_{ND}(d, L)$$

pouvant être calculé par (3) ou estimé par simulation.

La figure 2 illustre les résultats obtenus pour un saut de moyenne a) et un saut spectral b)

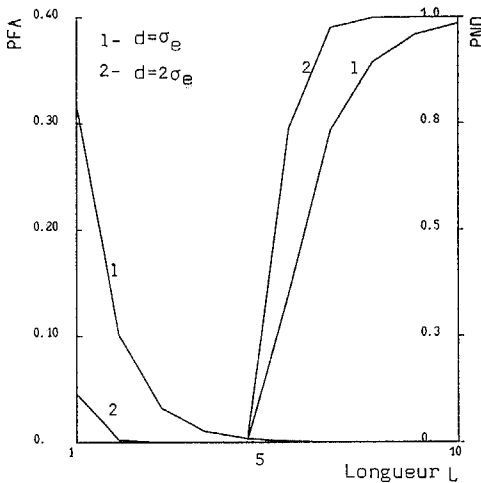


Figure 2-a) : Saut de valeur moyenne $m(n) = \sigma_y$

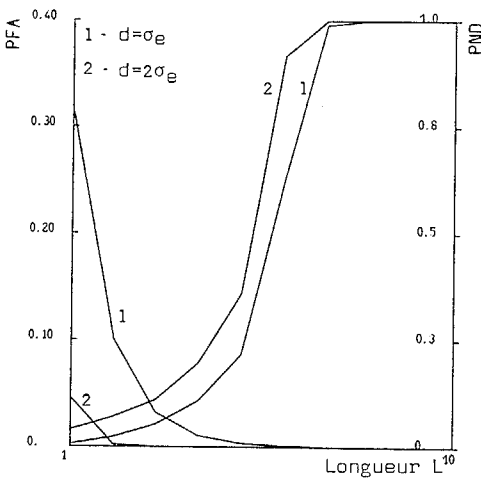


Figure 2-b) : Saut Spectral ($f_c = 1.5 f_c$)

Un optimum existe pour chaque seuil d mais est d'un faible intérêt pratique car P_{ND} reste assez constant pour $1 \leq L \leq 4$ et P_{FA} décroît très rapidement.

Les résultats expérimentaux obtenus permettent de faire la remarque suivante : les détections des sauts de stationnarité s'effectuent en général dans la zone non stationnaire de l'erreur de prédiction. Il n'est donc pas possible de bâtir le test proposé lorsque le

transitoire est terminé. En effet, dans le cas d'un changement des paramètres AR du modèle si n est grand on se trouve dans le cas où :

$$E(z) = \frac{A(z)}{A'(z)}$$

avec $A(z)$ = transmittance du filtre inverse avant le saut.

$1/A'(z)$ = transmittance du filtre générateur après le saut de stationnarité.

$e(n)$ est alors un bruit gaussien non blanc. A titre d'exemple la figure 3 montre les P_{FA} et P_{ND} dans la zone stationnaire après le transitoire pour un saut spectral (variation de la fréquence de coupure f_c)

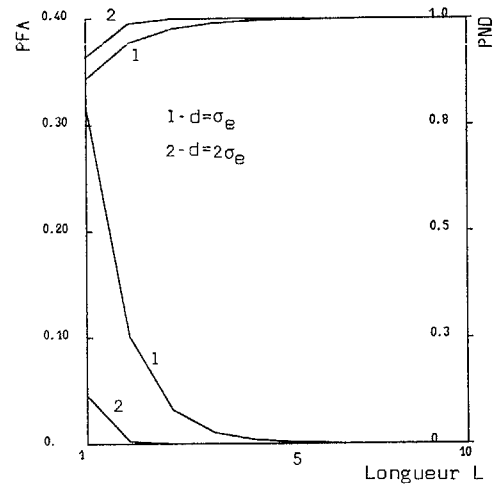


Figure 3 : Cas stationnaire

Le test ne peut donc être utilisé que dans la zone non stationnaire de l'erreur pour le saut sur les paramètres.

Pour un saut de la valeur moyenne $\Delta\mu$, la distribution est une loi gaussienne décentrée. La moyenne "stationnaire" est la valeur finale de la réponse indicielle du filtre inverse $\Delta\mu.A(1)$ (cf. 4).

Les expérimentations effectuées ont montré que la probabilité de détection était en général beaucoup plus importante dans la zone non stationnaire.

Dans le cas d'un saut de variance du signal, il est évident que la probabilité de détection est identique dans la zone stationnaire et dans le transitoire.

7 - APPLICATION AUX SIGNAUX DE TELEMETRIE

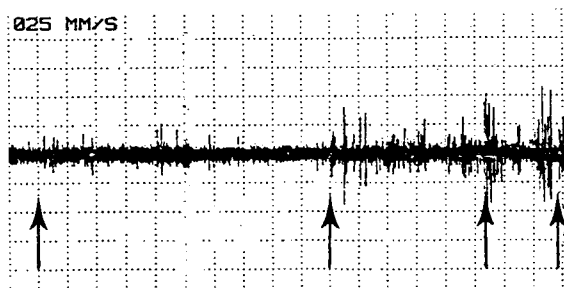
L'utilisation du test décrit ci-dessus pour les signaux de télémétries spatiales [11] avec $L = 4$ et $d = 2\sigma_e$ a permis une réduction importante des fausses alarmes, sans altérer pratiquement la sensibilité de la détection.

Ce dernier point a été vérifié en recalculant systématiquement le modèle AR à chaque détection par la méthode conventionnelle ($L = 1$) et en vérifiant que ce calcul donne des paramètres AR dont l'écart n'est pas significatif, sauf pour un temps de séjour au-dessus du seuil supérieur à 4 échantillons.

La figure 4 montre un exemple de segmentation d'un signal de télémétrie (capteur de champ magnétique terrestre). Les paramètres AR ont été estimés sur 256 échantillons et l'ordre du modèle variait entre 5 et 6.

La figure 5 montre la fonction de corrélation réelle obtenue sur l'erreur de prédiction du signal ci-dessus : nonobstant le faible nombre d'échantillons utilisés la "blancheur" de l'erreur de prédiction dans le cas stationnaire est satisfaisante.

METHODE DE DETECTION DE NON STATIONNARITES PAR ANALYSE DES PROPRIETES
DE FRANCHISSEMENT D'UN SEUIL PAR L'ERREUR DE PREDICTION LINEAIRE



Exemple de segmentation d'un signal réel en intervalles stationnaires.

Figure 4

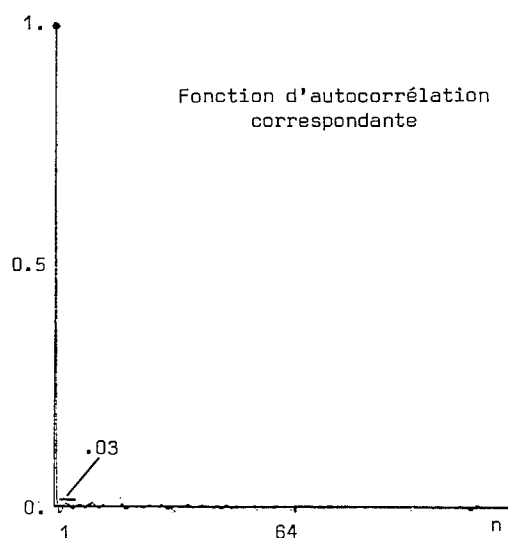


Figure 5

BIBLIOGRAPHIE

- [1] SAGE - MELSA : "Estimation theory with application to communications and control" Mc Graw Hill 1971
- [2] F.I. ITAKURA : "Minimum prediction residual principle applied to speech recognition" IEEE Trans. ASSP, vol. ASSP-23, pp. 67-72 Feb. 1975
- [3] J. MAKHOUL : "Linear prediction : a tutorial review" Proc. IEEE vol. 63, n°4, Apr. 1975
- [4] A.H. GRAY JR - J.D. MARKEL : "Distance measure for speech processing" IEEE Trans. ASSP, vol. ASSP-24 n°5, oct. 1976
- [5] P.V. de SOUZA : "Statistical tests and distance measure for LPC coefficients" IEEE Trans. ASSP, vol. ASSP-25, n°6, Dec. 1977
- [6] J.M. TRIBOLET - L.R. RABINER - M.M. SONDDHI : "Statistical properties of an LPC distance measure" IEEE Trans. ASSP, vol. ASSP-27, n°5 - Oct. 1979
- [7] M. BASSEVILLE : "Edge detection using sequential methods for change in level - Sequential detection of change in mean" IEEE Trans. ASSP, vol. ASSP-29 n°1, Feb. 1981
- [8] C. DONCARLI - Y. BIZAIS : "Un algorithme de détection - estimation pour le traitement de signaux constants par morceaux perturbés par un bruit coloré non stationnaire" Congrès AFCET - Nantes - 27-29 oct. 1981
- [9] M. BASSEVILLE - A. BENVENISTE / "Detection séquentielle de changements brusques des caractéristiques spectrales d'un signal numérique" IRISA Rennes - Publication interne n°161 - Mars 1982
- [10] F. CASTANIE - P. SOULE : "Étude de faisabilité SCANSA II" Rapport de contrat n°81/CNES/0534 Dec 83
- [11] P. SOULE : "Applications des méthodes paramétriques à la modélisation et à la segmentation des signaux de télémétrie spatiale" Thèse à soutenir Mai 1983

8 - CONCLUSION

Le problème du choix d'un mot de dépassement D_w permettant de définir une stratégie de détection optimale pour un critère donné (par exemple Eq. 7) est un problème ouvert ; cependant notre expérience nous laisse supposer l'existence d'une stratégie optimale pour chaque type de non stationnarité.

La stratégie non optimale proposée ici est seulement basée sur le temps passé au-dessus d'un seuil par l'erreur de prédiction linéaire. Elle s'est montrée toutefois assez satisfaisante en annulant pratiquement le taux de fausses alarmes sans diminuer la sensibilité de détection.

(*) Ce travail a été réalisé pour le Centre de Traitement des Télémétries du Centre National d'Etudes Spatiales de Toulouse (Contrat 81/CNES/0534).

