

NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



461

NICE du 16 au 20 MAI 1983

INFLUENCE D'UN BRUIT CONTROLE SUR LES ALGORITHMES D'ANNULATION D'ECHO

M. BONNET

O. MACCHI

Laboratoire des Signaux et Systèmes et Institut de
Programmation, Université Pierre et Marie Curie
4, place Jussieu, 75230 Paris Cedex 05

Laboratoire des Signaux et Systèmes
C.N.R.S. - E.S.E.
Plateau du Moulon, 91190 Gif/s/Yvette

RESUME

Dans l'annulation numérique adaptative d'écho, l'algorithme du signe de l'erreur est très attrayant par sa simplicité de mise en oeuvre. Cependant, il présente un inconvénient majeur : l'arrêt de la convergence du résidu d'écho dès que ce dernier atteint une puissance inférieure à celle du signal utile, ce qui arrive lorsque l'algorithme commence à bien fonctionner.

C'est par exemple le cas d'un signal utile ayant une distribution de probabilité nulle à l'origine, comme pour des données binaires. Or ceci correspond à l'exploitation usuelle du système.

Pour mettre fin à cet inconvénient, certains auteurs ont proposé l'introduction d'un bruit auxiliaire contrôlé dans l'algorithme, mais sans fournir une explication quantitative pour l'amélioration apportée. Le présent article donne l'analyse explicative de ce phénomène et effectue une comparaison de l'algorithme du signe comportant le bruit contrôlé avec l'algorithme classique du gradient. Nous analysons quantitativement comment l'algorithme du signe peut réaliser alors des performances comparables et parfois supérieures à celles de l'algorithme classique du gradient.

L'introduction d'une phase d'apprentissage et d'un pas d'incrément variable, décroissant, atténue un autre inconvénient de l'algorithme du signe qui est sa faible vitesse de convergence.

SUMMARY

In digital adaptive echo cancellation, the algorithm employing the error sign is very attractive due to its reduced implementation complexity. However it has the major drawback that the residual echo convergence is ended once its level decreases below the power of the useful signal, a fact that characterizes the beginning of satisfactory performances for the algorithm.

For instance, this happens when the useful signal has null probability around zero, as is the case for binary data which is most usual in echo cancellation.

In order to eliminate this drawback, some authors have proposed to introduce an auxiliary controlled noise in the algorithm, but without a satisfactory quantitative explanation for the resulting improvement. In the present paper a comprehensive analysis together with an accurate evaluation of this phenomenon are given and the sign-algorithm including controlled noise is compared with the classical gradient algorithm. It is shown that, by this way, the algorithm performances reach the same standards as those of the classical gradient algorithm.

By considering a preliminary learning period together with a time-decreasing step-size, the other drawback of the sign algorithm, its poorer speed of adaptation, is substantially reduced as well.



I.- INTRODUCTION - NOTATIONS.

En communications, le phénomène d'écho apparaît dans une liaison de données exploitée en mode bidirectionnel simultané. Le récepteur reçoit un écho du signal émis par son propre émetteur qui vient perturber la réception du signal lointain utile. Cet écho doit donc être réduit jusqu'à un niveau acceptable. Ceci peut être réalisé par la technique d'annulation d'écho utilisant un filtrage adaptatif qui reconstitue l'écho [1]-[4]. L'écart entre l'écho ainsi reconstitué et le signal reçu est utilisé pour piloter l'algorithme d'adaptation du filtre. L'algorithme du signe, appelé (S) dans la suite, ne considérant que le signe de l'écart précédent est très simple à mettre en oeuvre. Cependant pour que cet algorithme soit efficace, il est nécessaire que le signe de l'écart soit égal au signe de l'écho résiduel (différence entre l'écho et l'écho reconstitué). Cet écho résiduel, bien défini en théorie n'est pas disponible en pratique. On ne dispose que de l'écart, défini précédemment, qui est la somme de l'écho résiduel, des données lointaines et de bruit de ligne. De la sorte, dès que le système commence à bien fonctionner, le niveau du résidu d'écho devient inférieur au niveau des données lointaines ; la condition d'égalité des signes de l'écart et de l'écho résiduel n'est donc plus satisfaite et la convergence du résidu d'écho s'arrête, comme il a été déjà mentionné par les auteurs [5],[6].

Notre étude met en évidence comment l'introduction d'un bruit forcé dans l'algorithme (S) supprime cet inconvénient et rend l'algorithme tout à fait comparable à l'algorithme classique du gradient, dénommé (E) dans la suite.

Pour comparer les performances des deux algorithmes, nous évaluons les résidus d'écho en envisageant différentes distributions de probabilité pour les données lointaines et pour le résidu lui-même. Ensuite, pour les deux algorithmes, nous comparons les longueurs de la représentation binaire des coefficients de l'annuleur. Pour pallier à un autre inconvénient de l'algorithme (S) qui est sa faible vitesse de convergence due à la nécessité d'un pas d'incrémentement très faible, nous utilisons un pas d'incrémentement décroissant par étapes et distinguons la phase d'apprentissage (phase (A)), sans émission de données lointaines, de la phase permanente (phase (P)), avec fonctionnement simultané des deux émetteurs.

Les résultats théoriques et les simulations montrent qu'avec un bruit forcé de niveau voisin de la puissance du signal utile, et avec une représentation binaire des coefficients de longueur voisine de celle de (E), la qualité d'annulation d'écho de (S) est voisine de celle de (E), et la complexité est alors bien meilleure puisqu'on n'effectue pas la multiplication par l'amplitude de l'écart.

La configuration générale de l'annuleur d'écho est schématisée par la figure 1. Nos notations permettent la représentation de données complexes comme c'est le cas dans la modulation de deux porteuses en quadrature ou dans la modulation de phase.

Sur cette figure, le filtre d'écho est représenté par un vecteur \vec{C} , et le signal d'écho σ_k' correspond au passage des données proches α_k , de puissance A, dans ce filtre. Les données éloignées d_k , de puissance B, additionnées du bruit de ligne n_k , de puissance S, et du signal d'écho σ_k' forment le signal reçu y_k . On suppose que le filtre d'écho a une réponse de durée finie qui correspond à la longueur N du vecteur \vec{C} . Le vecteur \vec{C}_k , de même longueur, représente le filtre numérique adaptatif destiné à reconstituer le signal d'écho σ_k' . L'écho ainsi reconstitué σ_k est soustrait

du signal observé y_k pour donner l'écart e_k qui sert à piloter l'algorithme d'adaptation. Il est aussi traité par le récepteur pour restituer les données éloignées. Appelant \vec{V}_k la différence entre le filtre estimé \vec{C}_k et le filtre d'écho \vec{C} , l'algorithme du signe s'écrit :

$$(S) \quad \vec{V}_{k+1} = \vec{V}_k + \mu \alpha_k^* \text{signe}(e_k),$$

où α_k^* désigne le complexe conjugué de α_k et où μ est réel positif ; c est le pas d'incrémentement. Le signe est un vecteur unitaire, correspondant aux signes des composantes. Les conditions de convergence des algorithmes (E) et (S) se trouvent notamment dans [7]. Le signal à la sortie du soustracteur s'écrit sous la forme :

$$(1) \quad e_k = er_k + d_k + n_k$$

où er_k est l'écho résiduel, différence entre l'écho et l'écho reconstitué ; nous appellerons R la puissance de ce résidu. Dans la suite, n_k représentera soit le bruit de ligne pour l'algorithme (E), soit le bruit forcé ou la somme du bruit forcé et du bruit de ligne pour l'algorithme (S). *Le bruit sera toujours supposé gaussien.*

II.- ECHO RESIDUEL

2.1. Résultats généraux

Pour évaluer les résidus d'écho, nous supposons que $\{\alpha_k\}$ et $\{d_k\}$ sont des suites de variables aléatoires centrées, indépendantes, les deux suites étant mutuellement indépendantes. Les échantillons successifs de bruit sont centrés, indépendants et indépendants des deux suites précédentes. Comme la plupart des auteurs, nous supposons que les variables e_k et α_k sont indépendantes bien que cette hypothèse ne soit tout à fait satisfaite qu'à la limite lorsque er_k est négligeable dans l'expression (1) de e_k . Dans ce cas la condition de *bon fonctionnement*, $R \ll S$, est satisfaite c'est-à-dire lorsque le résidu d'écho ne gêne plus la détection des données lointaines.

Le cas de l'algorithme (E) a été étudié par exemple dans [5]. Nous rappelons les résultats. En phase (P), la puissance du résidu vaut :

$$(2) \quad R \approx \frac{\mu}{2} NA(B + S).$$

Le résultat en phase (A) est immédiat en remplaçant S par 0 dans (2). On voit aussi que pour des niveaux R/S et B/S fixés, plus N est grand, plus μ doit être petit.

Le point important qui découle de (2), c'est la décroissance en μ du résidu pour les deux phases (A) et (P).

2.2. Expression du résidu pour l'algorithme (S)

Contrairement à l'algorithme (E), pour obtenir la valeur du résidu d'écho, des hypothèses sur les distributions de probabilité du résidu er_k et de la donnée lointaine d_k sont nécessaires.

Pour étudier les différentes possibilités, nous appelons "perturbation" la variable ($d_k + n_k$) et distinguons les trois cas de perturbations binaire pure, gaussienne pure et binaire arrondie correspondant respectivement à $n_k = 0$, $d_k = 0$ et $n_k \neq 0$, $d_k \neq 0$.

En ce qui concerne la variable er_k , jusqu'à présent seule l'hypothèse gaussienne avait été envisagée dans la littérature [5]. Nous avons montré [9] que cette hypothèse est optimiste et que la réalité se situe dans un cas intermédiaire entre le résidu gaussien et le résidu binaire.

Preons l'espérance mathématique du carré de la norme de \vec{V}_{k+1} , dans l'expression (S), nous obtenons

$$E(|\vec{V}_{k+1}|^2) = E(|\vec{V}_k|^2) + 2\mu \text{Re} \left[E \left(\vec{V}_k^T \alpha_k \text{signe}^*(e_k) \right) \right] + \mu^2 NA \quad (3)$$

Remarquant que l'écho résiduel er_k peut s'écrire

$$er_k = - \frac{\vec{V}_k^T \alpha_k}{V_k^T \alpha_k} \quad (4)$$

nous voyons que le second terme à droite de l'égalité (3) représente l'intercorrélacion Γ entre $(-er_k)$ et $\text{signe}(e_k)$.

L'évaluation de Γ fait appel à des résultats qui sont donnés dans [8] et détaillés dans l'annexe de [9]. Nous rappelons dans le tableau 1 les valeurs des résidus de l'algorithme (S) selon les hypothèses envisagées [9] et pour cela nous définissons la constante s_0 valant 1 pour des données réelles, $\sqrt{2}$ pour des données imaginaires.

hypothèses	résidu d'écho
<u>Résidu er_k gaussien</u>	
e_k gaussien (perturbation gaussienne)	$R^2 = \frac{\pi}{8} s_0^2 \mu^2 N^2 A^2 (R+B+S) \quad (5)$
e_k non gaussien (perturbation binaire arrondie)	$R^2 = \frac{\pi}{8} s_0^2 \mu^2 N^2 A^2 (R+B) e^{\frac{S}{R+B}} \quad (6)$
<u>Résidu er_k binaire</u> (perturbation binaire arrondie)	$R = 2\pi \mu^2 N^2 A^2 \quad (7)$ $\left[\int_{\frac{(\sqrt{R+S})/\sqrt{B}}{-(\sqrt{R+S})/\sqrt{B}}}^{(\sqrt{R+S})/\sqrt{B}} e^{-x^2/2} dx - \int_{\frac{(\sqrt{S-R})/\sqrt{B}}{(\sqrt{R-S})/\sqrt{B}}} e^{-x^2/2} dx \right]^2$

Tableau 1 - Résidus d'écho de l'algorithme (S) selon diverses hypothèses

Quelle que soit l'hypothèse sur le résidu, l'étude du comportement limite du résidu d'écho aboutit à des résultats similaires :

En début de convergence (μ assez grand), lorsque le résidu est grand devant le signal, les formules (5) à (7) montrent que la décroissance de R est en μ^2 alors qu'elle est en μ pour l'algorithme (E).

En fin de convergence (μ faible), lorsque le résidu d'écho devient très petit devant le signal, les meilleures performances sont atteintes pour une perturbation gaussienne où la décroissance est en μ comme pour l'algorithme (E). Dès qu'apparaît dans la perturbation une variable binaire de puissance relative non négligeable, les résultats sont moins bons. Voyons tout de suite le cas du résidu binaire avec une perturbation binaire pure, c'est-à-dire le cas de la formule (7) dans laquelle $B = 0$.

Dès que $R < S$, le simple calcul de Γ montre que l'intercorrélacion est nulle. En posant :

$$R_k = E(|er_k|^2) \quad (8)$$

il vient facilement [9] d'après la formule (3) :

$$R_{k+1} = R_k + \mu^2 NA^2 \quad (9)$$

Il est donc clair que R_k a une limite inférieure stricte au niveau de S . C'est le phénomène de seuil déjà mentionné.

Pour le cas du résidu gaussien correspondant à la formule (6), la limitation de R n'est pas stricte mais R ne décroît presque plus avec μ au-delà d'un niveau limite appelé seuil. Ce phénomène apparaît sur la figure 2.

Nous allons voir que pour une perturbation binaire assez arrondie, (donc comportant un bruit non négligeable) le résidu d'écho arrive à franchir le seuil précédent. Dans ce cas, les formules (6) et (7) assujetties à la condition $R \ll B$ et toujours à la condition $R \ll S$ de bon fonctionnement donnent :

$$R \approx \mu \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} NA\sqrt{B} e^{S/2B} \quad (10)$$

La décroissance de R est alors en μ ; nous verrons dans le paragraphe sur le bruit forcé comment cette décroissance se comporte en fonction du bruit.

2.3. Algorithme du signe avec bruit forcé

La quantité er_k qui apporte une information sur la qualité d'annulation d'écho, n'est accessible qu'à travers $e_k = er_k + d_k + n_k$. Pour que l'adaptation soit efficace il faut donc

$$\text{signe}(er_k + d_k + n_k) = \text{signe}(er_k) \quad (11)$$

Lors d'un bon fonctionnement cette condition n'est plus toujours satisfaite puisque $R \ll S$. Dès lors la décroissance de R peut devenir extrêmement lente. Le phénomène de seuil apparaît uniquement pour une perturbation purement binaire. Dès que l'on est en présence d'un bruit, même faible, la décroissance de R se produit plus ou moins vite selon le niveau de bruit.

En supposant que le bruit n_k est nul ou négligeable pour que l'égalité (11) soit vérifiée à chaque étape, il suffirait de retrancher la valeur d_k de celle de e_k . C'est ce qu'ont fait Falconer et Mueller [1] en effectuant la décision \hat{d}_k sur la donnée lointaine avant l'adaptation. Néanmoins cette méthode présente quelques inconvénients comme l'imbrication entre l'anneur d'écho et le récepteur et le risque d'instabilités qui en résulte. Ces inconvénients limitent l'utilisation d'une telle méthode.

Pour que (11) soit vérifiée assez souvent, une autre méthode est d'annuler fréquemment la valeur de d_k en lui ajoutant un bruit forcé indépendant et de même niveau. D'après la formule (10), typique de cette stratégie, nous voyons qu'un minimum de résidu est atteint alors lorsque $B = S$, résultat conforme au raisonnement heuristique précédent.

Sur la figure 2, nous observons que le seuil (lié à une donnée purement binaire) est franchi dès l'apparition d'un bruit aussi faible soit-il, par exemple pour $S/B = 20$ db. La courbe ($S/B = 0$ db) qui



correspond au minimum de l'équation (10) est la plus proche de celle correspondant à la perturbation purement gaussienne. Evidemment dans ce cas ($S/B = 0$ db) il ne peut s'agir de bruit de ligne qui empêcherait une réception correcte, mais du bruit volontairement introduit (seulement dans l'algorithme), le bruit forcé. Nous remarquons sur les courbes la présence d'un coude plus ou moins net suivant la valeur du bruit. Il tend à disparaître lorsque B augmente. Ce coude est caractéristique du moment où R passe d'une décroissance quadratique (début de convergence) à une décroissance linéaire.

En conclusion nous voyons que l'introduction d'un bruit forcé de niveau voisin de celui du signal dans l'algorithme (S) rend son comportement en fin de convergence semblable à celui de l'algorithme du gradient : la décroissance du résidu d'écho est en μ .

III.- PRECISION DES COEFFICIENTS

Pour que les calculs précédents restent valables lorsqu'ils sont effectués par un algorithme numérique, il est nécessaire qu'un nombre minimum de bits soit utilisé pour représenter chaque composante de l'annuleur d'écho [4],[9]. Mettant à part le bit de signe, nous appellerons b le nombre de bits nécessaires à la représentation des amplitudes.

Pour l'opération de filtrage, la précision requise sur les coefficients est indépendante de l'algorithme utilisé. Elle est toujours beaucoup plus faible que celle nécessaire à l'adaptation. Pour l'opération d'adaptation, le nombre b dépend non seulement du niveau de résidu mais aussi de l'algorithme d'adaptation choisi. En effet la modification apportée par l'algorithme sera prise en compte si l'inéquation suivante est satisfaite :

$$(12) \left\{ \begin{array}{l} \mu\sqrt{A} \sqrt{R+B+S} \geq 2^{-b} \text{ pour (E)} \\ \mu\sqrt{A} \geq 2^{-b} \text{ pour (S)} \end{array} \right.$$

Remarquons tout de suite que b ne dépend que de μ pour (S) alors que b dépend aussi de la puissance S du signal pour (E).

Appelons b_S (resp. b_E) le dernier bit d'un coefficient de \check{C}_k pour l'algorithme (S) (resp. (E)) et μ_S (resp. μ_E) le pas d'incrément de (S) (resp. (E)). Les relations (12) et le tableau 1 donnant les valeurs des résidus nous permettent d'exprimer b_S , b_E , μ_S et μ_E en fonction de S, R/S et B/S. Leurs expressions sont données dans le tableau 2 pour la phase (P). Dans ce tableau, B_E est le bruit de ligne, en pratique toujours faible, de l'algorithme (E). Dans la suite nous l'avons pris tel que $S/B_E = 20$ db. Au contraire, le bruit B_S de l'algorithme (S) est variable et peut être grand.

algorithmes	(S)	(E)
$\mu = f(R)$	$\mu_S = \frac{S}{s_0 NA \sqrt{\pi} \sqrt{R+B_S}}$	$\mu_E = \frac{2R}{NA(B_E+S)}$
dernier bit 2^{-b}	$2^{-b_S} = \frac{S}{s_0 N \sqrt{A} \sqrt{\pi} \sqrt{R+B_S}}$	$2^{-b_E} = \frac{2R\sqrt{R+B_E+S}}{N\sqrt{A}(B_E+S)}$

Tableau 2 - Paramètres μ et b, en phase (P), pour chaque algorithme

L'analyse du tableau 2 montre qu'à résidu d'écho R/S fixé, la différence $b_S - b_E$ varie avec les bruits. Pour une bonne annulation d'écho (par exemple R/S = -20 db) la différence $b_S - b_E$ est très grande lorsqu'il n'y a que du bruit de ligne (par exemple $B_S = B_E$). Cette différence diminue lorsque B_S augmente. La figure 3 montre clairement l'intérêt d'un bruit forcé de niveau S/ $B_S = 0$ db. Dans ce cas, pour une bonne annulation d'écho, la différence des précisions est ramenée à 1 seul bit.

Par exemple, pour R/S = -18 db, l'algorithme (E) nécessite 12 bits ; l'algorithme (S) sans bruit forcé en nécessite 36 alors que l'adjonction d'un bruit forcé de niveau S réduit le nombre de bits à 13.

Toujours à R/S et B/S fixés, nous constatons que plus N est grand, plus faible est la différence relative $b_S - b_E$ par rapport à b_E .

De plus, les formules du tableau 2 montrent que

$$(13) \quad 2^{-b_S} = \lambda_S \sqrt{S}, \quad 2^{-b_E} = \lambda_E \sqrt{S}$$

où λ_S et λ_E sont deux quantités indépendantes du niveau S de signal utile. Donc, plus S diminue, plus faible est la différence relative $b_S - b_E$ par rapport à b_E .

Les simulations ont été réalisées avec une valeur $S = 10^{-1}$ correspondant à une très faible atténuation de la ligne. Pour de plus petites valeurs de S les résultats comparatifs s'amélioreraient en faveur de l'algorithme (S), comme on vient de l'expliquer.

Nous avons donc montré dans ce paragraphe que la stratégie du bruit forcé est compatible avec une représentation binaire des coefficients de longueur presque égale à celle nécessaire dans l'algorithme (E).

IV.- SIMULATIONS

Les simulations ont été faites avec des données réelles α_k et d_k à deux niveaux ; leurs puissances sont respectivement $A = 1$ et $S_0 = 10^{-1}$. Le filtre d'écho est $\check{C}^T = (0.0281, 0.9821, -0.1961, 0.0094)$. L'annuleur \check{C}_k est réel. Il a 16 coefficients, le pas d'incrément μ , initialisé à la valeur $\mu_0 = 2^{-6}$, est divisé par 2 toutes les 250 itérations.

Le graphique 1 étudie la phase (A). Pour (S), sans bruit, ce qui correspond à une perturbation nulle, on a représenté $\log_{10}R$ en fonction de $\log_{10}\mu$, on observe une droite dont la pente confirme le résultat théorique : la décroissance de R est en μ^2 . Nous remarquons donc l'intérêt d'une phase d'apprentissage : la décroissance du résidu y est aussi rapide pour (S) que pour (E).

Le graphique 2 compare, en phase (P), les résidus des algorithmes (E) et (S). Nous constatons bien l'amélioration due au bruit forcé. L'optimum du résidu y est atteint pour B_S voisin de S/10, et non pas pour $B_S = S$. Cette différence entre théorie et pratique est due aux hypothèses théoriques faites sur les lois de distribution des variables qui ne correspondent pas tout à fait à la pratique.

CONCLUSION

Dans l'annulation d'écho par filtrage adaptatif, la considération d'un bruit de ligne, ce qui correspond à la réalité, a mis en évidence l'importance du bruit dans l'algorithme (S) en comparaison avec l'algorithme (E).

Alors que pour l'algorithme (E) la décroissance du résidu d'écho est fonction linéaire du paramètre

INFLUENCE D'UN BRUIT CONTROLE SUR LES ALGORITHMES D'ANNULATION D'ECHO

d'incrémentation μ tout au long de la convergence, en appelant début (resp. fin) de convergence le cas où le paramètre μ est assez grand (resp. petit), le calcul du résidu limite montre que pour l'algorithme (S), la décroissance du résidu est en μ^2 en début de convergence.

Ce résultat est certes intéressant mais la décroissance du résidu s'arrête (phénomène de seuil) lorsque le résidu devient faible devant le signal et lorsque le bruit est faible (bruit de ligne uniquement). Nous mettons alors en évidence par quel mécanisme l'introduction d'un bruit forcé dans (S) supprime cet arrêt de la convergence et nous montrons que la décroissance du résidu d'écho devient fonction linéaire du paramètre μ , exactement comme pour l'algorithme (E). Le niveau de bruit à introduire est du même ordre mais plus faible que celui du signal.

Alors qu'avec un faible bruit de ligne la longueur de la représentation binaire des coefficients de l'annuleur est très grande pour l'algorithme (S) comparée à celle de (E), nos calculs montrent qu'un bruit forcé de niveau égal à celui du signal réduit à un seul bit la longueur additionnelle des mots de l'algorithme (S) par rapport à (E), pour une même qualité (bonne) d'annulation d'écho.

Finalement, l'utilisation d'un pas d'incrémenta-tion variable et d'une phase d'apprentissage remédie à la faible vitesse de convergence de l'algorithme (S).

Nous avons donc montré que dans ce mode d'utili-sation l'algorithme du signe est aussi performant que celui du gradient et comme il est plus simple à mettre en oeuvre il devient plus intéressant.

REFERENCES

- [1] D.D.Falconer, K.H.Mueller, "Adaptive echo cancellation/AGC structures for two-wire, full-duplex data transmission", B.S.T.J., 58, n°7, septembre 1979.
- [2] J.P.Baudoux, C.Macchi, "Un annuleur d'écho numérique adaptatif", GRETSI, pp:841-846, 1977.
- [3] N.A.M.Verhoeckx, H. van den Elzen, F.A.M.Snidjers, P.J. van Gerwen, "Digital echo cancellation for base band data transmission", IEEE Trans. ASSP, 27, 768-781, décembre 1979.
- [4] R.D. Gitlin, S.B.Weinstein, "On the required tap-weight precision for digitally implemented, adaptive, mean-squared equalizers", BSTJ, 58, n°2, février 1979
- [5] T.A.C.M.Claasen, W.F.G.Mecklenbrauker, "Comparison of the convergence of two algorithms for adaptive FIR digital filters", IEEE Trans.ASSP, 29, n°3, 670-678, juin 1981.
- [6] E.JØRGENSEN, K.O.KJØLAAS, "Echo cancelling system based on the sign correlation algorithm", National Telecommunications Conference 1981, C751-C756.
- [7] C.Macchi, J.P.Jouannaud, O.Macchi, "Récepteurs adaptatifs pour transmission de données à grande vitesse", Annales des Télécom., tome 30, n°9-10, 311-330, sept.-octobre 1975.
- [8] A.Blanc-Lapierre, B.Picinbono, "Fonctions aléatoires", Collection technique et scientifique des télécommunications, Masson éd.
- [9] M.Bonnet, O.Macchi, "Choix d'un algorithme en précision finie, pour annuleur d'écho", Annales Télécom., A paraître 1983.

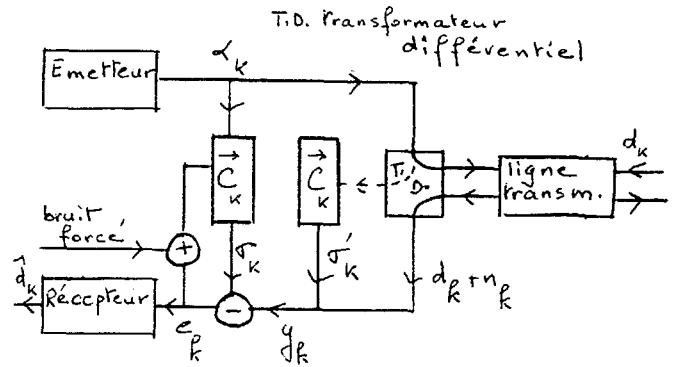


FIGURE 1 : Système de communications à annuleur d'échos

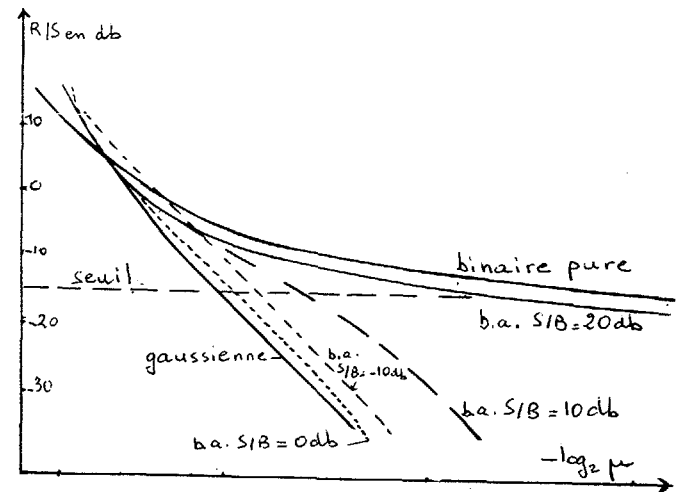


FIGURE 2 : Résidus d'écho sous l'hypothèse e_k gaussienne pour différentes perturbations

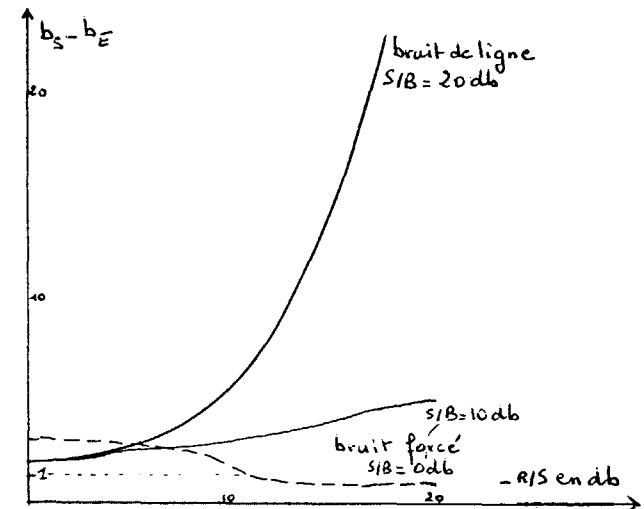
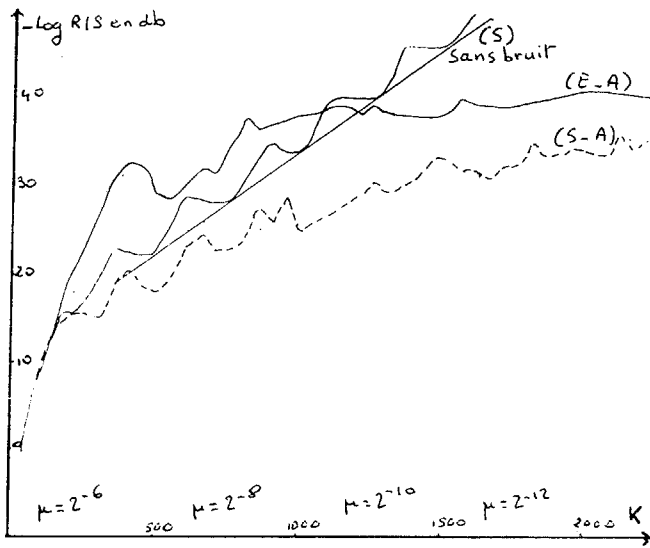


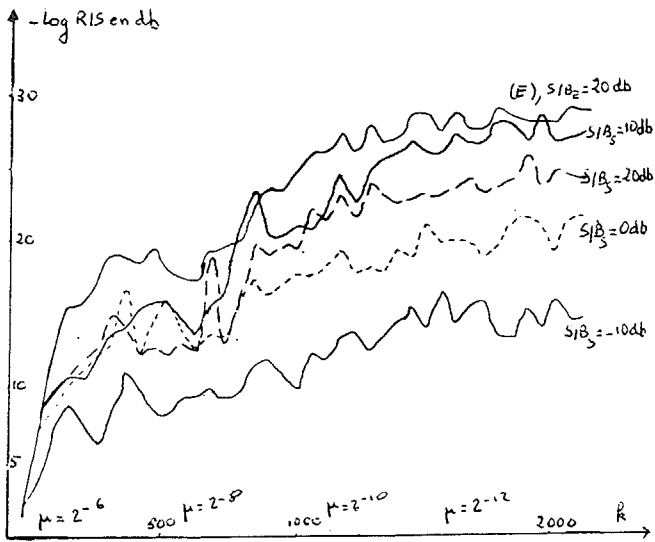
FIGURE 3 : Différence des précisions nécessaires aux algorithmes (E) et (S)



INFLUENCE D'UN BRUIT CONTROLE SUR LES ALGORITHMES D'ANNULATION D'ECHO



GRAPHIQUE 1 : Algorithmes (E) et (S) en phase (A)



GRAPHIQUE 2 : Algorithmes (E) et (S) en phase (P)