NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 20 MAI 1983

Interprétation des modulations d'indice demi-entier. Extension à des indices voisins et applications.

M. P.A. LAURENT

THOMSON - D T C - 16, rue du Fossé Blanc - 92231 GENNEVILLIERS

RESUME

L'interprétation de la modulation MSK (Minimum Shift Keying) en termes de superposition d'impulsions modulées en amplitude permet d'en déduire aisément les caractéristiques, et de concevoir des systèmes de modulation et de démodulation simples et performants.

On a étendu ce type d'interprétation à toutes les modulations angulaires à phase contrôlée, sans limitation sur la durée ou la forme de l'impulsion de fréquence élémentaire, ni sur la valeur de l'indice de modulation qui peut être quelconque.

Cependant, l'interprétation est particulièrement satisfaisante lorsque l'indice de modulation est égal à 0,5 (comme pour le MSK), ou voisin de cette valeur.

La méthode proposée permet d'établir une nouvelle formulation de l'autocorrélation et du spectre en fréquence de telles modulations.

Elle permet aussi de concevoir un type de modulateur générant un signal aux caractéristiques stables et bien définies, et des démodulateurs où il est aisé de minimiser l'intermodulation intersymboles.

SUMMARY

The interpretation of MSK (Minimum Shift Keying) in terms of the superposition of AM waveforms allows a simple determination of the properties of the signal, and results in simple and efficient modulation and demodulation schemes.

This interpretation can be extended to any controlled-phase modulation (CPM) without constraining the duration or shape of the elementary frequency pulse, or the modulation index.

However, a modulation index close to 0,5 (the value for MSK) gives particulary simple results.

This method results in new expressions for the autocorrelation and spectrum of this form of modulation (CPM).

It leads to an inherently stable and well controlled modulator, and to demodulators which minimize intersymbol interference.

Interprétation des modulations d'indice demi-entier.
Extension à des indices voisins et applications.

1 - INTRODUCTION

Depuis quelques années, des progrès importants ont été faits en ce qui concerne les modulations numériques. En effet, alors qu'auparavant, on se contentait de modulations simples telles que le PSK biphase (Phase Shift Keying) ou le FSK (Frequency Shift Keying), on a vu apparaître de nombreuses variantes de modulations à phase contrôlée, le MSK (Minimum Shift Keying) étant sans doute celle ayant fait l'objet du plus grand nombre de publications.

Cependant, l'augmentation de complexité des modulations, généralement justifiée par le désir d'obtenir un spectre en fréquences aussi étroit que possible, entraîne corrélativement une augmentation de la complexité du récepteur et souvent aussi une dégradation des performances, toutes deux liées à l'intermodulation intersymboles.

Or, dans le cas du MSK, on a pu interpréter la modulation qui, au départ, est une modulation à variation de phase linéaire d'indice 1/2 et dont le support est égal à un bit, en termes de modulation d'amplitude sur deux voies en quadrature.

Cette interprétation est riche en conséquences, parmi lesquelles on peut citer :

- simplification du calcul du spectre en fréquence et de l'autocorrélation,
- apparition de systèmes de modulation originaux,
- apparition de systèmes de démodulation relativement simples et performants.

On se propose ici de généraliser ce type d'interprétation à des modulations à phase contrôlée, pour lesquelles :

. la forme de la variation de phase peut être quelconque,
. l'indice de modulation peut être quelconque (mais de préférence égal à 0,5),
. la durée du support n'est pas limitée à 1 bit.

On montrealors que toutes les modulations à phase contrôlée peuvent s'exprimer sous forme d'une superposition d'impulsions modulées en amplitude, et décalées en temps et en phase les unes par rapport aux autres.

Qui plus est, dans les cas habituellement rencontrés, la plus grande partie de l'énergie du signal est concentrée dans une série d'impulsions décrites parce que l'on appelle la "fonction principale" : de cette caractéristique fondamentale peuvent être déduites de façon approchée les caractéristiques du signal (spectre, autocorrélation), ainsi que la structure et les performances du système de transmission (modulateur, démodulateur).

2 - PRELIMINAIRES

On définit usuellement la modulation par une impulsion de fréquence g (t), nulle en dehors de l'intervalle de temps (0, LT), où L est appelé "durée du support" de la modulation.

La figure 1-A représente une telle impulsion de fréquence dont l'équation est :

$$g(t) = \frac{\pi}{4LT} \sin\left(\pi \frac{t}{LT}\right)$$

Pour tous les exemples donnés par la suite, on conservera cette définition de g (t).

Cette impulsion de fréquence est normalisée de telle sorte que l'on ait :

$$\int_0^{LT} g(\theta)\, d\theta = \frac{1}{2} \quad (1)$$

Dans une application donnée, on se donne l'indice de modulation h, et une série infinie de bits modulants notés a_i, si bien que la variation de phase due au n^{eme} bit est définie par l'équation :

$$\Delta\varphi_n(t) = a_n\, \varphi(t-nT) \quad (2)$$

où la variation de phase φ (t), caractéristique de la modulation, est donnée par :

$$\varphi(t) = h \int_{-\infty}^{t} 2\pi\, g(\theta)\, d\theta \quad (3)$$

La figure 1-B donne un exemple de φ (t).

On vérifie alors que la variation totale de phase due au bit n est égale à la quantité suivante :

$$\Delta\varphi_n(\infty) = a_n\, \Phi \quad , \quad \Phi = h\pi \quad (4)$$

On représente le signal complet par une exponentielle complexe notée S (t) définie par l'équation :

$$S(t) = \exp j\left[\theta_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta\varphi_n(t)\right] \quad (5)$$

où la constante θ_0 est une phase quelconque, fixe, supposée nulle par la suite.

3 - INTERPRETATION GENERALE

3.1. Décomposition du signal

Du fait que g (t) est nulle pour $t < 0$ et $t > LT$, on déduit que $\varphi(t)$ est nul pour $t < 0$, et égal à Φ pour $t > LT$, ce qui permet de mettre le signal sous la forme suivante :

$$S(t) = \exp j\left[\Phi \sum_{n=-\infty}^{N-L} a_n\right] \times \prod_{i=0}^{L-1} \exp j\left[a_{N-i}\,\varphi(t-(N-i)T)\right] \qquad (6)$$

avec $NT \leq t \leq (N+1)T$

Pour le terme associé à un bit donné, a_n, on fait apparaître la variation totale de phase due à ce bit, en écrivant :

$$\exp j\left[a_n \varphi(t-nT)\right] = A(t-nT) + e^{j a_n \Phi} \cdot B(t-nT) \qquad (7)$$

L'identification des parties réelles et imaginaires des deux membres conduit immédiatement aux égalités suivantes :

$$A(t) = \frac{\sin[\Phi - \varphi(t)]}{\sin \Phi} \quad , \quad B(t) = \frac{\sin \varphi(t)}{\sin \Phi} \qquad (8)$$

Il est alors possible de définir l'impulsion de phase généralisée $\psi(t)$, définie par l'ensemble d'équations suivantes :

$$\psi(t) = 0 \quad \text{pour} \quad t < 0 \;,\; t > 2LT$$
$$\psi(t) = \varphi(t) \quad \text{pour} \quad 0 \leq t \leq LT \qquad (9)$$
$$\psi(t) = \Phi - \varphi(t-LT) \quad \text{pour} \quad LT \leq t \leq 2LT$$

La figure 1-C représente cette impulsion de phase généralisée.

Afin d'alléger l'écriture, on adoptera par la suite les notations suivantes :

$J = e^{j\Phi}$ (se réduit à j, pour un indice de 0,5)

$$S_n(t) = \frac{\sin \psi(t+nT)}{\sin \Phi} \qquad (10)$$

(fonction élémentaire)

La figure 1-D représente une telle fonction, S_o (t)

On peut donc réécrire l'équation (7) sous la forme condensée ci-dessous :

$$\exp j\left[a_n \cdot \varphi(t-nT)\right] = S_{L-n}(t) + J^{a_n} S_{-n}(t) \qquad (11)$$

L'équation (6) décrivant le signal s'écrit alors :

$$S(t) = J^{\sum_{n=-\infty}^{N-L} a_n} \times \prod_{i=0}^{L-1} \left(S_{L-N+i}(t) + J^{a_{N-i}} S_{-N+i}(t)\right) \qquad (12)$$

avec $NT \leq t \leq (N+1)T$

La partie entre crochets de cette expression peut être développée sous la forme d'une somme de 2^L produits, chacun d'eux comportant L fonctions élémentaires S_i, et ayant une phase fixe, ce qui montre que le signal modulé en phase peut être considéré, à un instant donné, comme la somme de 2^L impulsions élémentaires déphasées les unes par rapport aux autres, et modulées en amplitude.

L'examen détaillé des termes obtenus (non développé ici), et les lois de la logique combinatoire, mettent en évidence les faits suivants :

A - Il existe exactement 2^{L-1} fonctions différentes,

B - Parmi celles-ci, la plus importante, appelée fonction principale, car elle décrit la partie principale du signal, est donnée par :

$$F_p(t) = S_0(t) \cdot S_1(t) \cdots S_{L-1}(t) \;,\; 0 \leq t \leq (L+1)T \qquad (13)$$
$$F_p(t) = 0 \quad t < 0 \;,\; t > (L+1)T$$

En effet, l'expérience montre que, lorsque l'indice est voisin de 0,5 le signal S (t) peut être approché par l'expression :

$$S(t) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\varphi_n} F_p(t-nT) \qquad (14)$$

où φ_n, appelé phase au n^{eme} bit, est défini par :

$$\varphi_n = \sum_{i=-\infty}^{n} \Phi a_i \qquad (15)$$

La figure 2 donne une représentation "spatio-temporelle" du signal. Dans sa partie haute, on montre la superposition des impulsions décrites par Fp (t), et le tireté représente le signal obtenu. Ce tireté est repris dans la partie basse de la figure, et doit être comparé au signal complet, S (t), tracé en traits pleins. On peut vérifier le faible écart existant entre le signal S (t) et sa valeur approchée obtenue au moyen de la fonction principale seule.

C - Les $2^{L-1} - 1$ formes d'onde restantes, appelées fonctions complémentaires C_i (t), sont définies comme suit :

$$C_k(t) = S_0(t) \cdot \prod_{i=1}^{L-1} S_{i+L\cdot\alpha_{k,i}}(t)$$
$$\alpha_{k,i} = 0 \text{ ou } 1 \;,\; \sum_i \alpha_{k,i} \neq 0 \qquad (16)$$
$$C_k(t) = 0 \quad \text{pour} \quad t < 0$$
$$C_k(t) = 0 \quad \text{pour} \quad t > \mathrm{MIN}_i\left(2LT - T(i+\alpha_{k,i})\right) = (L - \ell(k))T$$

(NOTE : Si tous les α_{ki} sont nuls, on obtient la fonction principale, que l'on pourra noter C_o (t).

On montre que la phase de l'impulsion décrite par $C_k(\theta)$ et apparaissant au début du N^{eme} bit, c'est-à-dire pour t = NT, est donnée par :

$$\varphi_{k,N} = \varphi_N - \Phi \sum_{i=1}^{L-1} a_{N-i} \cdot \alpha_{k,i} \qquad (17)$$

Le signal est alors entièrement décrit par l'équation fondamentale suivante :

$$S(t) = \sum_n e^{j\varphi_n} F_p(t-nT) + \sum_k \sum_n e^{j\varphi_{k,n}} C_k(t-nT) \tag{18}$$

3.2. Propriétés des fonctions complémentaires

En ce qui concerne les fonctions complémentaires, on peut noter les faits suivants :

- pour L = 1, c'est à dire pour des modulations "classiques", telles que le MSK ou le FSK, et leurs variantes, ces fonctions sont absentes : le signal est intégralement représentable par une superposition d'impulsions toutes identiques, décrites par la fonction principale.

- pour L > 1, on vérifie qu'il existe :

  - une fonction de durée (L-1).T
  - deux fonctions de durée (L-2).T
  - 2^{L-2} fonctions de durée 1 . T

- d'une manière très générale, l'énergie véhiculée par les impulsions correspondantes est faible, voire négligeable, devant celle de l'impulsion décrite par la fonction principale :

$$\forall k \quad 1 \leq k \leq 2^{L-1}-1$$

$$\int_0^{(L-\ell(k))T} c_k^2(t)\,dt \ll \int_0^{(L+1)T} F_p^2(t)\,dt \tag{19}$$

- enfin, si g (t) est symétrique en temps, on peut montrer que si les fonctions C_p (t) et C_q (t) sont représentés par des produits de fonctions élémentaires S_i dont les jeux d'indices sont symétriques l'un de l'autre, ces fonctions sont symétriques en temps l'une de l'autre.

3.3. Exemples

3.3.1. Modulation MSK

C'est une modulation de fréquence simple d'indice 0,5 pour laquelle on a : L = 1, $\Phi = \frac{\pi}{2}$.

On en déduit l'impulsion de phase généralisée :

$$\psi(t) = \frac{\pi}{2}\frac{t}{T} \qquad 0 \leq t \leq T$$

$$\psi(t) = \pi - \frac{\pi}{2}\frac{t}{T} \qquad T \leq t \leq 2T$$

On vérifie que la fonction principale, définie par :

$$M(t) = F_p(t) = C_0(t) = S_0(t) = \frac{\sin\psi(t)}{\sin\Phi} = \sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{t}{T}\right) \tag{20}$$

est bien celle que l'on utilise fréquemment pour décrire les propriétés du MSK.

3.3.2. Modulation quelconque avec L = 3

Le développement de l'expression de S (t), tel que défini par l'équation (12) met en évidence les quatre formes d'onde décrivant le signal :

$$\begin{aligned} F_p(t) &= C_0(t) = (S_0.S_1.S_2)(t) && (\text{durée} : (L+1)T) \\ C_1(t) &= (S_0.S_1.S_{2+3})(t) && (\text{durée} : T) \\ C_2(t) &= (S_0.S_{1+3}.S_2)(t) && (\text{durée} : 2T) \\ C_3(t) &= (S_0.S_{1+3}.S_{2+3})(t) && (\text{durée} : T) \end{aligned} \tag{21}$$

La figure 3 représente ces quatre fonctions du temps pour une modulation donnée.

L'expression complète du signal, compte-tenu des fonctions complémentaires, devient alors, toujours pour L = 3 :

$$\begin{aligned} S(t) = {} & \sum_n e^{j\varphi_n} F_p(t-nT) + \sum_n e^{j(\varphi_n - \Phi a_{n-2})} C_1(t-nT) \\ & + \sum_n e^{j(\varphi_n - \Phi a_{n-1})} C_2(t-nT) + \sum_n e^{j(\varphi_n - \Phi(a_{n-1}+a_{n-2}))} C_3(t-nT) \end{aligned} \tag{22}$$

Si g (t) est symétrique, F_p (t) et C_2 (t) sont leurs propres symétriques en temps et C_1 (t) et C_3 (t) sont symétriques l'un de l'autre.

4 - AUTOCORRELATION ET SPECTRE EN FREQUENCE

4.1. Notations

Afin d'alléger les notations, on utilise par la suite les conventions ci-dessous :

- N+1 : Nombre de fonctions décrivant le signal ($N = 2^{L-1}-1$)
- C_i (t) : Fonctions décrivant le signal avec C_o (t) = F_p (t)
- z_i^n : Coefficient multiplicatif de la i$^{\text{ème}}$ fonction, lors de son apparition à l'instant t = nT

$$z_0^n = \exp j\varphi_n \quad , \; z_i^n = \exp j\,\varphi_{i,n} \quad \text{si } i \neq 0$$

- $\langle X \rangle$: Espérance mathématique de la variable X.

On peut alors réécrire l'équation (18) :

$$S(t) = \sum_{k=0}^{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} z_k^n\, C_k(t-nT) \tag{23}$$

4.2. Autocorrélation

On désigne par C_{ij} (τ) les produits de convolutions suivants :

$$C_{ij}(\tau) = C_i(\theta) * C_j(-\theta) = C_{ji}(-\tau) \tag{24}$$

et l'on introduit les espérances mathématiques :

$$E_{ij}^p = \langle z_{n+p}^i \cdot z_n^{*j} \rangle = E_{ji}^{*-p} \tag{25}$$

ainsi que les trains d'impulsions de Dirac correspondants :

$$D_{ij}(\theta) = \sum_p E_{ij}^p\, \delta(\theta - pT) = D_{ji}^*(-\theta) \tag{26}$$

On démontre que l'on peut mettre l'autocorrélation sous les deux formes équivalentes suivantes :

$$\begin{aligned} A(\tau) &= \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N} C_{ij}(\theta) * D_{ij}(\theta) \\ A(\tau) &= \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N} \sum_{p=-\infty}^{\infty} E_{ij}^p \cdot C_{ij}(\tau - pT) \end{aligned} \tag{27}$$

Lorsque L = 1, seule existe la fonction principale, C_o (t) = F_p (t) et l'on montre que l'autocorrélation se réduit à :

$$A(\tau) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} (\cos\phi)^{|p|} . C_{00}(\tau - pT) \tag{28}$$

(C_{oo} (τ) est l'autocorrélation de la fonction principale).

Lorsque l'indice est égal à 0,5, on montre que seuls ne sont pas nuls les termes pour lesquels i = j, et p = O si bien que seules interviennent alors les autocorrélations des N fonctions décrivant le signal:

../...

$$A(\tau) = \sum_{i=0}^{N} C_{ii}(\tau) \qquad (29)$$

Elle est nulle en dehors de l'intervalle $[-(L+1)T, (L+1)T]$.

Dans le cas général, on montre que lorsque $|\tau|$ est suffisamment grand, l'autocorrélation peut être calculée par récurrence :

$$A(\tau) = A(-\tau) = \cos\Phi \cdot A(|\tau| - T) \; , \; |\tau| \geq (L+1)T \qquad (30)$$

4.3. Spectre en fréquence

Il se déduit directement de l'autocorrélation par la relation habituelle :

$$|S(j\omega)|^2 = A(j\omega)$$

Si l'on désigne par $X(j\omega)$ le spectre en fréquence d'une fonction $X(t)$, la relation générale (27) qui exprime $A(\tau)$ sous la forme d'un produit de convolution donne directement le spectre du signal :

$$A(j\omega) = \sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{N} D_{ij}(j\omega) \cdot C_{ij}(j\omega) \qquad (31)$$

Compte-tenu de la définition des $C_{ij}(\theta)$, et des propriétés des $D_{ij}(\theta)$, on peut réécrire cette expression en termes d'une forme bilinéaire Hermitienne :

$$|S(j\omega)|^2 = A(j\omega) = {}^T C(j\omega) \cdot D(j\omega) \cdot C(-j\omega)$$
$$^T C(j\omega) = \{C_0(j\omega), C_1(j\omega), \dots C_N(j\omega)\} \qquad (32)$$

$D(j\omega)$ = Matrice carrée Hermitienne à N lignes et N colonnes d'élément générique $D_{ij}(j\omega) = D^*_{ji}(j\omega)$

Lorsque L = 1, $D(j\omega)$ se réduit à une matrice de dimension 1, dont l'élément unique est donné par :

$$D_{00}(j\omega) = \sum_p (\cos\Phi)^{|p|} \cdot e^{-jp\omega T} = \frac{\sin^2\Phi}{1 + \cos^2\Phi - 2\cos\Phi \cdot \cos(\omega T)}$$

Le spectre du signal a alors pour expression :

$$|S(j\omega)|^2 = D_{00}(j\omega) \cdot |F_p(j\omega)|^2 \qquad (33)$$

Lorsque l'indice est égal à 0,5, $D(j\omega)$ est la matrice unité d'ordre N, et le spectre du signal est égal à :

$$|S(j\omega)|^2 = \sum_{i=0}^{N} |C_i(j\omega)|^2 = |F_p(j\omega)|^2 + \sum_{i=1}^{N} |C_i(j\omega)|^2 \qquad (34)$$

La figure 4 représente différentes composantes du spectre, et sa valeur totale, dont la forme complexe s'explique alors sans difficultés.

5 - MODULATION

5.1. Principe

Le signal étant constitué essentiellement d'impulsions modulées en amplitude, décalées d'un multiple de T et déphasées d'un multiple de Φ l'une par rapport à l'autre, l'ensemble des modulateurs présentés ici ont pour fonction de générer les impulsions adéquates pour former une version approchée de $S(t)$ dont l'expression est :

$$S_a(t) = \sum_n \cos(2\pi F_c t + \varphi_n) \cdot F(t - nT) \qquad (35)$$

On notera que la fonction $F(t)$ n'est pas obligatoirement égale à $F_p(t)$, bien qu'elle doive avoir la même durée.

5.2. Réalisation

5.2.1. Modulateur à impulsions (figure 5-A)

Il se compose d'un générateur d'impulsions de Dirac légèrement décalables en temps et d'un filtre de fréquence centrale F_c dont la réponse impulsionnelle a pour enveloppe $F(t)$.

Pour créer la $n^{\text{ème}}$ impulsion, le générateur envoie un Dirac dans le filtre à un instant de la forme :

$$t_n = nT + \varepsilon_n \; , \; \varepsilon_n = \frac{1}{2\pi F_c}\left[-\varphi_n - 2n\pi F_c T\right]_{\text{modulo } 2\pi} \qquad (36)$$

Tant que les décalages en temps ε_n sont suffisamment petits, ce qui est obtenu si F_c est assez grand, la forme d'onde obtenue est très voisine de celle décrite par l'équation (35).

5.2.2. Modulateur PSK modifié (figure 5-B)

Il comporte un modulateur de phase, qui module une porteuse de fréquence centrale F_c, de telle sorte que la phase soit φ_n pour $nT \leq t \leq (n+1)T$. Il est suivi d'un filtre centré sur F_c dont la réponse impulsionnelle a une enveloppe $G(t)$. Si Rect (t) est un créneau de durée T, on doit avoir la relation :

$$G(\theta) * \text{Rect}(\theta) = F(t) \qquad (37)$$

5.2.3. Modulateur "MSK modifié (figure 5-C)

Ce modulateur est utilisable avec les seules modulations d'indice 0,5. Il repose sur le même principe qu'un modulateur MSK déjà décrit dans la littérature.

Il comporte un modulateur de phase 0-π, modulant une porteuse de fréquence centrale $F_c - \frac{1}{4T}$, suivi d'un premier filtre dont la réponse impulsionnelle est centrée sur $F_c + \frac{1}{4T}$, et a pour enveloppe un créneau de durée T.

Pour un bit donné, la sortie du filtre est une impulsion de durée 2 T, de fréquence centrale F_c, dont l'enveloppe est celle de la fonction principale du MSK, M (t).

L'ensemble est suivi d'un deuxième filtre de réponse impulsionnelle centrée sur F_c, et d'enveloppe $H(t)$, de durée $(L-1)T$, définie par l'équation :

$$H(\theta) * M(\theta) = F(t) \qquad (38)$$

On montre que si la fréquence centrale F_c a pour valeur $\frac{1}{2T}(K + \frac{1}{2})$ (K entier) le signal généré est effectivement le signal désiré.

La figure 6 montre la phase et l'amplitude du signal obtenu, pour H (t) = Rect (t).

5.3. Remarques

L'ensemble des modulateurs décrits ci-dessus est bien adapté aux rythmes binaires élevés. Ils peuvent faire un large emploi des lignes acoustiques à ondes de surface (SAW).

Si nécessaire, ils peuvent être suivis d'un amplificateur limiteur car le signal généré n'a pas toujours une amplitude constante.

../...

6 - DEMODULATION

6.1. Filtrage préliminaire du signal reçu

Les démodulateurs de modulations angulaires fonctionnent généralement avec un niveau d'entrée constant; ils sont précédés d'un filtre passe-bande et d'un limiteur.

Le filtre passe-bande doit avoir une phase linéaire et une bande passante suffisamment large, pour ne pas apporter de distorsion au signal.

Sa bande passante doit de plus être telle que, lorsque le signal est au niveau minimum acceptable, le rapport signal/bruit en sortie soit supérieur à 0 dB pour ne pas être dégradé par le limiteur.

D'autre part, étant donné que le signal est essentiellement formé d'impulsions décrites par $F_p\ (t)$, le filtre adapté est en pratique celui qui a comme réponse impulsionnelle $F_p\ (-\ t)$. On assimile alors à du bruit les composantes complémentaires du signal (décrites par les fonctions $C_i\ (t)$), car elles ont une amplitude faible et limitée.

6.2. Système de démodulation

6.2.1. Egalisateur

Pour un signal modulé donné, la sortie du filtre adapté est donnée par l'expression approchée :

$$S_a(t) \simeq \sum_n e^{j\varphi_n} \cdot A_p(t-nT) \tag{39}$$

où $A_p\ (\theta)$ est l'autocorrélation de la fonction principale. Cette fonction présente l'inconvénient d'être non nulle dans l'intervalle $[-\ (L+1)\ T,\ (L+1)\ T]$: il en résulte une importante interférence intersymbole.

Le dispositif qui permet de la réduire, appelé "égalisateur", est un filtre transversal réalisé à partir d'une ligne à retard à prises espacées de T, dont les sorties sont pondérées avant sommation par des coefficients dépendant de la modulation utilisée. La sortie du sommateur représente l'entrée d'un démodulateur qui peut être du type cohérent (en pratique pour les seules modulations d'indice 0,5) ou non cohérent (quel que soit l'indice). La figure 7 représente l'ensemble du dispositif.

Les coefficients E_i de l'égalisateur, en nombre fini, sont calculés pour minimiser l'interférence intersymboles, qui se déduit alors de l'expression de la sortie de l'égalisateur :

$$S_e(t) = \sum_n e^{j\varphi_n} \Big[\sum_i E_i \cdot A_p(t-(n+i)T) \Big] = \sum_n e^{j\varphi_n} \cdot B(t-nT) \tag{40}$$

On suppose par la suite que B (t) est maximum pour $t = 0$, et l'on désigne par B_i la valeur de B (t) pour $t = iT$.

6.2.2. Démedulation non cohérente

A l'instant $t = NT$, correspondant au bit a_N, la sortie de l'égalisateur est donnée par :

$$S_e(NT) = \sum_i B_i \cdot e^{j\varphi_{N-i}} \tag{41}$$

La minimisation de l'interférence intersymboles, en ne considérant que la partie principale du signal, s'obtient en écrivant :

$$S_e(NT) = M \cdot e^{j\varphi_N} + I \tag{42}$$

où M, signal moyen utile relatif au N^{eme} bit et I, interférence intersymboles, de moyenne nulle, due aux bits voisins, sont donnés par :

$$M = \sum_i B_i \cdot (\cos\Phi)^{|i|}$$

$$\langle |I|^2 \rangle = \sum_i \sum_j B_i B_j \left[(\cos\Phi)^{|i-j|} - (\cos\Phi)^{|i|+|j|} \right] \tag{43}$$

Les coefficients E_i de l'égalisateur sont ajustés pour maximiser le rapport signal utile/interférence, $M^2 / \langle |I|^2 \rangle$.

Le démodulateur utilisé dans ce cas est du type différentiel : sa sortie est proportionnelle au sinus de la différence de phase entre deux échantillons de la sortie de l'égalisateur espacés de T, et son signe est celui des bits a_n. Elle est montrée figure 8.A (modulation MSK, égalisateur à 5 prises).

6.2.3. Démodulation cohérente (indice 0,5 seulement)

Contrairement aux systèmes classiques où l'on asservit l'oscillateur local (OL) sur la fréquence centrale F_c, on l'asservit ici sur la fréquence $F_c + \frac{1}{4T}$ si bien que si le signal était modulé par un train de bits a_n tous égaux à 1, la phase de l'OL serait égale à φ_n à l'instant nT. On montre alors que la sortie basse fréquence du démodulateur est donnée par l'expression suivante :

$$BF(t) = R_e \left[S_e(t) \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}\frac{t}{T}} \right] = R_e \left[\sum_n e^{j\left[\left(\varphi_n - n\frac{\pi}{2}\right) - \frac{\pi}{2}\left(\frac{t-nT}{T}\right) \right]} \cdot B(t-nT) \right]$$

$$BF(t) = \sum_n b_n \left[B(\theta) \cdot \cos\left(\frac{\pi\theta}{2T}\right) \right]_{\theta = t-nT} \tag{44}$$

La division se fait sur le n^{eme} bit émis, a_n, en considérant le signe b_n du signal de sortie à l'instant $t = nT$. On démontre en effet que a_n est égal au produit $b_n \cdot b_{n-1}$.

L'optimation de l'égalisateur, se fait suivant le même procédé que précédemment, en remplaçant toutefois les $B_i = B\ (iT)$ par les $C_i = B_i \cdot \cos(i\frac{\pi}{2})$

On a alors :

$$M = C_0 = B_0 \quad , \quad \langle |I|^2 \rangle = \sum_{j \neq 0} B_{2j}^2 \tag{45}$$

On notera que, pour toutes les modulations d'indice 0,5 avec $L = 1$, l'égalisateur est inutile, puisque la sortie du filtre adapté $A_p\ (t)$ est nulle pour $t \geqslant 2\ T$. L'exemple du MSK est montré figure 8-B.

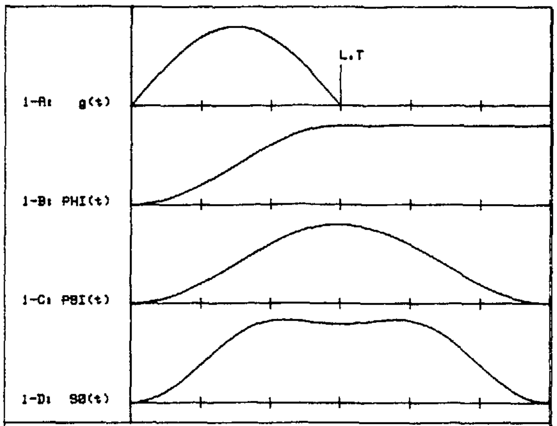

Figure 1

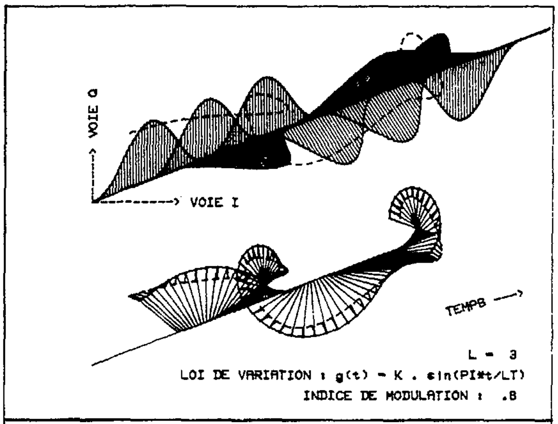

Figure 2

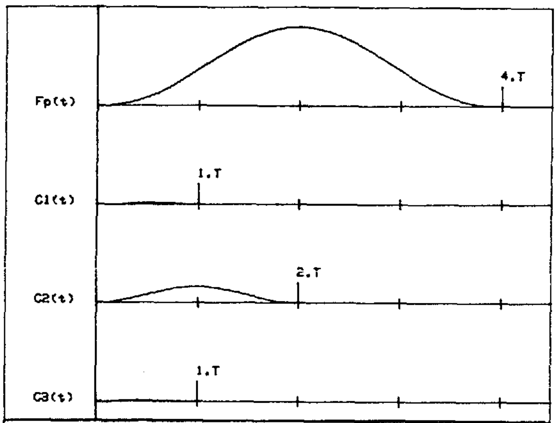

Figure 3

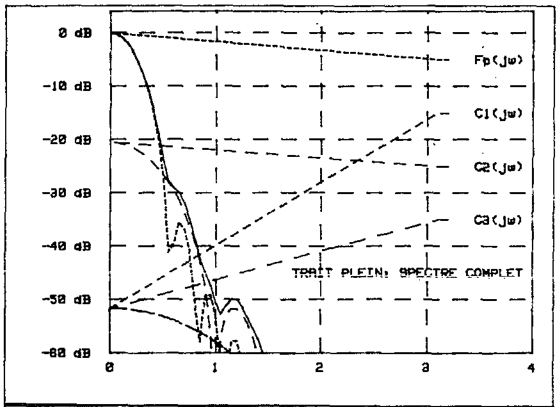

Figure 4

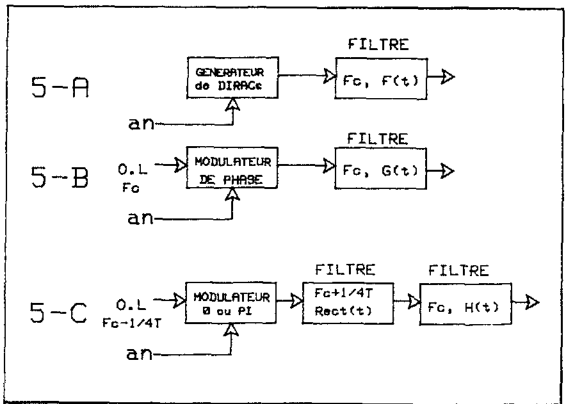

Figure 5

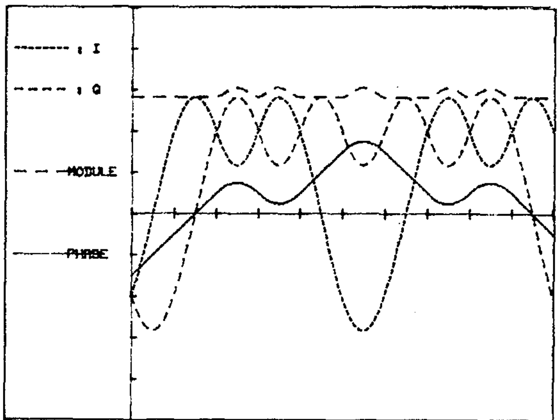

Figure 6

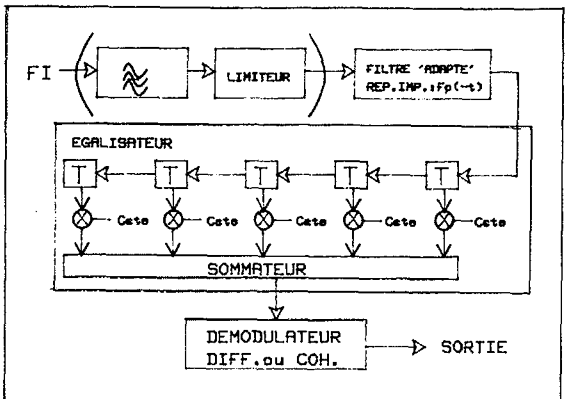

Figure 7

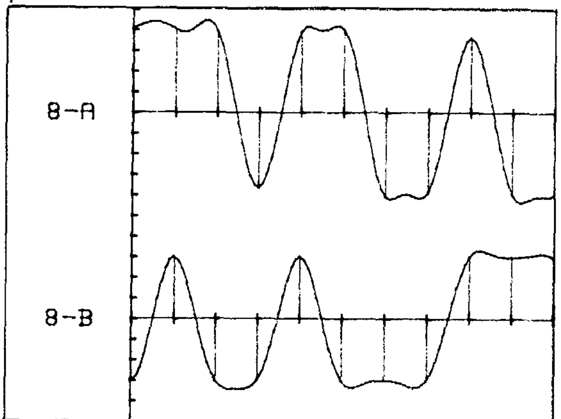

Figure 8