NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



NICE du 16 au 20 MAI 1983

JUSTIFICATION DU MODELE DES POINTS BRILLANTS. INTEGRATION DANS LE MODELE DES INTERACTIONS ENTRE DIFFERENTES PARTIES D'UNE CIBLE

Gérard CHASSAY

UNIVERSITE DE RENNES I - LABORATOIRE DE RADIOELECTRICITE - CAMPUS DE BEAULIEU - 35042 RENNES CEDEX

RESUME

Le modèle des "points brillants" souvent utilisé par les radaristes pour représenter des objectifs complexes est d'une simplicité trompeuse et son emploi sur des objets même simples, conduit parfois à des résultats décevants.

Ces mauvais résultats sont généralement explicables par la réduction trop hâtive de l'objectif à un ensemble limité de points de réflexion spéculaire : on oublie parfois les "points de diffraction" liés aux discontinuités et on néglige souvent, en raison de la complexité du problème, les contributions apportées par les réflexions multiples ; or c'est précisément ce dernier phénomène qui affecte le plus les résultats sur les ensembles d'objets simples qui servent de référence.

Dans la première partie, après avoir rappelé les principes fondamentaux qui justifient la modélisation par "points brillants", nous donnons une méthode simple de mise en évidence de ces points par analogie optique.

Dans la deuxième partie, nous explicitons le problème des réflexions multiples et établissons une nouvelle loi de composition des contributions, utilisable aux fréquences élevées, qui tient compte des images par double réflexion. Un cas concret de résultats expérimentaux est donné en exemple.

SUMMARY

The discrete scatterers model which is often used to represent complex radar targets is of a deceptive simplicity and its use on objects however simple, sometimes leads to disappointing results.

These bad results can generally be explained by the too hasty reduction of the radar target to a limited group of specular points: sometimes the "scattering points" linked to the discontinuities are forgotten and, owing to the complexity of the problem, the contributions made by multiple reflections are often neglected; now it is precisely the latter phenomenon which has the most effect on the results concerning the groups of simple scattering bodies which serve as references.

In the first part, after having recalled the fundamental principles which justify the modelization using discrete scatterers, we give a simple method of displaying experimentally these points by optical analogy.

In the second part we make clear the problem of multiple reflections and establish a new law of composition for the contributions, fit for use at high frequencies, which takes into account images caused by double reflections. A concrete example of experimental results is given.



PREMIERE PARTIE : LE MODELE DE POINTS BRILLANTS

EORMULE SIMPLIFIEE DE LA SECTION EFFICACE DE RETRODIFFUSION

La notion de point brillant est généralement introduite à partir des solutions intégrales des équations de Maxwell simplifiées par diverses hypothèses, et appliquées au problème de diffraction de la figure 1. Sur cette figure, P est le point d'observation (radar), \vec{n} et \vec{n} des vecteurs unitaires, $z = \xi(x,y)$ l'équation de la surface Σ du corps diffringent, et Γ la frontière d'ombre.

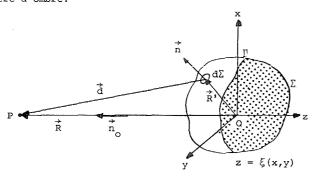


FIGURE 1

On sait alors que l'application aux équations du champ électromagnétique de l'analogue vectoriel du théorème de Green conduit aux relations de Chu-Stratton |1| que l'on peut simplifier en supposant le milieu libre de charges et de courants. Le champ magnétique diffracté \vec{H}_d s'écrit, au point d'observation P:

(1)
$$\vec{H}_{d}(P) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} (-j\omega\epsilon \left[\vec{n}\Lambda\vec{E}_{s}\right]\psi_{o} + \left[\vec{n}\Lambda\vec{H}_{s}\right]\Lambda\nabla\vec{\psi}_{o} + (\vec{n}.\vec{H}_{s}).\nabla\vec{\psi}_{o}) d\Sigma$$

dans cette équation, $\overset{\rightarrow}{\mathbf{E}}_{\mathbf{S}}$ et $\overset{\rightarrow}{\mathbf{H}}_{\mathbf{S}}$ sont les champs sur la

surface
$$\Sigma$$
, et $\psi_0 = \frac{e^{jk |\vec{R} - \vec{R}'|}}{|\vec{R} - \vec{R}'|}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, la fonction

de Green en espace libre. Il est important de noter que $\stackrel{\cdot}{E}$ et $\stackrel{\cdot}{H}$ étant fonction du champ diffracté la résolution de l'équation (1) est difficile dans le cas général.

Première hypothèse : les champs sont nuls sur la partie non illuminée du corps.

Cette supposition, valable si les dimensions de l'objet sont très grandes par rapport à λ, permet

(2)
$$\vec{H}_{d}(P) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} (-j\omega\epsilon \left[\vec{n}\vec{\Lambda}\vec{E}_{s}\right]\psi_{o} + \left[\vec{n}\vec{\Lambda}\vec{H}_{s}\right]\Lambda\nabla\vec{\psi}_{o} + (\vec{n}\cdot\vec{H}_{s}).\nabla\vec{\psi}_{o} d\Sigma - \frac{1}{j4\pi\omega\mu} \oint_{\Gamma} (\nabla\vec{\psi}_{o})\vec{E}_{s}d\vec{k}$$

où Σ' désigne seulement la partie illuminée de Σ . La formule (2) est utilisable également pour une surface Σ ' ouverte suivant le contour Γ .

Deuxième hypothèse : |R >> |R'

L'onde incidente est supposée plane. Il en résulte que le champ incident satisfait $|\vec{E}_{\underline{i}}| = \sqrt{\mu/\epsilon} |\vec{R}_{\underline{i}}|$ et que

$$\nabla \psi_{o}^{\dagger} = -\left| jkn_{o}^{\dagger} e^{jk |\vec{d}|} \right| / |\vec{R}|$$
. En désignant par \vec{e}_{s} et \vec{h}_{s} les

champs de surface normalisés par rapport aux amplitudes

des champs incidents, et en appliquant la formule de Stokes à l'intégrale curviligne, on obtient :

Stokes à l'intégrale curviligne, on obtient :
(3)
$$\overrightarrow{H}_{d}(P) \approx \frac{j |\overrightarrow{H}_{1}| e^{2jk} |\overrightarrow{R}|}{2\lambda |\overrightarrow{R}|} \iint_{\Sigma} (\overrightarrow{n} \wedge \overrightarrow{h}_{s} + (\overrightarrow{n} \wedge \overrightarrow{h}_{s}) \wedge \overrightarrow{n}_{o} + (\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{h}_{s}) \cdot \overrightarrow{n}_{o}) e^{2jk\xi(x,y)} d\Sigma$$

La contribution de la frontière Γ , toujours présente dans la relation (3) n'y figure plus sous forme explicite. Ceci est une cause d'erreur lors de la définition ultérieure des points brillants, car cette contribution peut se manifester sous forme de points virtuels ... toujours

<u>Troisième hypothèse</u> : les rayons de courbures de Σ sont, en tout point de Σ' , très supérieurs à λ .

On suppose alors la surface localement plane, et les lois de Descartes permettent de transformer (3) en intégrale définie, plus facile à résoudre. Dans le cas d'une surface parfaitement conductrice, on a :

$$\vec{n} \vec{\Lambda} \vec{E}_{S} = 0$$
 , $\vec{n} \cdot \vec{H}_{S} = 0$, $\vec{n} \vec{\Lambda} \vec{H}_{S} = 2\vec{n} \vec{\Lambda} \vec{H}_{I}$

 $\vec{n} \vec{\Lambda} \vec{e}_{s} + (\vec{n} \vec{\Lambda} \vec{h}_{s}) \vec{\Lambda} \vec{n}_{o} + (\vec{n} \cdot \vec{h}_{s}) \vec{n}_{o} = \left[\vec{n} \vec{\Lambda} (\vec{h}_{i} - [\vec{h}_{i} \cdot \vec{n}] \vec{n}) \right] \vec{\Lambda} \vec{n}_{o} = (\vec{n}_{o} \cdot \vec{n}) \vec{h}_{i}$ En remarquant que $\vec{n}_{o} \cdot \vec{n} d\Sigma$ est la projection ds de $d\Sigma$ sur le plan xoy, on obtient enfin :

(4)
$$\vec{H}_{d}(P) \sim -j \frac{\vec{H}_{i}}{\lambda} \cdot \frac{2jk|\vec{R}|}{|\vec{R}|} \iint_{\{D\}} e^{2jk\xi(x,y)} dxdy$$

où {D} est le domaine du plan xoy intérieur à la projection sur ce plan de la frontière Γ .

Il est important de remarquer que cette dernière hypothèse exclut totalement la présence de singularités (pointes, arêtes, etc ...) de la surface dans la zone éclairée. Il sera cependant possible de calculer par une autre méthode les contributions des singularités éventuelles et de les introduire artificiellement dans le modèle sous forme de "points de diffraction".

La définition classique de la S.E.R. donne alors :

La définition classique de la S.E.R. donne alors (5)
$$\sigma = \lim_{\substack{\downarrow \\ |\vec{R}| \to \infty}} 4\pi |\vec{R}|^2 \left[\frac{|\vec{H}_d|}{|\vec{H}_i|} \right]^2 = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| \iint_{\{D\}} e^{2jk\xi(x,y)} dxdy \right|^2$$

B - POINT BRILLANT SPECULAIRE - POINT BRILLANT VIRTUEL

Nous supposons que la portion Σ' de Σ contient un point P (x ,y , \xi) tel que :

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)_{p_{_{\text{\tiny O}}}} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)_{p_{_{\text{\tiny O}}}} = 0 \quad . \ \, P_{_{\text{\tiny O}}} \ \, \text{est un point de réflexion} \\ \text{spéculaire.}$$

B1 : Raisonnement classique conduisant à la notion de point brillant.

tout point de Σ ', la méthode de la phase stationnaire 2 , permet d'obtenir simplement une expression asymptotique de la relation (5). On sait que dans ces conditions, seul le voisinage $\{\delta\}$ de p contribue de façon significative à la valeur de l'intégrale, aussi peut-on remplacer $\xi(x,y)$ par son développement de Taylor.

En posant :
$$x = x_0 + x_i$$
 et $y = y_0 + y_i$, on a :

(6)
$$\xi(x,y) = \xi_0 + \frac{x_i^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x_i^2} \right) + \frac{y_i^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial y_i^2} \right) + \frac{x_i y_i \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x_i \partial y_i} \right)_{OO} + \dots$$

On reconnaît une forme quadratique que l'on peut rapporter à ses directions principales par rotation d'un angle α du système d'axes ox y_i . Si ox y_i' désigne le système d'axes après rotation on peut écrire :

(7)
$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda \to 0} \begin{vmatrix} 2jk\xi_0 & \iint_{\delta} e^{jk} \left[\frac{x_{,i}^2}{\rho_1} + \frac{y_{,i}^2}{\rho_2} + \ldots \right]_{dx_{i}^1 dy_{i}^1} \end{vmatrix}^2$$

où ρ_1 et ρ_2 sont les rayons de courbure principaux de Σ en 1 P. L'intégrale double s'exprime sous forme d'un produit d'intégrales de Fresnel et on obtient :

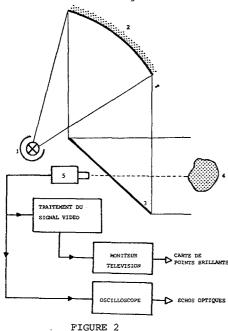
(8)
$$\sigma_{\lambda \to 0} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| \frac{\lambda}{2} \sqrt{|\rho_1| |\rho_2|} \right| e^{2jk (\xi_0 + \varepsilon(\lambda))} \right|^2$$

où $\epsilon(\lambda)$, fonction des signes de ρ_1 et ρ_2 , tend rapidement vers O. On retrouve la relation classique $\sigma = \pi \left| \rho_1 \right| \left| \rho_2 \right|$. On dit alors que la contribution à la S.E.R. de la surface Σ' est celle d'un point brillant de S.E.R. σ_0 , localisé en P_0 .

Dans le cas de N points spéculaires \mathbf{P}_{oi} , on obtient :

(9)
$$\sigma = \left| \sum_{j=1}^{N} \sqrt{\sigma_{j}} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\xi_{0j}} \right|^{2} = \sum_{j=1}^{N} \sigma_{j} + 2\sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^{N} \sqrt{\sigma_{j}\sigma_{k}} \cos \left[\frac{4\pi}{\lambda} (d_{jk}, \dot{n}_{0}) \right]$$

avec $d_{jk} = R_j^{\dagger} - R_k^{\dagger}$. Cette formule montre que la S.E.R. contient $N(N=1)/2^k$ fonctions d'interférences entre les points brillants spéculaires pris deux à deux, et nous avons montré |3|, |4|, |5|, le grand intérêt de cette décomposition pour retrouver les points P_{oi} à partir du diagramme de S.E.R. de l'objet.



1 - lampe de forte puissance

2 - réflecteur parabolique

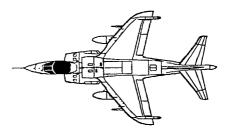
3 - miroir sans tain

4 - cible

5 - caméra de télévision

La localisation de l'énergie rétrodiffusée au voisinage immédiat des points P peut être utilisée pour déterminer simplement les points brillants d'un objet complexe par simple manipulation optique. Nous avons réalisé à cet effet, un banc d'étude assurant l'éclairage d'objets par un faisceau de lumière blanche parallèle de forte section et permettant de mettre en évidence le modèle de points brillants associé par circuit de télévision et traitement du signal vidéo.

L'expérimentation décrite sur la figure 2 et l'emploi de la relation (9) permettent de calculer de façon approchée les diagrammes de section efficace radar.



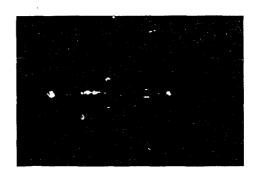


FIGURE 3 - UN EXEMPLE DE RESULTATS OBTENUS SUR MAQUETTE D'AVION

B2 : Cas où le raisonnement précédent ne s'applique pas

Prenons le cas d'une surface ouverte définie par :

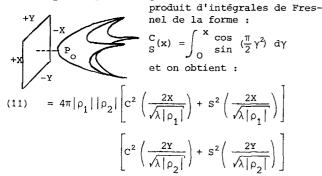
 $\xi(x,y) = \alpha x^n + \beta y^p$. En posant $u^n = 2k\alpha x^n$ et $v^p = 2k\beta y^p$ la relation (5) s'écrit :

(10)
$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} (2k\alpha)^{-\frac{1}{2n}} (2k\beta)^{-\frac{1}{2p}} \left| \iint\limits_{\{p'\}} e^{j(u^n + v^n)} dudv \right|^2$$

Posons n = p = 2, α = $1/\rho_1$, β = $1/\rho_2$. $\xi(x,y)$ représente un paraboloïde elliptique de rayons de courbure principaux ρ_1 et ρ_2 à l'origine.

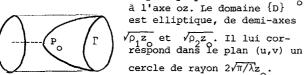


<u>Premier cas</u>: nous supposons le paraboloîde limité par une section à projection rectangulaire de côtés X et Y dans le plan xoy. L'intégrale double se réduit à un



$$\frac{\mathbf{x}_{\min}}{\sqrt{\lambda |\rho_{1}|}} = \left\{ \pi\sqrt{2} \left[\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1+\frac{\lambda |\rho_{2}|}{2\pi^{2}\mathbf{y}_{\min}^{2}} + \frac{\sqrt{2\lambda |\rho_{2}|}}{\pi |\mathbf{y}_{\min}|}} - 1 \right] \right\}^{-1}$$
suffisent à garantir :
$$\left| \frac{\Delta \sigma}{\pi |\rho_{1}| |\rho_{2}|} \right| \leqslant \varepsilon$$

Deuxième cas : le paraboloîde est supposé limité par un plan perpendiculaire en z à l'axe oz. Le domaine $\{D\}$



La relation (10) contient alors l'intégrale de Cayley 6 qui, dans ce cas précis ne tend vers aucune limite. Le résultat obtenu est :

(12) $\sigma = 2\pi |\rho_1| |\rho_2| \left(1-\cos\frac{4\pi z_0}{\lambda}\right)$. Si $\lambda\!\!\to\!\!0$, la S.E.R. oscille autour de $\pi |\rho_1| |\rho_2|$ et le point P n'est plus défini, mais on peut conserver la modélisation par points brillants en supposant que ce phénomène résulte de la présence d'un point virtuel P' situé au centre de la section, et qui interfère avec P₀.

C - DEVELOPPEMENT DE LA FORMULE SIMPLIFIEE (5)

Si Σ ' contient N points spéculaires P oi, on peut décomposer le domaine $\{D\}$ en N domaines $\{D_i\}$ juxtaposés, contenant chacun un seul extrémum. En effectuant N changements de variables locaux : $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{0} + \rho_i^{\dagger} \cos \theta_i^{\dagger}$ et $\mathbf{y} = \mathbf{y}_{0} + \rho_i^{\dagger} \sin \theta_i^{\dagger}$, la formule (5) s'écrit :

(13)
$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| \sum_{i=1}^{N} \int_{0}^{2\pi} \int_{\xi_{ci}}^{z_i(\theta_i^i)} e^{2jk\xi_{oi}} w_i(\xi,\theta_i^i) d\xi d\theta_i^i \right|^2$$

avec W = $\rho_i^i \frac{\partial \rho_i^i}{\partial \xi}$ et où z $_i(\theta_i^i)$ désigne la limite longitudinale d'un domaine $\{\textbf{D}_i^i\}$.

En posant
$$I_{oi}(\theta_i^{\bullet}) = \begin{cases} z_i(\theta_i^{\bullet}) & 2jk\xi_{oi} \\ \xi_{oi} & W_i \in d\theta_i^{\bullet} \end{cases}$$

on peut montrer que :

(14)
$$I_{ni}(\theta_{i}^{!}) = \frac{1}{2jk} \left[\frac{\partial^{n} w_{i}}{\partial \xi^{n}} e^{2jk\xi} \right]_{\xi_{0i}}^{z_{i}(\theta_{i}^{!})} - I_{(n+1)i}(\theta_{i}^{!})$$

et par report dans (13), on obtient :

$$\sigma = \frac{1}{4\pi} \left[-\sum_{i=1}^{N} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{j\lambda}{4\pi} \right)^n \right\}_{0}^{2\pi} \left[\frac{\partial}{\partial \xi^n} \left(\rho_i^{i} \frac{\partial \rho_i^{i}}{\partial \xi} \right) \right]_{\xi_{0i}} d\theta_i^{i} \right\} e^{\frac{j4\pi}{\lambda} \xi_{0i}}$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{j\lambda}{4\pi}\right)^n \!\! \int_0^{2\pi} \left[\!\! \frac{\partial}{\partial \xi^n} \left(\rho \, \frac{\partial \rho}{\partial \xi}\right) e^{j \, \frac{4\pi}{\lambda} \, \xi} \!\! \right]_{\Gamma(\theta)} \!\! d\theta \, \left|^2\right.$$

Le premier terme rassemble les contributions des N points P . Chaque contribution peut ou non dépendre de λ suivant la caractéristique $\rho_1^!(\xi)$ de la surface au voisinage de l'extrémum considéré.

Le deuxième terme est la contribution de la frontière Γ . L'évaluation des intégrales par la méthode de la phase stationnaire montre que la contribution de Γ est évanescente sauf si Γ est contenue dans un plan perpendiculaire à la direction d'incidence.

Dans ce cas, le deuxième terme se met sous la forme : j $\frac{4\pi}{3}$ $\xi_{\rm p}$

 $\sqrt{\sigma_p}$ e ce qui est équivalent à la contribution d'un point fictif, dont l'existence revient à ajouter N fonctions d'interférences dans un développement comme celui de la formule (9).

DEUXIEME PARTIE : INTERACTION ENTRE DIFFERENTES PORTIONS DE L'OBJET DIFFRINGENT

Pour améliorer les résultats obtenus il convient de tenir compte en outre des contributions supplémentaires apportées par :

- les singularités de la surface (arêtes, coins, pointes, ...). Ces contributions, calculables par différentes méthodes, dépendent de la fréquence, et de nombreuses formules approchées ont été publiées pour les représenter.
- les réflexions multiples. Les réflexions multiples sont observables avec le système décrit précédemment, par amplification logarithmique du signal vidéo ou par forte augmentation du contraste, ce dernier procédé ayant pour inconvénient de produire un écrêtage des échos dus aux réflexions simples.

Si nous désignons par \vec{n} , les normales orientées aux points P de la surface Σ et par $\overset{\rightarrow}{1}$ le vecteur unitaire pris sur la direction de propagation du champ incident, en P $_{ON}$, il y aura retour dans la direction du radar d'un signal après N réflexions (figure 4) si :

(16)
$$\vec{i}_{2} = \vec{i}_{1} - 2(\vec{i}_{1} \cdot \vec{n}_{1}) \vec{n}_{1} \\
\vec{i}_{3} = \vec{i}_{2} - 2(\vec{i}_{2} \cdot \vec{n}_{2}) \vec{n}_{2} \\
\cdot \\
\cdot \\
\vec{i}_{N+1} = \vec{i}_{N} - 2(\vec{i}_{N} \cdot \vec{n}_{N}) \vec{n}_{N}$$
et
$$\vec{i}_{N+1} = -\vec{i}_{1}$$

Si les relations (16) sont satisfaites simultanément, les deux points P $_{\hbox{\scriptsize Ol}}$ et P $_{\hbox{\scriptsize ON}}$ se comporteront comme deux images brillantes d'existence liée, de phases égales, dont les contributions pourront être rassemblées sous forme d'un terme unique supplémentaire à ajouter dans la relation de composition (9).

Le problème revient à déterminer deux inconnues : la position d'un point brillant fictif, équivalent aux images P_{O1}, P_{ON}, et le facteur d'amplitude correspondant, c'est-à-dire la S.E.R. du point équivalent.

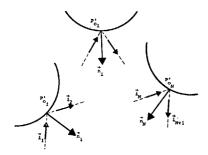


FIGURE 4

Nous avons résolu ce problème dans le cas d'une structure plane en utilisant l'approximation de l'optique géométrique et montré |7| que pour tenir compte des interactions, la relation (9) doit être complétée comme suit :

$$(17) \sigma = \left| \sum_{j=1}^{N} \sqrt{\sigma_{j}} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} \xi_{\text{oj}}} + \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^{N} \alpha_{jk} e^{j \delta_{jk}} \right|^{2}$$

Cette formule contient N(N+1)/2 termes supplémentaires, chaque terme nouveau rassemblant la contribution de deux images par double réflexion sous forme d'un point fictif anisotrope de S.E.R. équivalente $\sigma_{jk}=\alpha_{jk}^2$.

Dans cette équation nous avons posé :

$$\begin{split} \alpha_{jk} &= \left[\frac{|\rho_{sj,j}||\rho_{sj,j}| \, \sigma_k}{4 \left[\frac{|\rho_{sk,j}|}{2} + \left|\overrightarrow{d_{P_jP_k}}\right|\right] \left[\frac{|\rho_{sj,j}|}{2} + \left|\overrightarrow{d_{P_jP_k}}\right|\right]}\right]^{1/2} + \\ & \left[\frac{|\rho_{sk,j}||\rho_{sk,j}| \, \sigma_j}{4 \left[\frac{|\rho_{sj,j}|}{2} + \left|\overrightarrow{d_{P_jP_k}}\right|\right] \left[\frac{|\rho_{sk,j}|}{2} + \left|\overrightarrow{d_{P_jP_k}}\right|\right]}\right]^{1/2} \\ \text{et} \\ \delta_{jk} &= k[\overrightarrow{d_{iP_k}} + \overrightarrow{d_{iP_j}}] \, \vec{n}_0 + \left|\overrightarrow{d_{iP_j}} - \overrightarrow{d_{iP_k}}\right|, \end{split}$$

où i est un point arbitraire du plan et ρ_{sj} et ρ_{sj} les rayons de courbure principaux au point brillant spéculaire P de la S.E.R. σ_{j} . Le développement de (17) conduit \tilde{a} :

$$\sigma = \sum_{j=1}^{N} \sigma_{j} + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^{N} [\sigma_{j} \sigma_{k}]^{1/2} [\cos \varphi_{j} - \varphi_{k}]$$

$$+ \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^{N} \alpha_{jk}^{2} + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{q=j+1}^{N-1} \sum_{p=j+2}^{N} \alpha_{jq} \alpha_{jp} \cos[\delta_{jq} - \delta_{jp}]$$

$$+ 2 \sum_{j=1}^{N-2} \sum_{i=j+1}^{N-1} \sum_{j=k+1}^{N} \sum_{l=l+1}^{N} \alpha_{jk} \alpha_{ll} \cos[\delta_{jk} - \delta_{ll}]$$

$$+ 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^{N} \sum_{l=1}^{N} \alpha_{jk} [\sigma_{l}]^{1/2} \cos[\delta_{jk} - \varphi_{l}],$$

$$\frac{1}{3}$$

avec
$$\phi_{p} = 2k \, d_{ip} \cdot n_{o}$$

On reconnaît l'expression (9) sous forme du terme 1 représentant N points brillants de S.E.R. (σ_j) et N(N-1)/2 fonctions d'interférence entre ces points pris deux à deux. A ce terme, correspondant à la S.E.R. sans couplage, on doit ajouter les quatre sommes des termes 2 et 3, représentant le couplage par double réflexion et dont les significations sont les suivantes :

Expression 2 : N(N-1)/2 "points brillants" fictifs de S.E.R. équivalente $\sigma_{jk} = \alpha^2$ et $(N^2-N)(N^2-N-2)/8$ fonctions d'interférences entre les points fictifs de couplage pris deux à deux ;

Expression 3 : $N^2 (N-1)/2$ interférences entre les N "points brillants" et les N(N-1)/2 points fictifs.

La figure 5 montre la variation du nombre de termes supplémentaires des expressions 2 et 3 avec le nombre N de points brillants. L'augmentation très rapide de ces nombres rend pratiquement le calcul impossible si la structure comporte plus de 4 ou 5 points brillants simultanément (30 points brillants conduiraient à 108 315 fonctions faisant intervenir 216 195 paramètres ...)

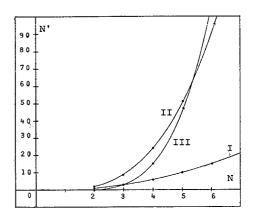


FIGURE 5

Les solutions recherchées en pratique sont cependant assez faciles à obtenir car nous avons montré $\lfloor 8 \rfloor$ que le nombre de points brillants intervenant simultanément, de façon significative, sur un intervalle angulaire donné, est toujours très faible par rapport au nombre total de points brillants de l'objet.

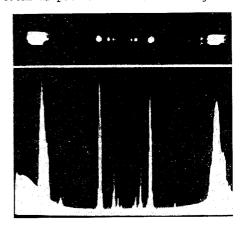


FIGURE 6



Une observation optique peut mettre en évidence les images par double réflexion sous forme de N(N-1) points supplémentaires, et par traitement de l'image il est possible d'extraire également des points par triple et quadruple réflexion que nous n'avons pas considérés ici. La figure 6 donne le cas d'un ensemble de deux sphères métalliques rapprochées.

Dans ce cas particulier, en désignant par ρ_i et ρ_i les rayons des deux sphères, d_i la distance entre centres et θ l'angle d'incidence ij de la droite joignant les deux centres, la relation (17) s'écrit :

(19)
$$\sigma(\theta) = \left| \pi \rho_i^2 e^{-i\frac{4\pi}{\lambda}\rho_i} + \pi \rho_j^2 e^{-i\frac{4\pi}{\lambda}[d_{ij}\cos\theta + \rho_j]} + \alpha_{ij}^2 e^{i\delta t_j} \right|^2$$

avec *

$$\begin{split} \delta_{ij} &= \frac{2\pi}{\lambda} d_{ij} \left\{ 1 - \cos\theta + \frac{1}{p_j} [1 - \sin(\theta - \alpha(\theta))] - \frac{1}{p_i} \cos(\theta - \alpha(\theta)) + \frac{\mathbf{d}_{ij}(\theta)}{d_{ij}} \right\}, \end{split}$$

où l'on a posé : $p_i = \frac{d_{ij}}{\rho_i}$, $p_j = \frac{d_{ij}}{\rho_j}$ et où $\alpha(\theta)$ est solution de l'équation transcendante :

$$\sin \left[2 \alpha(\theta) - \theta\right] = \frac{1}{p_{J}} \cos \left[\alpha(\theta) - \theta\right] + \frac{1}{p_{I}} \sin \left[\alpha(\theta) - \theta\right], \quad \left|\alpha(\theta)\right| < \pi/2,$$

On en déduit :

$$(20) \qquad \sigma(\theta) = \sigma_{t} + \sigma_{J} + 2\sqrt{\sigma_{t}\sigma_{J}}\cos\left\{\frac{4\pi}{\lambda}d_{tJ}[\cos\theta + p_{tJ}]\right\} + \left[\frac{\rho_{t}\sqrt{\sigma_{J}}}{\rho_{t} + 2d_{t_{12}}(\theta)} + \frac{\rho\sqrt{\sigma_{t}}}{\rho_{J} + 2d_{t_{12}}(\theta)}\right]^{2} + 2\left[\frac{\rho_{t}\sqrt{\sigma_{t}\sigma_{J}}}{\rho_{t} + 2d_{t_{12}}(\theta)} + \frac{\rho_{J}\sigma_{t}}{\rho_{J} + 2d_{t_{12}}(\theta)}\right]\cos\left\{\frac{4\pi}{\lambda}\rho_{t} + \delta_{tJ}\right\} + 2\left[\frac{\rho_{t}\sigma_{J}}{\rho_{t} + 2d_{t_{12}}(\theta)} + \frac{\rho_{J}\sqrt{\sigma_{t}\sigma_{J}}}{\rho_{J} + 2d_{t_{12}}(\theta)}\right] \times \cos\left\{\frac{4\pi}{\lambda}d_{tJ}\cos\theta + \rho_{J}\right] + \delta_{tJ}\right\}.$$

Les trois derniers termes représentent respectivement la S.E.R. du point équivalent de couplage et ses interférences avec les points spéculaires $\mathbf{P_i}$ et $\mathbf{P_i}$.

Les résultats obtenus par la relation (20) sont toujours en bon accord avec les résultats expérimentaux et décrivent très bien les phénomènes même lorsque les sphères sont en contact. Nous donnons sur la figure 7 une illustration de cette correspondance avec un exemple de mesures effectuées en bande K au Laboratoire de Radioélectricité de l'Université de Rennes I. 9

Il est à noter que le signal de fréquence élevée et de faible amplitude visible sur l'enregistrement réel correspond à des légères vibrations introduites par le système de rotation par l'intermédiaire des fils de suspension des deux sphères.

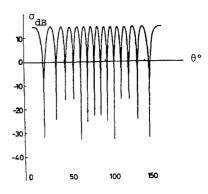


FIGURE 7a - CALCUL DE LA S.E.R. D'UN BIBOULE SYMETRIQUE $(\rho_i = \rho_j = 1.5 \text{ cm}, d_{ij} = 3.5 \text{ cm}, f = 30 \text{ GHz})$ à l'aide de la rélation classique (9) . (valable hors des zones d'ombre).

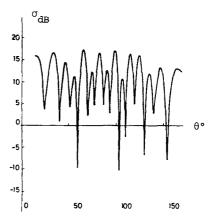


FIGURE 7b - CALCUL DE LA S.E.R. AVEC LA RELATION (20). (valable hors des zones d'ombre)

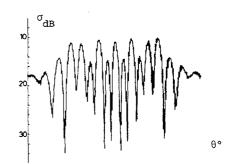


FIGURE 7c - RESULTAT EXPERIMENTAL

BIBLIOGRAPHIE

- |1| STRATTON (J.A.). Théorie de l'électromagnétisme. Dunod, 1961.
- FELSEN (B.), MARCUVITZ (N.). Radiation and scattering of waves. Prentice Hall, 1973.
- 3 CHASSAY (G.), SAILLARD (J.). Analysis of R.C.S. diagram of target in Tchebyshev polynomial space. Electronics Letters, U.K. (14th August 1980), 16. n° 17
- [4] SAILLARD (J.), CHASSAY (G.). Determination of viewing aspect window of R.C.S. diagram for recognition of isotropic linear target. Electronics Letters, U.K. (19th February 1981), 17, n° 4.

L'étude des ensembles de deux sphères identiques ou non, est traitée de façon détaillée dans |10|.



- | 5 | SAILLARD (J.), CHASSAY (G.). Recognition of isotropic plane target from R.C.S. diagram. Electronics Letters, U.K. (11th June 1981), 17, n° 12.
- | 6 | BASS (J.). Cours de mathématiques. Masson, 1956
- [7] CHASSAY (G.). Use of point contributors model for a radar target taking into account mutual coupling by double refection. Electronics Letters, U.K., (30th September 1982), 18, n° 20.
- |8| CHASSAY (G.), LAUNAY (G.), MEVEL (J.Y.),
 SAILLARD (J.). Contribution à l'étude de la
 reconnaissance des formes au radar. GRETSI, 1979
- [9] CHASSAY (G.). Ray analysis of mutual coupling between point scatterers in R.C.S. diagram. Electronics Letters, U.K., (24th June 1982), 18, n° 13.
- [10] CHASSAY (G.). Introduction des doubles réflexions dans le modèle des points brillants. Application à un système de deux sphères couplées parfaitement conductrices. Annales des Télécommunications, 37, n° 11-12, 1982.

