

NICE du 16 au 20 MAI 1983

UNE METHODE RECURSIVE DE STEREOSCOPIE PASSIVE APPLICABLE A DES
STRUCTURES CURVILIGNES

A. AYOUN - C.A. DARMON

S.A. MATRA - BP 1 - 78146 VELIZY CEDEX

INRIA - Domaine de Voluceau - BP 105 - ROCQUENCOURT
78150 LE CHESNAY

RESUME

Une nouvelle méthode de reconstruction en 3D de structures curvilignes à partir de deux projections stéréoscopiques est présentée. La mise en correspondance des éléments des courbes projetées sur les deux images est réalisée récursivement ligne par ligne d'image. Un algorithme de type filtre de Kalman est utilisé pour estimer la position de l'élément de courbe à la ligne courante. Ensuite, la plupart des éléments de courbes projetés peuvent être affectés sans ambiguïté à la courbe 3D, pourvu que les éléments de courbes soient situés à l'intérieur d'une zone de recherche centrée sur l'estimée a priori de la courbe. Quand le bas de l'image est atteint, la structure 3D est complètement reconstruite.

SUMMARY

A new method for 3D reconstruction of curve structures from two stereoscopic projections is presented. Matching of the corresponding curve elements in the two images is recursively achieved in successive image lines. A Kalman type filter is used for estimating the curve location in the current line. Then, most of the projected curve elements are affected to the curve without ambiguity provided that the curve elements are located inside a search area, centered on the curve a priori estimation. When the bottom of the images is reached, the 3D curve structure is reconstructed.



1- INTRODUCTION

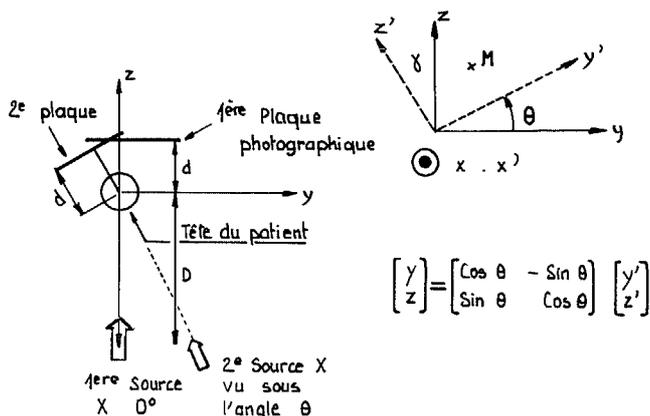
Le problème de la reconstruction en 3 dimensions d'un réseau d'artères du cerveau à partir de radiographies (angiographies) a été posé ces dernières années par des neurochirurgiens (1)-(6). Le réseau d'artères est rendu visible dans les angiogrammes grâce à un produit de contraste injecté dans une des artères principales (carotide). Différentes radiographies sous plusieurs angles sont alors prises. Le même réseau d'artères apparaît alors sur les différents clichés, et présente une structure d'arbre. Les artères principales peuvent être facilement reconnues sur les différents clichés. Du fait de la circulation du sang, le produit de contraste se propage entre deux clichés consécutifs et des différences apparaissent au niveau des petits vaisseaux. Jusqu'à présent, la reconstruction 3D est effectuée manuellement, éventuellement assistée par des instruments stéréo optique.

Nous présentons ici un algorithme de reconstruction en 3D de courbes à partir de deux projections voisines. Les courbes ont été auparavant squelettisées dans chacune des projections. Pour simplifier, la projection conique est approximée par une projection orthogonale. Par suite, des tranches horizontales parallèles se projettent en des lignes horizontales. Il en résulte que les lignes des deux images peuvent être mises en correspondance et le problème de reconstruction est réduit à un problème 2D à chaque ligne. Une mise en correspondance approximative des deux images permet de définir un repère de référence 3D commun. L'association des éléments de courbes projetés dans les deux images est exécutée successivement ligne après ligne. L'algorithme est fondé sur le principe du filtre de Kalman, en utilisant un modèle simple pour les courbes 3D. Le modèle traduit des hypothèses de continuité sur la forme des courbes, de façon statistique. Chaque paire de points projetés (éléments de courbe) constitue un point 3D qui peut être associé à une courbe suivie. Si le point appartient à une zone de recherche (à 2 D) autour de l'estimée a priori du point de la courbe, on peut affecter ces points projections à la courbe suivie. Ligne après ligne, on reconstruit ainsi la structure 3D.

2- FORMATION D'IMAGE

2-1 Notations et repères

Moyennant l'hypothèse simplificatrice que les sources X sont à l'infini, on considère que les projections sont des projections orthogonales et non des projections coniques. On définit le sens horizontal comme celui des lignes de l'image. Les prises de vues correspondent par rotation autour d'un axe vertical. Les prises de vues considérées sont prises sous des angles voisins.



On définit les repères de projection (x, y, z) correspondant à l'image à 0° (gauche) et (x', y', z') correspondant à l'image vue sous l'angle (droite). L'axe $x(=x')$ définit la verticale et l'indice des lignes des deux images. L'axe z est la profondeur.

Un point M vu dans les deux images à la ligne x aura pour projection :

$$\text{- dans l'image gauche } y \text{ (au lieu de } y \times \frac{1}{1 - \frac{z}{D}})$$

$$\text{- dans l'image droite } y' = \cos \theta y + \sin \theta z \text{ (au lieu de } \frac{y \cos \theta + z \sin \theta}{1 + \frac{y \sin \theta - z \cos \theta}{D}})$$

La reconstruction est alors aisée dès que l'on sait associer les points projections correspondants : y est lu directement dans l'image gauche et $z = \frac{y' - \cos \theta y}{\sin \theta}$

2-2 Précision de reconstruction

La précision de la reconstruction est limitée par la précision de la prise d'image : on suppose que les abscisses y et y' sont entachées d'erreurs indépendantes de même variance σ

$$\text{- image gauche } u = y + w_1$$

$$\text{- image droite } v = \cos \theta y + \sin \theta z + w_2$$

L'erreur de reconstruction sur y est d'écart-type σ , tandis qu'elle est sur z de :

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_y} = \frac{\sqrt{1 + \cos^2 \theta}}{\sin \theta} \sigma$$

$$\text{soit : } \frac{\sigma_z}{\sigma_y} = \sqrt{1 + 2 \cot^2 \theta}$$

Dans le cas usuel d'un angle $\theta = 6^\circ$, le rapport $\frac{\sigma_z}{\sigma_y}$ est donc voisin de 14.

On ne peut donc pas s'attendre à une très bonne résolution en profondeur d'après une seule image. Idéalement, la meilleure précision s'obtiendrait avec deux vues à 90° mais alors le problème de la reconnaissance des points n'est généralement pas possible (sauf convention de dessin industriel).

2-3 Problème de la reconnaissance

Sous deux angles voisins, les images projetées se ressemblent. Cela est dû à la continuité des objets 3D projetés. Il est donc possible dès que l'on connaît la position approximative d'un point 3D de rechercher sa projection dans les deux images. En fait certaines ambiguïtés restent insolubles si l'on n'utilise pas une procédure de propagation de l'information de position.

2-3-1 Décision à chaque ligne d'image

On utilise le diagramme (u, v) . Un point 3D de la tranche x est représenté par un couple (u, v) . Lorsque l'on a deux couples (u, v) , (u', v') une ambiguïté peut se présenter entre les associations $(u, v')(u', v)$ et $(u, v)(u', v')$. On peut utiliser simplement l'information a priori en n'associant que les points possibles dans le voisinage d'une prédiction (\hat{y}, \hat{y}') correspondant à une assez forte probabilité.

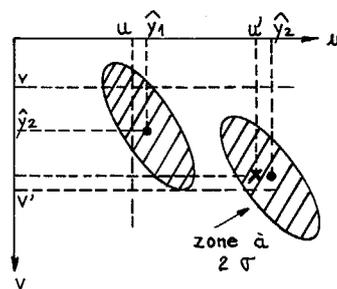


Figure 1 : les ellipses représentent les zones à 1σ de la probabilité a priori, centrées en (\hat{y}_1, \hat{y}_2) , un point (u, v) à l'intérieur de la zone de prédiction est susceptible d'appartenir à la courbe.

On peut formaliser le problème de la reconnaissance des points comme un problème de classement. Les classes sont les courbes suivies, les éléments à classer sont les abscisses u_i et v_j dans les images droite et gauche. La nécessité d'établir une correspondance entre les u_i et les v_j se traduit pas des relations de compatibilité :

- a) si u_i est affecté à la courbe C_k , aucun autre u_i ne peut être affecté à C_k (de même, on aurait une relation de même nature pour les v_j)
 - b) un u_i ne peut être affecté à une courbe C_k que si un v_j est également affecté à cette courbe C_k .
- Cette deuxième contrainte exprime que les u_i et les v_j doivent être associés avant d'être associés aux contours. Il ne s'agit pas exactement d'une relation de compatibilité au sens des algorithmes de relaxation.

Le critère de reconnaissance comporte un certain degré d'arbitraire, lié au coût de l'erreur de classification et au coût de l'erreur de non classement. Si l'on fixe le nombre de couples classés à K , on peut définir la vraisemblance du classement τ par

$$v(\tau) = 2 \log \prod_{k=1, K} f_k [u_i(k), v_j(k)] \quad k = 1, K$$

où Π_k désigne le produit des K termes $f_k(u_i, v_j)$, les indices $i(k)$ et $j(k)$ étant déterminés par l'association τ , et la fonction $f_k(u, v)$ désignant la densité de probabilité du couple de variable aléatoire. (u, v) conditionnellement à l'hypothèse qu'elles sont associées à la courbe k .

Dans le cas gaussien on a :

$$f_k(\tilde{u}_i, \tilde{v}_j) = \frac{1}{2\pi \sqrt{\det \Sigma_k}} e^{-\frac{1}{2} [\tilde{u} \tilde{v}] \Sigma_k^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix}}$$

avec $\tilde{u}_i = u_i - \hat{u}(k)$ écart entre la valeur mesurée u_i (conditionnellement à l'hypothèse τ) et la valeur prédite $\hat{u}(k)$ de la projection de la courbe C_k sur l'image gauche à l'itération considérée, de même

$$\tilde{v}_j = v_j - \hat{v}(k)$$

et $\Sigma_k =$ matrice de covariance de l'erreur de prédiction

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix}$$

La décision qui minimise la probabilité d'erreur de classement est aussi celle qui maximise la vraisemblance. En pratique, on ne peut évaluer la vraisemblance pour toutes les combinaisons possibles. En effet, soit n les nombres de u_i et $m (< n)$ le nombre de v_j , le nombre des combinaisons est

$$\frac{m!n!}{K!(m-K)!(n-m)!}$$

De plus, le choix du nombre K de courbes à affecter (nombre de couples classés) est lié au coût de non-affectation et du coût de l'erreur de classement.

2-3-2 Règle pratique d'affectation

Une règle d'affectation robuste consiste à affecter à la classe k , uniquement les couples (u_i, v_j) tels que le risque d'erreur soit assez faible. Typiquement une zone à 2σ correspond à une probabilité conditionnelle de 95% dans l'hypothèse gaussienne.

Cette méthode a déjà été employée avec succès en suivi de contour et en recalage d'images [(4), (5)]. En fait il s'agit bien ici d'un suivi de courbes en 3 dimensions. La règle d'affectation pratique est : on affecte (u_i, v_j) à la courbe C_k si.

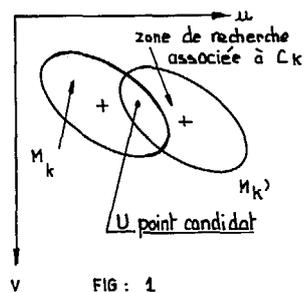
$$[u_i \ v_j] \Sigma_k^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{u}_i \\ \tilde{v}_j \end{bmatrix} < \alpha$$

où α dépend des coûts relatifs de l'erreur de classement et de la non affectation ; l'affectation n'a lieu que si l'association est non ambiguë, c'est-à-dire

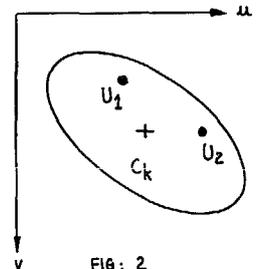
qu'aucun autre couple (u_i, v_j) ne satisfait la relation précédente.

Cette règle de décision est en général suffisante en suivi mais laisse beaucoup de points non classés en initialisation lorsque les zones de recherche sont grandes ou se recouvrent.

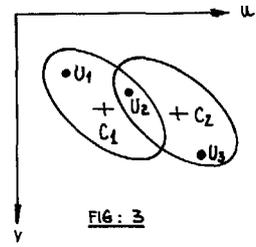
On peut ainsi définir des cas d'ambiguïté représentés par les figures ci-dessous :



ambiguïté 1 : le point $U = \begin{matrix} u_i \\ v_j \end{matrix}$ peut être associé à deux courbes C_k et C'_k , car il appartient à leurs zones de recherche. Cette ambiguïté peut apparaître lorsque deux courbes fusionnent.



ambiguïté 2 : deux points U_1 et U_2 peuvent appartenir à une même zone de recherche C_k . Cette ambiguïté peut apparaître quand une courbe se dédouble.



Les ambiguïtés peuvent se combiner (figure 3), une des deux courbe se dédouble.

3- SUIVI DES COURBES

3-1 Modèle statistique des courbes

Le suivi des courbes est effectué sur la base d'un modèle statistique. Pour le cas des vaisseaux sanguins, il s'agit de courbes continues, dont la courbure est limitée en fonction de l'épaisseur. On représente ici les courbes comme un processus à deux dimensions fonction de l'indice des lignes $[x(k), z(k)]$ x et z représentent respectivement l'abscisse et la profondeur du contour à la ligne k .

Avec un modèle du deuxième ordre, on a la représentation par variable d'état :

$$X_{k+1} = \Phi X_k + V$$

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \dot{x}(k+1) \\ z(k+1) \\ \dot{z}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \dot{x}(k) \\ z(k) \\ \dot{z}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ V_1 \\ 0 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

avec $E(V_1^2) = E(V_2^2) = q$



On note

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q \end{bmatrix}$$

Les points observés dans l'image sont des projections obtenues par l'équation de mesure :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ z \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

On note $U = H \cdot X + W$

avec

$$R = E \begin{bmatrix} w_1^2 & w_1 w_2 \\ w_1 w_2 & w_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

si l'on suppose les erreurs de mesures décorréliées.

On voit qu'avec un tel modèle, si la matrice de covariance de l'erreur sur le vecteur d'état est découplée en x et y , il n'en est pas de même en u et v .

3-2 Suivi récursif

3-2-1 Prédiction

suivant les principes du filtrage de Kalman, la courbe prédite a pour coordonnées :

$$\hat{x}_{k+1}^{-k} = \Phi \cdot \hat{x}_k^k \text{ où } \hat{x}_k^k \text{ représente l'estimée}$$

à la ligne k , déduite des mesures jusqu'à la ligne k et \hat{x}_k^{k+1} l'estimée à la ligne $k+1$, déduite des mesures jusqu'à la ligne k .

De même, la matrice de covariance de l'erreur de prédiction se déduit de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation à l'itération précédente par :

$$P_{k+1}^k = \Phi P_k^k \Phi^T + Q$$

3-2-2 Recalage

Un couple $U = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}$ a été associé au contour C dont les coordonnées $\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ z_{k+1} \end{bmatrix}$ prédites sont \hat{x}_{k+1}^k . Le recalage s'effectue avec les règles du filtrage de Kalman.

$$\hat{x}_{k-1}^{k+1} = \hat{x}_{k+1}^k + G \cdot \begin{bmatrix} u - \hat{x}_{k-1}^k \end{bmatrix}$$

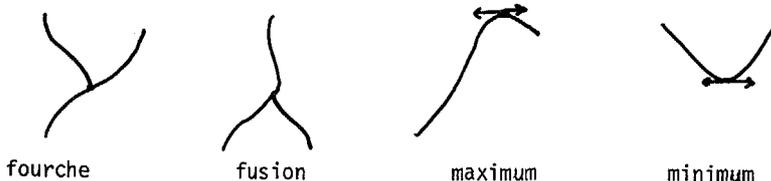
avec

$$G = P_{k+1}^k H^T (H P_{k+1}^k H^T + R)^{-1}$$

et
$$P_{k+1}^{k+1} = (I - GH) P_{k+1}^k$$

3-3 Détection des singularités

L'apparition d'une nouvelle courbe, les fourches, les fusions, les croisements sont des singularités sur l'image. En pratique, les croisements en projection ne correspondent que très rarement à des croisements dans l'espace. Ces singularités sont représentées sur la figure 4 :



La détection de ces singularités est faite de plusieurs lignes consécutives. Dans ces cas, on propage une hypothèse que l'on valide ou infirme. Par exemple, la fusion n'est décidée que si les 2 courbes ne peuvent avoir de projections distinctes sur plusieurs lignes consécutives.

3-4 Initialisation

Le suivi récursif permet d'associer aux courbes le point suivant, il est donc nécessaire de déterminer par une autre méthode le premier couple de points correspondant. L'initialisation se fonde sur la possibilité de caractériser sans ambiguïté des points isolés dans l'image. Les embranchements de courbes constituent de tels points (fourches ou fusions). En revanche les extrémités de courbes ne sont pas suffisamment invariantes pour constituer une référence.

Les maxima (minima) peuvent aussi être associés (fig.5)

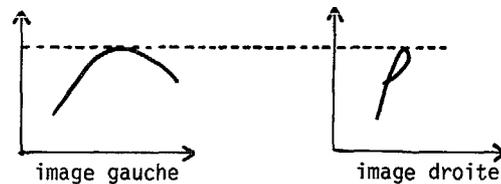


figure 5

Toutefois, des ambiguïtés apparaissent dès que l'on a plusieurs maxima dans une même ligne d'image.

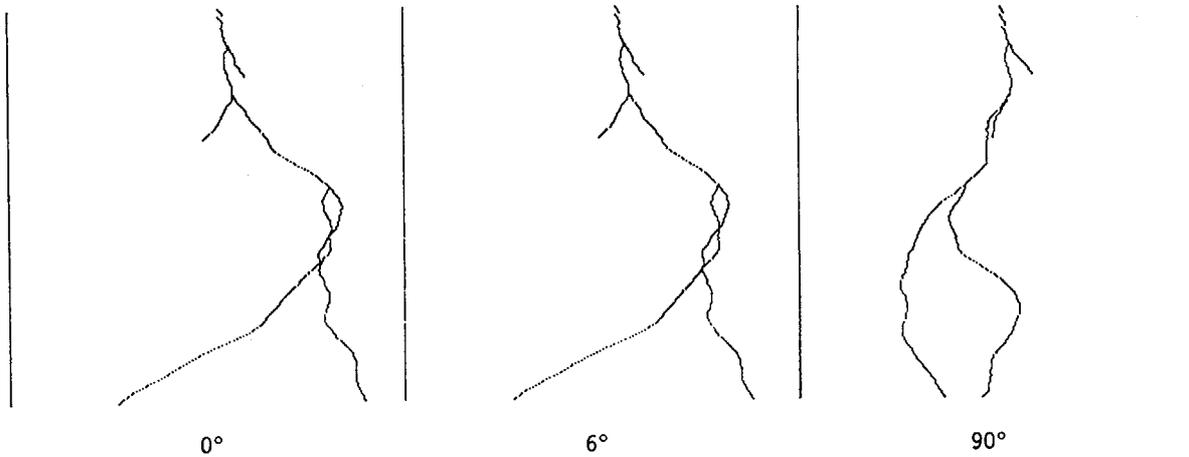
A partir de tous les points singuliers mis en correspondance, on peut propager la correspondance jusqu'aux extrémités des courbes.

4- SIMULATIONS

4-1 Données

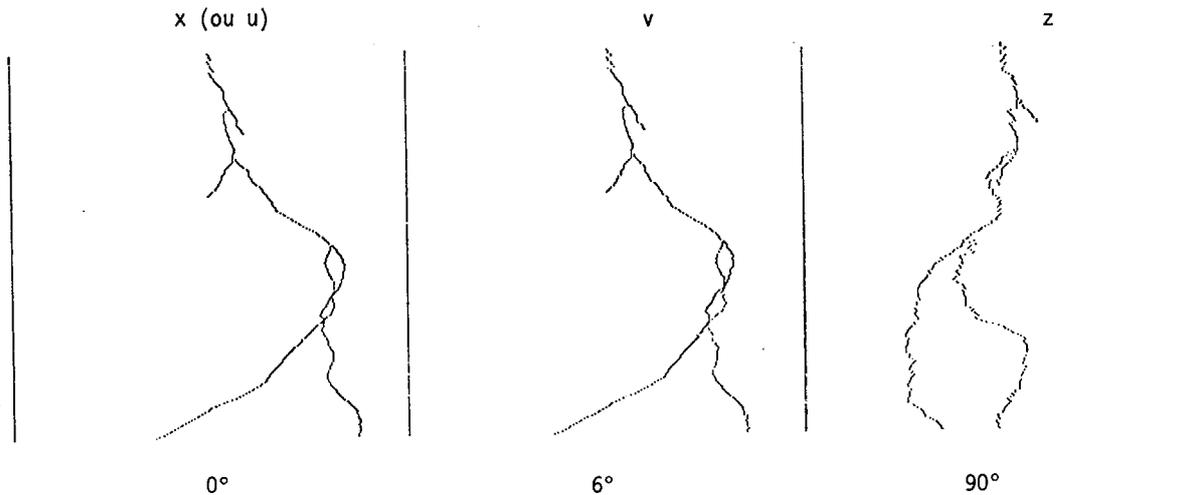
Les images projections ont été générées par ordinateur. Un arbre tridimensionnel est constitué de segments, suites de points d'un processus aléatoire du 2ème ordre (en x et z).

Il est ainsi possible de comparer les résultats du suivi selon toutes les projections. La génération des images tests par ordinateur, permet de s'affranchir des étapes de positionnement initial des deux images, ainsi que de la squelettisation.



4-2 Restitution 3D

L'algorithm a été testé sur les images projections à 0° et 6°.



Les images à 0°, 6° et 90° sont les projections du réseau de courbes reconstitué. L'image à 90° fait bien apparaître l'imprécision en profondeur lié à la discrétisation. Les résultats sont très bons en simulation.

4-3 Commentaires sur la méthode et améliorations possibles

Sur des images réelles, les courbes apparaissent avec une certaine épaisseur, une squelettisation des images peut dégrader la précision. Une deuxième difficulté provient de ce que les courbes sont modélisées comme des processus fonction de l'indice des lignes (ou ordonnée). De ce fait, il est difficile de suivre des boucles (courbure à peu près constante). Un suivi des courbes selon leur abscisse curviligne peut être envisagé mais fait apparaître d'autres difficultés, notamment aux fourches.

Une amélioration envisagée consiste à détecter a priori, lors du prétraitement des images, les maxima, minima et autres singularités. La reconnaissance de ces singularités sur les deux images est simple et permet d'une part un bon positionnement horizontal et d'autre part simplifie les décisions lors du suivi récursif.

5- CONCLUSION

La méthode proposée de suivi de courbes 3 dimensionnelles sur leurs projections est fondée sur un principe simple de suivi récursif. De ce fait, le temps de calcul est très limité. Les performances en simulation sont satisfaisantes : en particulier la précision en profondeur atteint la précision théorique. La méthode de suivi est surtout adaptée à la propagation d'hypothèses. La génération d'hypothèses sur les courbes peut être améliorée dans le cas d'image réelle par prise en compte du contexte local bidimensionnel, aux points singuliers. La méthode a été envisagée pour permettre le suivi des vaisseaux du cerveau sur une paire stéréo de clichés angiographiques pour l'université de RENNES (Professeur SCARABIN).

REFERENCES

- (1) Saburo TSUJI et Hidetoshi NAKANO knowledge based identification of arteries in cine-angiograms
- (2) Donald B. GENNERY a feature based scene matcher
- (3) An optimisation approach for continuous relaxation - FAUGERAS



-
- (4) A. AYOUN - C.A. DARMON
Analyse récursive des déformations d'image
SOLAR - GRETSI 1981
 - (5) C.A. DARMON
A recursive method to apply the Hough transform
to a set of moving objects.
Proceeding of Pattern Recognition and Image
processing - Las Vegas 13-17 juin 1982
 - (6) Professeur SCARABIN - Faculté de Médecine
RENNES.