

NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

977



NICE du 16 au 20 MAI 1983

Analyse spectrale des composantes d'un champ d'onde électromagnétique
se propageant dans un magnétoplasma par un modèle AR vectoriel

D. LAGOUTTE et F. LEFEUVRE

LPCE/CNRS, 3A Avenue de la Recherche Scientifique 45045 ORLEANS CEDEX

RESUME

SUMMARY

Le modèle AR vectoriel est utilisé pour l'estimation simultanée, à une fréquence donnée, de tous les éléments de la matrice spectrale 3×3 des 3 composantes magnétiques d'un champ d'onde électromagnétique se propageant dans un magnétoplasma. Des tests a posteriori, basés sur les propriétés des caractéristiques de propagation d'une onde dans un magnétoplasma (degré de polarisation, ellipticité, directions de normale d'onde) sont proposés pour juger de la qualité de l'estimation des matrices spectrales. Une application sur l'analyse de signaux artificiels monochromatiques émis du sol et reçus à bord du satellite GEOS 1 est présentée. Nous montrons que les valeurs obtenues pour le degré de polarisation et l'ellipticité, à partir du modèle AR, sont beaucoup plus proches des valeurs théoriques que celles obtenues à partir d'une analyse spectrale classique. Nous montrons également que, dans le problème de la détermination de la fonction de distribution des ondes à partir des éléments de la matrice spectrale, l'erreur de prédiction est plus faible avec le modèle AR vectoriel.

An AR vectoriel model is used for the simultaneous estimation, at a given frequency, of all the elements of the 3×3 spectral matrix of the 3 magnetic components of an electromagnetic wave field propagating in a magnetoplasma. A posteriori tests, based on the propagation characteristics of a wave in a magnetoplasma (degree of polarisation, ellipticity, wave normal directions) are proposed to evaluate the quality of the spectral matrices estimates. An application on the analysis of monochromatic signals emitted from the ground and received on board GEOS 1 satellite is presented. It is shown that the values obtained for the degree of polarization and the ellipticity, from the AR model, are much closer to the theoretical values than the ones obtained from a classical spectral analysis. In the problem of determination of the wave distribution function from the elements of the spectral matrix, it is also shown that the prediction error is much weaker with the AR vectoriel model.



1. INTRODUCTION

En dépit des nombreuses études qui leurs ont été consacrées (voir par exemple [1], et références citées), et des exemples d'application qui ont été donnés [2] [3], les méthodes d'analyse spectrale dites paramétriques sont peu utilisées par les expérimentateurs. Les principales raisons de cette désaffection sont liées d'une part à l'arbitraire qui réside encore quant au choix du modèle (AR, MA, ARMA, Prony, etc...) et de son ordre, et d'autre part à la difficulté de valider les spectres de puissance obtenus, c'est à dire d'établir la réalité physique des pics en fréquence [4] [5] [6] et d'interpréter la valeur de la densité de puissance spectrale à une fréquence donnée [7].

Dans un certain nombre de cas [8], l'étude a priori des propriétés statistiques du signal permet d'orienter l'expérimentateur vers une méthode classique (périodogramme, transformée de Fourier de la fonction de corrélation) ou vers une méthode paramétrique. Des critères statistiques devraient ensuite pouvoir être utilisés pour déterminer le modèle paramétrique le plus adéquat. Mais, quelle que soit la pertinence du choix, se pose le problème de la validation à posteriori.

Le problème de validation ne peut en fait être envisagé que dans le cadre de la résolution d'un problème physique bien défini où l'on sait d'avance, sinon ce que l'on veut, du moins ce que l'on ne doit pas obtenir. L'exemple que nous proposons de traiter ici est celui de l'estimation simultanée des densités de puissance propres et croisées des composantes d'un champ d'ondes électromagnétiques, observé en un point fixe d'un milieu anisotrope, à l'aide d'un modèle autoregressif vectoriel [9], [10], [3], [11]; exemple pour lequel la méthode classique du périodogramme est parfois prise en défaut [13].

Le test de validation à posteriori que nous utilisons est le suivant. Appelons matrice spectrale la matrice $p \times p$ dont les éléments sont les valeurs des densités de puissance spectrale propres et croisées de p composantes du champ à une fréquence donnée. L'estimation d'une telle matrice sera jugée valide si ces éléments sont tels que : premièrement ils permettent de calculer des caractéristiques de polarisation comparables aux caractéristiques de polarisation théorique dans le milieu considéré, et deuxièmement ils sont consistants avec la même fonction de distribution des ondes. Le concept de

fonction de distribution des ondes introduit dans [14] est explicité dans l'article.

On peut se poser la question de savoir pourquoi, dans l'estimation d'une matrice spectrale, une méthode paramétrique serait plus adaptée qu'une méthode classique du type périodogramme. Bien qu'il ne soit pas dans notre propos de répondre complètement à cette question qui tient entre autre aux propriétés statistiques des signaux considérés, il peut être intéressant de donner les raisons qui nous ont amené à prendre en compte les modèles paramétriques. Les composantes d'un champ d'ondes sont en effet reliées entre elles par un certain nombre de relations. Dans le cas d'une onde électromagnétique plane, ces relations sont les équations de Maxwell. Dans le cas d'un champ d'ondes aléatoires, également électromagnétique, des relations plus complexes existent mettant en jeu la fonction de distribution évoquée plus haut [14]. Or, les méthodes d'analyse spectrale classique ne tiennent pas compte de ces relations. Tout se passe comme si la mesure d'une composante du champ ne contenait aucune information sur les autres composantes. Dans les méthodes paramétriques vectorielles au contraire, de telles relations sont postulées. Si on interprète physiquement le modèle AR vectoriel, on s'aperçoit ainsi qu'il suppose que la valeur d'un échantillon de la forme d'onde d'une composante du champ est une combinaison linéaire des valeurs des échantillons précédents de toutes les composantes du champ : la composante considérée mais également toutes les autres. Il semblerait de plus [16] que le choix du modèle soit moins problématique dans le cas de plusieurs composantes, l'estimation par modèle AR vectoriel étant équivalente à une estimation par modèle ARMA pour chaque composante.

Le plan de cet article est le suivant. Le modèle AR vectoriel utilisé est décrit dans la section 2. Les tests de validité que l'on peut effectuer sur la matrice spectrale sont développés dans la section 3. Des exemples d'application à l'analyse d'émissions TBF reçues à bord du satellite GEOS 1 sont présentés dans la section 4. Des premières conclusions sont apportées dans la section 5.

Analyse spectrale des composantes d'un champ d'onde électromagnétique se propageant dans un magnétoplasma par un modèle AR vectoriel

2. MODELE

Soit un vecteur champ à p composantes où chaque composante a été préalablement échantillonnée à la fréquence $f = 1/\Delta t$ (Δt intervalle de temps entre deux échantillons consécutifs) :

$$\underline{Y}^T(n) = (y_1(n), \dots, y_p(n)) \quad 1 \leq n \leq N$$

avec \underline{Y} le vecteur champ, \underline{Y}^T le vecteur transposé et N le nombre d'échantillons. On suppose que chaque composante est un processus centré, ergodique et stationnaire au sens large. Le vecteur champ peut alors être représenté par un modèle autorégressif vectoriel d'équation générale :

$$\sum_{j=0}^M \underline{A}_M(j) \underline{Y}(n-j) = \underline{U}_M(n) \quad (1)$$

Les coefficients $\underline{A}_M(j)$ sont des matrices (p x p), $\underline{A}_M(0)$ est la matrice identité et $\underline{U}_M(n)$ est l'erreur de prédiction à l'ordre M.

L'équation (1) correspond à un filtre aller, c'est à dire un filtre qui "glisse" sur les échantillons ; une formulation similaire pour un filtre retour est donnée par :

$$\sum_{j=0}^M \underline{B}_M(j) \underline{Y}(n-M+j) = \underline{V}_M(n) \quad (2)$$

avec les matrices coefficients (p x p) $\underline{B}_M(j)$ et l'erreur de prédiction $\underline{V}_M(n)$.

On estime les valeurs des coefficients $\underline{A}_M(j)$ et $\underline{B}_M(j)$ pour $1 \leq j \leq M$, en minimisant les quantités $\text{Tr} [E \{ \underline{U}_M(n) \underline{U}_M^T(n) \}]$ et $\text{Tr} [E \{ \underline{V}_M(n) \underline{V}_M^T(n) \}]$, où $E\{\}$ dénote la moyenne temporelle et $\text{Tr} [\]$ la trace, c'est à dire en résolvant les équations de Yule-Walker :

$$\left\{ \begin{array}{l} - \sum_{j=1}^M \underline{A}_M(j) \underline{R}(k-j) = \underline{R}(k) \\ \underline{R}(0) + \sum_{j=1}^M \underline{A}_M(j) \underline{R}(-j) = \underline{U}_M \\ - \sum_{j=1}^M \underline{B}_M(j) \underline{R}(j-k) = \underline{R}(-k) \\ \underline{R}(0) + \sum_{j=1}^M \underline{B}_M(j) \underline{R}(j) = \underline{V}_M \end{array} \right. \quad 1 \leq k \leq M \quad (3)$$

dans lesquelles \underline{U}_M et \underline{V}_M sont les matrices (p x p) erreurs de prédiction des filtres optimum aller et retour définies par :

$$\underline{U}_M = E \{ \underline{U}_M(n) \underline{U}_M^T(n) \}, \quad \underline{V}_M = E \{ \underline{V}_M(n) \underline{V}_M^T(n) \}$$

$$\underline{U}_0 = \underline{V}_0 = \underline{R}(0)$$

et $\underline{R}(k)$ est l'autocorrélation au retard k :

$$\underline{R}(k) = E \{ \underline{Y}(n) \underline{Y}^T(n-k) \} = \underline{R}^T(-k) \quad (4)$$

Notons que, comme il a déjà été établi par ailleurs [10], il est nécessaire de résoudre simultanément l'ensemble des équations (3) sous peine d'obtenir une estimation différente de la matrice spectrale avec le filtre aller et le filtre retour. Il s'avère toutefois difficile d'avoir de bonnes estimations des matrices de corrélation $\underline{R}(k)$ (le nombre total d'échantillons N n'est pas infini, on a le choix entre un estimateur biaisé et un estimateur non biaisé qui a le défaut de pouvoir conduire à des matrices de corrélation non définies positives).

Nous avons donc choisi de calculer les coefficients $\underline{A}_M(j)$ et $\underline{B}_M(j)$ directement à partir des formes d'ondes en incrémentant l'ordre du modèle de 0 à M. L'algorithme utilisé est l'algorithme de Burg généralisé, développé par Strand [9], où les derniers coefficients $\underline{A}_M(M)$ et $\underline{B}_M(M)$ sont introduits dans l'algorithme de Levinson généralisé [17] pour obtenir $\underline{U}_M, \underline{V}_M, \underline{A}_M(j)$ et $\underline{B}_M(j)$, $1 \leq j \leq M-1$.

On notera que cet algorithme produit un filtre stable qui a les propriétés suivantes :

$$\det \{ \underline{U}_M \} = \det \{ \underline{V}_M \} ; \quad \det \{ \underline{A}_M(M) \} = \det \{ \underline{B}_M(M) \}$$

\underline{U}_M et \underline{V}_M sont des matrices symétriques, $\det \{ \underline{U}_M \}$ représente le déterminant de \underline{U}_M .

La matrice spectrale associée au vecteur champ est donnée par WHITTLE [17]

$$\underline{S}(f) = \Delta t \underline{H}^{-1}(f) \underline{U}_M (\underline{H}^{-1}(f))^* \quad (5)$$

où \underline{H}^{-1} est la matrice inverse de \underline{H} , et le signe * désigne le complexe conjugué transposé.

La fonction de transfert du filtre AR vectoriel $\underline{H}(f)$ s'écrit :

$$\underline{H}(f) = \sum_{j=0}^M \underline{A}_M(j) \exp(-2\pi f j \Delta t) \quad (6)$$

L'échantillon n de la première composante du champ d'onde est estimé à partir des échantillons antérieurs de toutes les autres composantes, ce qui se traduit par une estimation complète de la matrice spectrale, à la différence des méthodes classiques où les éléments S_{ij} de la matrice \underline{S} ne sont pas estimés simultanément.



Analyse spectrale des composantes d'un champ d'onde électromagnétique
se propageant dans un magnétoplasma par un modèle AR vectoriel

3. TESTS DE VALIDITE DE L'ANALYSE SPECTRALE

Supposons qu'en un point fixe de la magnéto-sphère on mesure simultanément et continûment les 3 composantes électriques et les 3 composantes magnétiques d'un champ d'ondes à partir d'antennes orientées parallèlement aux axes d'un système cartésien O_{xyz} . Supposons également que les signaux correspondant à la mesure de chaque composante sont transmis sous forme numérique. Soient $E_x(n)$, $E_y(n)$, $E_z(n)$ et $H_x(n)$, $H_y(n)$, $H_z(n)$ avec $n = 1, \dots, N$, les échantillons des 6 signaux. Pour simplifier les notations on considère que ces composantes sont celles d'un vecteur champ $\underline{Y}(n)$ tel que :

$$Y_{1,2,3} = E_{x,y,z} ; Y_{4,5,6} = Z_0 H_{x,y,z}$$

avec Z_0 impédance de l'onde dans le vide. Par une application d'une méthode de quelconque (classique ou paramétrique), on estime la matrice $\underline{S}(f_0)$ des 6 composantes du champ à la fréquence f_0 . La matrice estimée $\hat{\underline{S}}$ sera considérée comme valide si elle est consistante avec les caractéristiques de propagation d'une onde électromagnétique dans un magnétoplasma.

3.1. Caractéristiques de polarisation

Dans un magnétoplasma connu, les principales caractéristiques de polarisation d'une onde de fréquence donnée sont également connues. Prenons par exemple le cas d'un magnétoplasma dense (fréquence plasma supérieure à la gyrofréquence de l'électron) parcouru par une onde dont la fréquence est très inférieure à la gyrofréquence de l'électron et très supérieure à la gyrofréquence du proton. On sait, [18], que dans un tel cas l'extrémité du vecteur champ magnétique d'une onde décrit une ellipse dont le sens par rapport au champ magnétique terrestre est le sens inverse des aiguilles d'une montre (polarisation droite), et dont le rapport E du petit axe sur le grand axe, c'est à dire l'ellipticité, est voisine de 1. (rigoureusement égale à 1 pour une propagation longitudinale et $> .95$ dans le cas le moins favorable d'une propagation au voisinage de l'angle de résonance du mode sifflement).

Or, ces caractéristiques de polarisation peuvent être calculées à partir des éléments de la matrice spectrale $\hat{\underline{S}}$ des composantes magnétiques du champ. Comme l'ont montré Samson et Olson [19], la matrice spectrale d'une onde plane n'a qu'une seule valeur propre non nulle. A cette valeur propre non nulle on peut associer un vecteur propre complexe $\underline{V} = \underline{R}_1 + i\underline{R}_2$. Le sens de polarisation est celui du sens de rotation

de \underline{R}_2 vers \underline{R}_1 . L'ellipticité E est obtenue en effectuant le rapport :

$$E = |\underline{R}_2| / |\underline{R}_1|$$

Si l'onde observée est plane ou quasi-plane, on a donc là un excellent moyen de tester la consistance de la matrice spectrale.

Pour vérifier que la matrice spectrale est celle d'une onde plane, on peut par exemple estimer la valeur du degré de polarisation D introduit par Samson [20]

$$D = \left(\frac{p(\text{Tr}\underline{S}^2) - (\text{Tr}\underline{S})^2}{(p-1)(\text{Tr}\underline{S})^2} \right)^{1/2} \quad (7)$$

D est égal à 1 dans le cas du champ d'une onde rigoureusement plane et tend vers 0 dans le cas d'un champ d'ondes aléatoires. L'expérience a montré que l'approximation onde plane était valide pour $D > 0.95$.

3.2. Estimation de la fonction de distribution des ondes

La notion de fonction de distribution des ondes (WDF) a été introduite par Storey et Lefeuvre [14]. Le champ d'ondes est supposé généré par une infinité d'ondes planes de directions de normale d'ondes et de fréquences différentes. Par analogie avec la fonction de distribution des particules en théorie cinétique des gaz, on le caractérise par une fonction de distribution qui spécifie comment la densité d'énergie du champ est répartie en fréquence f et en direction de normale d'onde $\underline{\kappa}$ ($\underline{\kappa} = \underline{k} / |\underline{k}|$), ou alternativement en fréquence f et en variables $\cos \theta$ et ϕ ; θ étant l'angle polaire que fait le vecteur $\underline{\kappa}$ avec la direction du champ magnétique terrestre \underline{B}_0 et ϕ l'angle azimuthal dont l'origine est dans le méridien géomagnétique local (Figure 1). Les hypothèses faites (uniformité du milieu sur des distances supérieures à la longueur d'onde, stationnarité du phénomène) sont discutées dans [14].

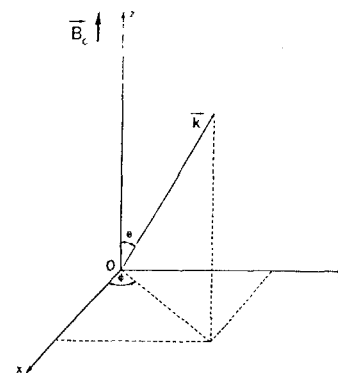


Figure 1 : système de référence



Analyse spectrale des composantes d'un champ d'onde électromagnétique
se propageant dans un magnétoplasma par un modèle AR vectoriel

Dans le système de la figure 1, les densités de puissance spectrale propres et croisées des composantes du champ sont liées à la WDF par les relations :

$$S_{ij}(\omega) = \frac{\pi}{2} \iint a_{ij}(\omega, \cos\theta, \phi) F(\omega, \cos\theta, \phi) d\sigma \quad (8)$$

où $F(\omega, \cos\theta, \phi)$ est la WDF. Les fonctions a_{ij} sont proportionnelles aux densités de puissance spectrale propres et croisées des composantes d'une onde plane. Elles dépendent implicitement des paramètres caractéristiques du milieu. Leurs expressions analytiques sont données par Storey et Lefeuvre [15]. $d\sigma = |\cos\theta d\phi|$ est l'élément de surface. L'intégrale est prise sur la surface de la sphère de rayon unité.

La détermination de la WDF à partir des éléments de la matrice spectrale est un problème inverse généralement mal posé en ce sens qu'en dehors du cas de l'onde strictement plane il admet une infinité de solutions. Il est bien sur hors de notre propos de décrire ici les méthodes d'inversion que l'on peut utiliser. Toutefois, lorsque l'on choisit un algorithme qui sélectionne parmi les solutions possibles celles dont l'entropie est maximum [21], on peut raisonnablement s'attendre à trouver une WDF qui satisfasse sinon exactement les données, du moins qui les satisfasse aux erreurs d'estimation près sur \hat{S}_{ij} . Un "degré de satisfaction" est fourni par la quantité :

$$P_r = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \left\{ \frac{(R_{ij} - \hat{R}_{ij})^2}{\langle \delta R_{ij}^2 \rangle} + \frac{(I_{ij} - \hat{I}_{ij})^2}{\langle \delta I_{ij}^2 \rangle} \right\} \quad (9)$$

où p est le nombre de composantes du champ considéré. R_{ij} et I_{ij} sont les parties réelles et imaginaires du spectre S_{ij} obtenu en réinjectant la WDF obtenue dans (8). \hat{R}_{ij} et \hat{I}_{ij} sont les parties réelles et imaginaires du spectre estimé \hat{S}_{ij} ; l'estimation étant supposée non biaisée et admettant des variances égales à $\langle \delta R_{ij}^2 \rangle$ et $\langle \delta I_{ij}^2 \rangle$. Une valeur du paramètre $P_r > 1$ est à l'évidence l'indication d'une erreur sur les \hat{S}_{ij} . Le test n'est à l'évidence que négatif : une valeur de $P_r < 1$ ne signifie pas obligatoirement que l'analyse spectrale soit bonne ; par contre une valeur de $P_r > 1$ met à coup sûr en cause la validité de la méthode d'analyse spectrale utilisée.

4. APPLICATIONS

Les signaux sur lesquels nous appliquons le modèle AR vectoriel sont des signaux dont l'analyse effectuée à partir de la méthode de Welch [22] a conduit à des résultats jugés en partie inconsistants [13]. Ces signaux sont ceux associés à la mesure des composantes magnétiques du champ d'ondes émises par la station Norvégienne du système de navigation OMEGA et reçu à bord du satellite GEOS 1 (pour une description complète voir [23]). 7 pulses d'une durée de ≈ 1 seconde sont considérés : 4 émis à une fréquence de 10.2 kHz et 3 à une fréquence de 11.33 kHz. Avant d'être analysés les signaux sont transposés en fréquence et filtrés par un filtre passe-bas de fréquence de coupure 450 Hz. Ils sont ensuite échantillonnés à 1488 échantillons par seconde, ce qui correspond à une fréquence de Nyquist de 744 Hz. Pour des raisons pratiques les échantillons de chaque composante sont groupés en blocs de 128 (0.086 s). Dans le repère du satellite où l'axe z est parallèle à la direction de l'axe de rotation et où les axes x et y tournent dans un plan perpendiculaire à cet axe; il y a un déphasage d'environ 5° entre le 1er et le 128ième échantillon pour les composantes H_x et H_y (respectivement y_1 et y_2 dans les notations de la section 2). Si ce déphasage peut être considéré comme négligeable, il est par contre hors de question de l'accroître en effectuant des analyses spectrales sur des blocs de plus de 128 échantillons. Pour des raisons techniques, une correction de rotation sur les formes d'ondes n'est pas possible. Le signal $H_z(y_3)$ n'est à l'évidence pas déphasé.

L'analyse spectrale du vecteur $\underline{Y}(n)$, $n = 1, \dots, 128$, par le modèle AR vectoriel se fait de la façon suivante. L'ordre ($M=15$) est déterminé par le critère d'AKAIKE. On a toutefois vérifié que dans ce cas d'une onde quasi-monochromatique l'analyse était très peu sensible à la valeur exacte de cet ordre, les résultats étant pratiquement les mêmes pour M variant de 10 à 20. Le problème serait tout autre si nous analysions un bruit à bande large. Dans tous les cas traités la fréquence du maximum d'énergie est 2 à 6 Hz au dessus de la fréquence d'émission, ce qui est parfaitement consistant avec l'effet Doppler calculé dans [13]. On notera que ni déplacement ni dédoublement du pic n'a été observé dans l'estimation des autospectres. Les caractéristiques (η, E) de la matrice spectrale obtenue pour cette fréquence du maximum d'énergie sont alors estimées. On détermine ensuite une WDF ainsi que le paramètre de prédiction qui lui est associé. Chaque élément de la matrice spectrale est supposé non biaisé et entaché d'une variance : $\text{Var}\{S_{ij}\} = S_{ij}^2 \times 2M/N$.



Analyse spectrale des composantes d'un champ d'onde électromagnétique se propageant dans un magnétoplasma par un modèle AR vectoriel

A titre d'exemple on a représenté sur le tableau 1, les résultats obtenus pour les différents blocs du pulse 4. On note : premièrement que le degré de polarisation D est pratiquement égal à 1, ce qui est l'indication d'une onde plane ; deuxièmement que l'ellipticité est toujours supérieure à 0.8, ce qui est consistant avec la valeur théorique attendue si l'on admet une certaine dispersion des vecteurs d'ondes \underline{k} , et enfin troisièmement que le paramètre de prédiction ne dépasse pratiquement pas la limite $P_r = 1$, ce qui est une autre indication de la consistance de l'estimation.

Bloc	E	D	P_r
1	.85	.999	.55
2	.88	.999	.58
3	.88	.999	.69
4	.83	.999	.96
5	.85	.999	.62
6	.88	.999	.78
7	.91	.999	.63
8	.82	.999	1.19
9	.97	.998	1.20
10	.83	.999	.78
11	.85	.999	.71
12	.97	.994	.36

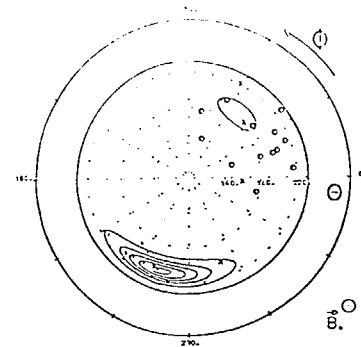
Tableau 1 : Ellipticité, degré de polarisation et erreur de prédiction obtenus, à partir de matrices spectrales estimées par filtrage autoregressif vectoriel, pour chaque bloc de 128 échantillons du pulse 4.

Pour effectuer une comparaison avec les résultats obtenus par la méthode du périodogramme [13], on a effectué une moyenne de toutes les matrices spectrales de chaque pulse. Les éléments de la matrice spectrale sont supposés non biaisés. La variance est calculée directement sur les éléments des matrices spectrales des différents blocs. La comparaison des résultats obtenus à partir des deux méthodes est donnée dans le tableau 2. Les valeurs de l'ellipticité et de la prédiction indiquent très clairement que les matrices spectrales obtenues par la méthode du périodogramme sont inconsistantes, tandis que les matrices spectrales obtenues par l'application du modèle AR vectoriel sont tout à fait satisfaisantes, du point de vue de nos tests de validité. Les valeurs de l'ellipticité dans ce dernier cas sont d'ailleurs très proches de celles obtenues directement, dans [13], à partir des formes d'ondes.

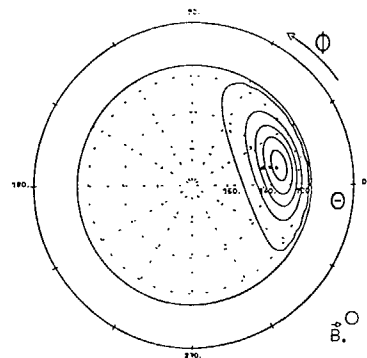
Pulse	Périodogramme			AR		
	E	D	P_r	E	D	P_r
1	.5	.887	6.34	.94	.930	.55
2	.4	.883	8.14	.86	.919	.43
3	.2	.945	23.31	.80	.983	.71
4	.6	.979	4.75	.86	.990	1.1
5	.3	.864	8.62	.81	.956	.49
6	.3	.820	7.80	.96	.952	.57
7	.6	.869	3.48	.89	.979	.94

Tableau 2 : Ellipticité, degré de polarisation et erreur de prédiction obtenus, à partir de matrices spectrales estimées par la méthode du périodogramme et par filtrage autoregressif vectoriel, pour chaque pulse.

Conséquence importante pour la détermination des WDF : les solutions obtenues à partir de matrices spectrales du modèle AR vectoriel (Figure 2-b) peuvent être très différentes des solutions calculées à partir de matrices spectrales classiques (Figure 2-a). Dans ce cas précis, elles sont beaucoup plus proches des directions de normales d'ondes estimées à partir de la méthode de Means [12] (les croix sur la figure 2-a) ou d'une méthode de produit croisé s'appliquant directement sur les formes d'ondes [13] (les cercles sur la figure 2-a).



(a) Analyse spectrale par la méthode du périodogramme.



(b) Analyse spectrale par filtrage autoregressif vectoriel.

Figure 2 : Distribution des normales d'ondes dans le diagramme polaire centré sur B_0 pour le pulse 6.

Analyse spectrale des composantes d'un champ d'onde électromagnétique
se propageant dans un magnétoplasma par un modèle AR vectoriel

La même étude effectuée à l'aide de l'algorithme de MORF [10] donne des résultats pratiquement similaires.

5. CONCLUSION

On a montré que par des considérations physiques on pouvait tester les qualités de l'estimation de la matrice spectrale des composantes d'un champ d'ondes électromagnétiques observé en un point fixe d'un milieu anisotrope. L'application à des données réelles, à bande étroite, a révélé que le modèle AR vectoriel pouvait se montrer beaucoup plus fiable qu'une méthode classique du type périodogramme.

Toutefois de nombreux travaux restent à faire pour s'assurer d'une totale confiance dans le modèle AR vectoriel. Il nous faut, entre autre, trouver une meilleure définition des propriétés statistiques des éléments de la matrice spectrale qu'il fournit.

REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient leur collègue M. PARROT pour l'aide apportée au cours de cette étude.

REFERENCES

- [1] Kay S.M. and Marple S.L. Jr., Spectrum analysis - A modern perspective, Proc. IEEE, 69, 1380-1419, 1981.
- [2] Glangeaud F., Analysis of pulsations, Planet. Space Sci., 30, 1249-1258, 1982.
- [3] Ioannidis G.A., Application of multivariate autoregressive spectrum estimation to ULF waves, Radio Sci., 10, 1043-1054, 1975.
- [4] Chen W.Y. and Stegen G.R., Experiments with maximum entropy power spectra of sinusoids, J. Geophys. Res., 79, 3019-3022, 1974.
- [5] Fougère P.F., Zawalick E.J., and Radoski H.R., Spontaneous line splitting in maximum entropy power spectrum analysis, Phys. Earth Planet. Interiors, 12, 201-207, 1976.
- [6] Fougère P.F., A solution to the problem of spontaneous line splitting in maximum entropy power spectrum analysis, J. Geophys. Res., 82, 1051-1054, 1977.
- [7] Ulrich T.J. and Bishop T.N., Maximum entropy spectral analysis and autoregressive decomposition, Rev. Geophys. and Space Phys., 13, 183-200, 1975.
- [8] Glangeaud F., Signal processing for magnetic pulsations, J. Atmos. Terr. Phys., 43, 981-998, 1981.
- [9] Strand O.N., Multichannel maximum entropy spectral analysis, IEEE, Trans. AC-22, 634-640, 1981.
- [10] Morf M., Viera A., Lee D.T., and Kailath T., Recursive multichannel maximum entropy spectral estimation, IEEE Trans. GE-16, 85-94, 1978.
- [11] Hanna C., Analyse spectrale et interspectrale de signaux par filtrage autoregressif, Thèse de 3ème cycle, INP Grenoble, 1979.
- [12] Means J.D., The use of the three dimensional covariance matrix in analyzing the properties of plane waves, J. Geophys. Res., 27, 5551-5559, 1972.
- [13] Lefevre F., Neubert T., and Parrot M., Wave normal directions and wave distribution functions for ground-based transmitter signals observed on GEOS-1, J. Geophys. Res., 87, 6203-6217, 1982.
- [14] Storey L.R.O. and Lefevre F., The analysis of 6 components measurements of a random electromagnetic wave field in a magnetoplasma I. The direct problem, Geophys. J.R. Astron. Soc., 56, 255-270, 1979.
- [15] Storey L.R.O. and Lefevre F., The analysis of 6 components measurements of a random electromagnetic field in a magnetoplasma II. The integration kernels, Geophys. J.R. Astron. Soc., 62, 173-194, 1980.
- [16] Glangeaud F., Gharbi M., Martin N., and Lacoume J.L., Use of multidimensional MEM spectral analysis in geophysics, Proceedings of ICASSP 82, 3, 1886-1889, 1982.
- [17] Whittle P., On the fitting of multivariate autoregressions, and the approximate canonical factorization of a spectral density matrix, Biometrika, 50, 129-134, 1963.
- [18] Helliwell R.A., Whistlers and related ionospheric phenomena, Stanford University Press, 1965.
- [19] Samson J.C. and Olson J.V., Some comments of the descriptions of the polarization states of waves, Geophys. J.R. Astro. Soc., 61, 115-129, 1980.
- [20] Samson J.C., Matrix and Stokes vector representations of detectors for polarized waveforms ; Theory with some applications to teleseismic waves, Geophys. J.R. Astron. Soc., 51, 583-603, 1977.
- [21] Lefevre F., and Delannoy C., Analysis of random electromagnetic wave field by a maximum entropy method, Ann. Telecom., 34, 204-213, 1979.
- [22] Welch P.D., The use of fast fourier transform for the estimation power spectra : a method based on time averaging over short modified periodograms, IEEE Trans. AE-15, 70-73, 1967.
- [23] S-300 Experimenters, Measurements of electric and magnetic wave fields and of cold plasma parameter on boare GEOS 1, Preliminary results, Planet. Space Sci., 27, 317-339, 1979.

