PREMIER COLLOQUE IMAGE

Traitement, Synthèse, Technologie et Applications

BIARRITZ – Mai 1984 –

METHODE ITERATIVE DE RESTAURATION D'IMAGE
ITERATIVE METHOD FOR IMAGE RESTORATION

VIBERT P., FRACHET V.

Commissariat à l'Energie Atomique - Centre d'Etudes de VAUJOURS
B.P. n° 7 - 77181 COURTRY - FRANCE

RESUME

On présente un algorithme itératif simple opérant dans le domaine spatial pour restaurer des images expérimentales numérisées.

On étudie les conditions de convergence et on montre que la vitesse de convergence peut être accélérée par un filtrage fréquentiel simplifié, introduit dans la boucle de traitement.

Deux intérêts de la méthode sont mis en évidence :

- si le système d'acquisition ne peut être qu'approximativement identifié, l'algorithme permet de restaurer partiellement l'image sans risque de diverger,
- en milieu bruité, on peut restaurer correctement les basses fréquences spatiales sans amplifier le bruit aux hautes fréquences.

La méthode est illustrée par la restauration d'un cliché optique artificiellement dégradé.

SUMMARY

We present a simple iterative algorithm operatering in the spatial domain and applied to the restoration of experimental pictures.

Convergence conditions are studied. We show that an additional frequency filter improves the speed of the convergence.

Two characteristic features of the method may be pointed out :

- if the acquisition system cannot be exactly known, the algorithm partially restores the image without divergence risk,
- lowest frequencies can be exactly restored without noise magnification for highest frequencies.

This method is illustrated by the restoration of an optical artificially blurred picture.

METHODE ITERATIVE DE RESTAURATION D'IMAGE

ITERATIVE METHOD FOR IMAGE RESTORATION

I- INTRODUCTION -

Les méthodes itératives sont souvent utilisées pour résoudre numériquement des équations mathématiques. Il existe, pour la restauration d'image, de nombreuses techniques basées sur des concepts mathématiques souvent complexes (réf. 1,2). Nous avons voulu déterminer le comportement d'une méthode simple purement itérative et opérant dans le domaine spatial.

On suppose que le processus de dégradation P, lié aux conditions d'acquisition, peut être modélisé. Il s'agit donc, à partir de l'image expérimentale I_E, de reconstituer l'image restaurée I_R qui serait obtenue avec un système d'acquisition parfait. On a alors la relation $I_E = P\ (I_R)$.

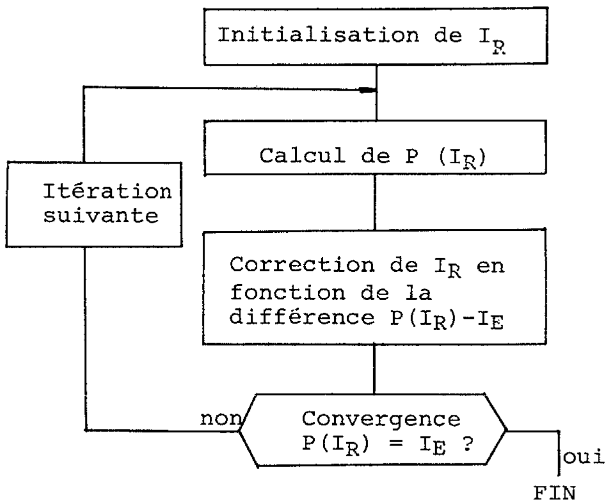
Nous étudions plus particulièrement le cas où la dégradation s'exprime par un produit de convolution. Dans ce cas $I_E = P * I_R$.

Nous soulignons que ceci ne constitue qu'une première approche et que nous nous sommes volontairement limité à des cas simples assez proches de nos applications (déconvolution du flou de source en radiographie, déconvolution de l'effet de défocalisation en photographie).

II- PRINCIPE DE LA METHODE -

Le procédé consiste, à partir de l'image I_R uniforme, à la corriger par étapes successives jusqu'à ce qu'elle vérifie $P\ (I_R) = I_E$. La correction se fait ici de manière additive et pour chaque pixel constituant l'image.

On peut le représenter par le diagramme suivant :



Le principe peut, a priori, fonctionner pour des processus non-linéaires, cependant les conditions de convergence sont délicates à déterminer. Nous nous placerons pour la suite dans le cas très fréquent où le processus est linéaire et s'exprime par une relation de convolution.

III- CAS DE LA DECONVOLUTION -

Ce cas correspond à beaucoup de situations, en particulier aux problèmes de flou (tache focale, défocalisation), où le système d'acquisition se comporte comme un filtre passe-bas.

On a alors $I_E = I_N * I_S$

avec I_E : image expérimentale,

I_N : image nette,

I_S : réponse impulsionnelle du système,

on note $I_R\ (n)$: image restaurée à l'itération n.

Convergence de l'algorithme :

Plaçons nous dans le domaine de Fourier en un point donné correspondant à des fréquences spatiales ν_1, ν_2 et écrivons les équations concernant les composantes fréquentielles des images considérées.

Pour simplifier, on notera :

$$\tilde{I}_R\ (\nu_1,\ \nu_2,\ n) = \tilde{I}_R\ (n)$$

A l'itération (n), on a :

$$\tilde{I}_R(n) = \tilde{I}_R(n-1) + \tilde{I}_E - \tilde{I}_R(n-1)\ .\ \tilde{I}_S$$

$$= I_R(n-1) + \tilde{I}_N\ .\ \tilde{I}_S - I_R(n-1)\ .\ \tilde{I}_S$$

$$= \tilde{I}_N + (1 - \tilde{I}_S)\ (\tilde{I}_R(n-1) - \tilde{I}_N)$$

On obtient une suite géométrique :

$$\tilde{I}_R\ (n) = \tilde{I}_N + (1 - \tilde{I}_S)^n\ (\tilde{I}_{R(0)} - \tilde{I}_N)$$

En prenant $\tilde{I}_{R(0)} = 0$ (image à l'initialisation :

$$(1)\quad \tilde{I}_R(n) = \tilde{I}_N\ (1 - (1 - \tilde{I}_S)^n)$$

La condition de convergence à des fréquences données est d'avoir :

$$\tilde{I}_R(n) \longrightarrow \tilde{I}_N \qquad n \longrightarrow \infty$$

ceci est vérifié, si $0 < \tilde{I}_S(\nu_1,\ \nu_2) \leqslant 1$

Dans le cas que nous considérons, le système est un filtre passe-bas et par conséquent, la condition $\|I_S\| < 1$ est toujours remplie.

Nous supposons, de plus, que la réponse du système est axisymétrique et donc que les composantes de la transformée de Fourier $\tilde{I}_S$ sont réelles.

La condition $\tilde{I}_S > 0$ est plus limitative ; prenons l'exemple d'une fenêtre carrée, sa transformée de Fourier est la suivante :

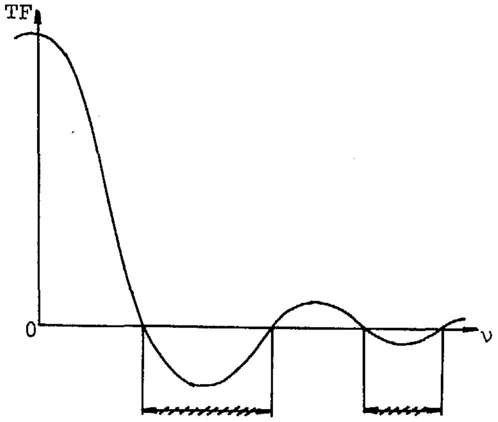


Figure 1

On voit qu'il existe des domaines de non convergence. Si les composantes de l'image à améliorer ne sont pas négligeables à ces fréquences, nous pourrons employer une source différente de la source réelle et pour laquelle les conditions de convergence sont respectées partout (figure 2). Il est évident qu'alors on n'améliore pas l'image pour les fréquences concernées.

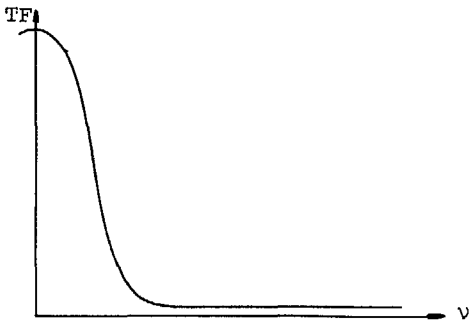
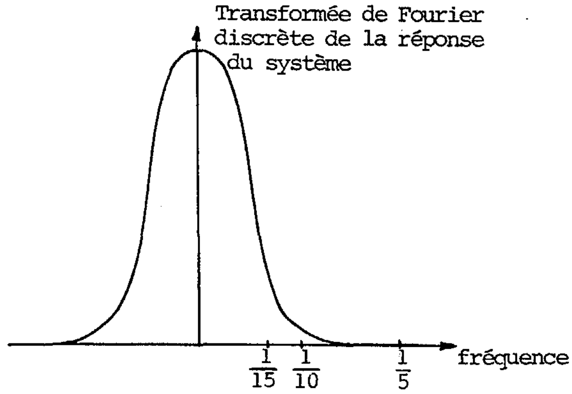


Figure 2

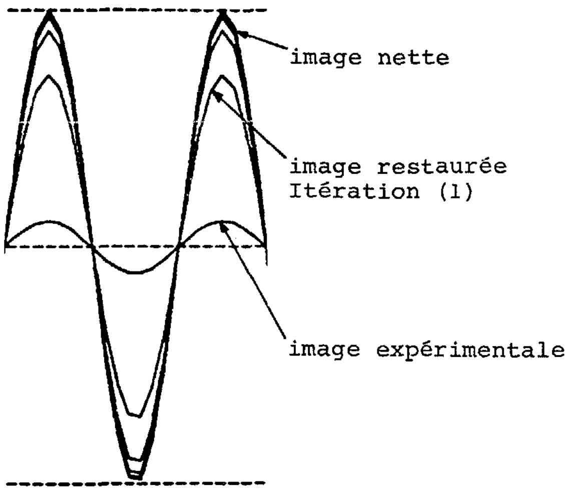
Vitesse de convergence :

La formule (1) montre que la vitesse de convergence n'est pas uniforme à toutes les fréquences et décroit avec $\tilde{I}_S(\nu_1, \nu_2)$. De plus, on s'aperçoit que la vitesse de convergence décroit avec le nombre d'itérations.

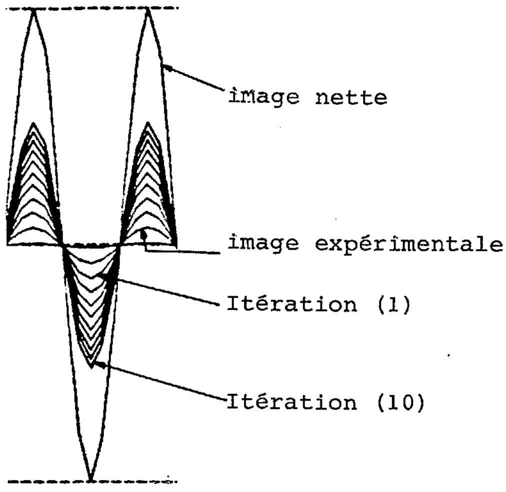
Prenons l'exemple d'une réponse Gaussienne ($\sigma = 5$) qui respecte les conditions d'axisymétrie et dont la TF ne possède pas de composantes négatives. Sa transformée de Fourier est aussi une Gaussienne.



Le comportement de l'algorithme pour les fréquences $\nu = 1/15$ et $\nu = 1/10$ est figuré ci-dessous :



$\nu = \frac{1}{15}$

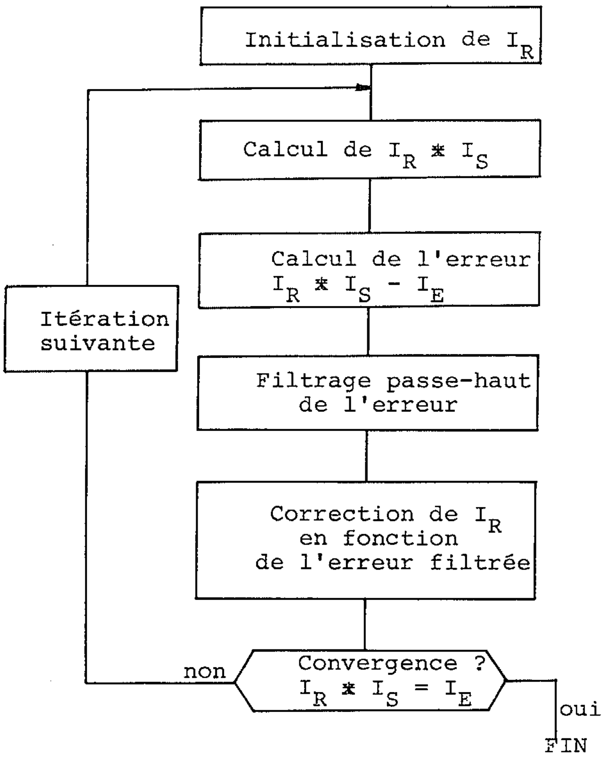


$\nu = \frac{1}{10}$

Accélération de la vitesse de convergence :

Il est possible, en introduisant un filtre passe-haut dans la boucle, d'accélérer la vitesse de convergence aux fréquences élevées.

Le diagramme devient :

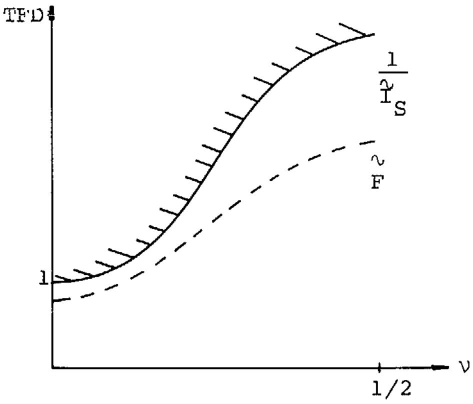


Si on note $\tilde{F}$ la transformée de Fourier du filtre, la formule de convergence devient :

(2) $\tilde{I}_R(n) = \tilde{I}_N \left(1 - (1 - \tilde{F}.\tilde{I}_S)^n\right)$

Le filtre doit être choisi à l'intérieur du domaine de convergence :

$$\tilde{F} \leqslant \frac{1}{\tilde{I}_S}$$



On obtient ainsi une méthode qui est un compromis entre la méthode purement itérative et le filtrage inverse ($\tilde{F} = \frac{1}{\tilde{I}_S}$).

Erreur d'identification de la réponse du système - Milieu bruité :

Le filtre $\tilde{F}$ permet d'être maître de la vitesse de convergence pour toutes les fréquences.

L'algorithme converge à l'infini vers $\frac{\tilde{I}_E}{\tilde{I}_S}$. On peut, en jouant sur la vitesse de convergence et sur le nombre d'itérations, ne restaurer que certaines fréquences. Ceci a 2 applications immédiates :

- Si la réponse du système est mal identifiée, il y a risque de divergence aux fréquences pour lesquelles la réponse du système est proche du zéro. On peut alors ralentir la vitesse de convergence pour ces fréquences (ce qui est automatique lorsque I_S est faible. L'algorithme permer ainsi de restaurer partiellement l'image sans risque de divergence.

- En présence de bruit.

Dans la plupart des cas, la vitesse de convergence est faible pour les fréquences spatiales élevées (I_S proche de zéro). Il est ainsi possible, en limitant le nombre d'itérations, de restaurer correctement les basses fréquences spatiales sans amplifier le bruit aux fréquences élevées.

IV- CONCLUSION -

L'intérêt principal de l'algorithme est de prendre en compte automatiquement et de manière progressive l'affaiblissement de chaque composante fréquentielle.

Nous avons effectué des tests sur des images comportant 512 x 512 pixels, la réponse du système étant représentée par une fonction gaussienne définie sur 32 x 32 pixels. L'algorithme converge en 10 itérations environ dans les cas traités.

Cette étude doit bien sûr être complétée par des tests sur des cas moins limitatifs et surtout sur des images expérimentales. Il faudra aussi définir l'intérêt d'une telle méthode et ses performances par rapport à d'autres méthodes de restauration d'image dont nous examinons par ailleurs les possibilités (réf. 3,4).

REMERCIEMENTS :

Les auteurs remercient M. J.P.MARTINENQ qui a contribué à ce travail et réalisé les premières applications à des images.

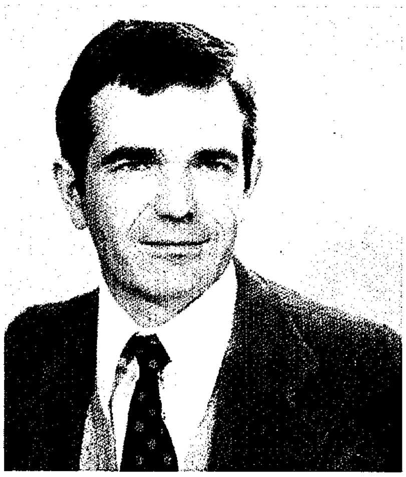


PHOTO-n° 1
Image 1 : Cliché inital net numérisé sur 512 x 512 pixels.

PHOTO n° 2
Image 2 : Image 1 convoluée avec une fonction Gaussienne d'écart type σ = 3 définie sur 32 x 32 pixels.

PHOTO n° 3
Image 3 : Image 2 restaurée par la méthode itérative. On ne retrouve pas exactement l'image 1 puisque certaines fréquences ont été totalement supprimées par la convolution et ne peuvent donc être restaurées. C'est un exemple de restauration partielle.

Références :

-1- Digital Image Restoration. H.C. ANDREWS, B.R. HUNT. Prentice Hall, Inc.

-2- Picture Processing and digital fittering. Topics in applied physics. Springer Verlag.

-3- Image restoration by a powerful maximum entropy method. S.F. BURCH, S.F. GULL. Computer Vision, Graphics and Image processing 23, 113-128 (1983).

-4- Déconvolution discrète en temps réel. G. DEMOMENT, D. SAINT-FELIX 8ème Colloque sur le traitement du signal et ses applications (1981).