

IMAGERIE ACOUSTIQUE PAR RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE DANS DES MILIEUX FLUIDES.  
TOMOGRAPHIC RECONSTRUCTION OF ACOUSTIC IMAGES IN FLUID MEDIA

J.P.SESSAREGO, J.SAGELOLI, C. GAZANHES.

C.N.R.S.-LABORATOIRE DE MECANIQUE ET D'ACOUSTIQUE. EQUIPE "ULTRASONS"  
31, Chemin J.Aiguier, B.P.71 - 13277 MARSEILLE Cedex 9 - FRANCE

**RESUME**

Les techniques de reconstruction tomographique sont à l'heure actuelle des techniques classiques qui permettent d'obtenir des images d'une coupe d'un objet. Initialement développées dans le domaine des rayons X médicaux, ou elles ont conduit à la réalisation des différentes générations de scanners,

elles sont de plus en plus introduites dans le domaine de l'acoustique et en particulier celui des ultra-sons. Cependant contrairement aux rayons X qui se propagent en ligne droite dans les milieux analysés, les rayons acoustiques sont plus ou moins affectés par leur passage dans la substance que l'on veut étudier. Il en résulte en particulier des effets de réfraction d'ondes qui introduisent des anomalies dans les images reconstruites de l'objet.

Ces constatations expliquent la raison pour laquelle on se penche à l'heure actuelle sur des modèles théoriques de reconstruction qui font intervenir la courbure des rayons à la traversée des milieux. Les nouveaux algorithmes qui en résultent, nécessitent quelques modifications des systèmes d'acquisition, mais le principe général de la méthode reste inchangé.

Dans ce travail on s'est intéressé essentiellement aux méthodes dites "en transmission" et on a étudié le cas d'un obstacle fluide homogène et peu réfléchissant immergé dans un autre fluide servant de liquide de couplage. On a simulé par calcul le champ diffracté par un cylindre fluide homogène puis à partir des formulations établies par DEVANEY on a reconstruit le profil de célérité dans le cylindre.

**SUMMARY**

To day, tomographical reconstruction techniques are of current use and allow to obtain images of slices of an object. First developed with X rays for medical diagnostic, they have been introduced in acoustics and especially in ultrasonics. Nevertheless in contrast with X rays which are propagating according to straight lines, acoustical ray are diffracted by the medium in which they propagate. These effects of diffraction and refraction introduce distortion in the reconstructed images of the object. Many authors have studied the case where ray bending occurs and have proposed new algorithms for ultrasonic transmission tomography.

In this paper we have applied the back propagation algorithm due to DEVANEY, to the case of a fluid medium surrounding an another fluid medium assumed to be cylindrical and homogeneous.

We have simulated the scattered field of the fluid cylinder then, using the results of computation, we have introduced the formulation of the inverse problem. We have compared this new technique to classical ones and studied the improvement in the quality of images when ray bending is taken into account.



## 1. INTRODUCTION

La recherche de méthodes d'imagerie de plus en plus efficaces et performantes a entraîné un développement spectaculaire des méthodes de tomographie assistée par ordinateur.

Initialement employées en radioastronomie /1/, puis dans le domaine médical avec les rayons X /2/, ces techniques ont été introduites et développées dans d'autres domaines et en particulier dans le domaine de l'acoustique, où elles commencent à fournir des résultats particulièrement encourageants /3/ /4/. Cependant, et contrairement aux rayons X qui se propagent en ligne droite, (du moins dans les milieux biologiques : faibles phénomènes de diffraction à cause des longueurs d'onde mises en jeu), les ondes acoustiques sont plus ou moins fortement affectées lors de leur propagation dans les milieux étudiés. Néanmoins les premiers essais de tomographie acoustique par transmission, ont été calqués sur les méthodes classiques, utilisées couramment dans le domaine des rayons X. Ces méthodes consistent essentiellement en acoustique à mesurer l'atténuation d'un faisceau ultrasonore à la traversée d'un milieu pour remonter ensuite à une carte d'atténuation de celui-ci. Les méthodes acoustiques offrent également la possibilité de mesurer des temps de vol de signaux entre un émetteur et un récepteur. Ces méthodes permettent alors d'établir une véritable cartographie de célérité. /5/, /6/.

Les images obtenues, surtout dans le cas de mesures d'atténuation sont affectées par des défauts de reconstruction qui peuvent empêcher l'interprétation correcte des images. Ces défauts sont dus essentiellement au fait que les ondes acoustiques ne se propagent pas en ligne droite, mais sont plus ou moins affectées par les inhomogénéités du matériau.

C'est la raison pour laquelle on se penche à l'heure actuelle sur des modèles qui font intervenir la réfraction des rayons à la traversée des milieux et qui permettent une meilleure description des phénomènes mis en jeu lors de la propagation. Des études de ce type ont été conduites par un certain nombre d'auteurs parmi lesquels on peut citer E.J.FARRELL /7/, A.J.DEVANEY /8/ et R.K.MUELLER /9/.

Les algorithmes de reconstruction qui en résultent nécessitent une modification du système d'acquisition par rapport aux méthodes précédentes, mais le principe de la méthode reste quasiment identique.

Dans l'étude que nous avons entreprise, nous avons testé l'une des méthodes récemment mises au point par DEVANEY /8/. En simulant numériquement le champ diffracté par des obstacles très simples et en appliquant ensuite les algorithmes de reconstruction appropriés, nous avons pu obtenir une image des différents obstacles étudiés. Par souci de simplification au niveau des calculs numériques, nous avons traité le cas de milieux à 2 dimensions. L'extension au cas de milieux à 3 dimensions ne devrait pas poser de difficultés particulières.

## 2. GENERALITES

a) Dans la méthode classique de tomographie par transmission où l'on suppose des conditions de propagation rectiligne pour l'onde acoustique, un émetteur, en général très directif, éclaire l'obstacle. Un récepteur situé à l'opposé (Fig. 1) reçoit le faisceau qui a traversé la cible. Un balayage mécanique et en synchronisme de l'émetteur et du récepteur, permet d'obtenir une projection suivant une direction donnée, de la fonction à deux dimensions, que l'on cherche à retrouver. Une rotation angulaire de la cible fournit ensuite un ensemble de projections de la fonction inconnue. La transformée de Radon permet alors, à partir de l'ensemble des projections, de retrouver la fonction à deux dimensions cherchée.

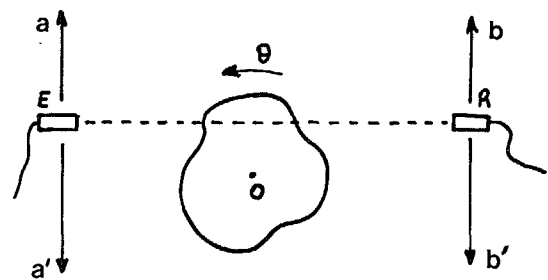


FIG. 1 Méthode classique de la tomographie

## b) La tomographie par diffraction

Pour être plus conforme à la réalité physique des phénomènes, on suppose que la cible diffracte les ondes acoustiques incidentes. DEVANEY /8/ propose alors d'émettre une onde plane quasi monochromatique et de mesurer le champ diffracté par la cible en un grand nombre de points (Fig. 2), soit avec des capteurs ponctuels que l'on déplace, soit au moyen d'une antenne linéaire. C'est dans cette configuration où l'on suppose avoir accès au champ diffracté en tous

points, que nous avons développé une méthode de simulation numérique et testé l'efficacité de nouveaux algorithmes de reconstruction.

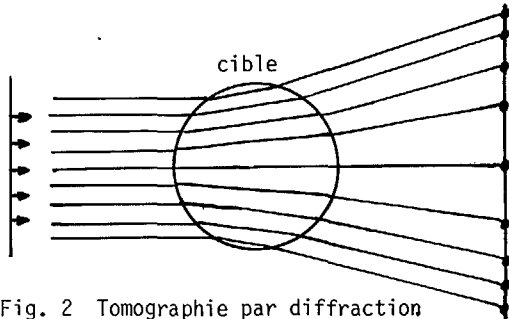


Fig. 2 Tomographie par diffraction

3. L'ALGORITHME DE LA RETROPROPAGATION

On considère un objet à 2 dimensions immergé dans un fluide de couplage de densité :  $\rho_0$  et de célérité  $c_0$  et éclairé par une onde plane. On suppose que la densité dans le milieu analysé est constante et égale à  $\rho$ , la célérité étant égale à  $C$ . On suppose que ce milieu peut être assimilé à un fluide (pas d'ondes de cisaillement).

Dans ces conditions on sait [10] que

$$(1) \quad \frac{1}{\rho} \nabla^2 p - \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho c^2} \chi_K \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho} \text{div}[\chi_\rho \text{grad } p]$$

avec  $\chi_\rho = \frac{\rho - \rho_0}{\rho}$        $\chi_K = \frac{K - K_0}{K_0}$

$p$  désigne la pression acoustique et  $K$  la compressibilité. Si l'on suppose :  $\rho = \rho_0$  (aucune variation de densité).

L'équation précédente se réduit à :

$$(2) \quad \nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\chi_K}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

soit en posant :

$$O(\vec{r}) = 1 - \frac{c_0^2}{c^2}$$

$$(3) \quad \nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{O(\vec{r})}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

Dans le cas du régime harmonique :

$$(4) \quad \nabla^2 \Phi + k_0^2 \Phi = k_0^2 O(\vec{r}) \Phi$$

La solution s'écrit :

$$(5) \quad \Phi(\vec{r}, \omega) = \Phi_0(\omega) e^{i k_0 \vec{s}_0 \cdot \vec{r}}$$

$$-\frac{i k_0^3}{4} \int_{\mathbb{R}^2} d^2 \vec{r}' O(\vec{r}') \Phi(\vec{r}', \omega) \cdot H_0^{(1)}[k_0 |\vec{r} - \vec{r}'|]$$

L'approximation de BORN permet d'écrire pour le champ diffracté :

$$(6) \quad \Phi_d(\vec{r}, \omega) = \frac{-i k_0^3}{4} \Phi_0(\omega) \int_{\mathbb{R}^2} d^2 \vec{r}' O(\vec{r}') \cdot e^{i k_0 \vec{s}_0 \cdot \vec{r}} H_0^{(1)}[k_0 |\vec{r} - \vec{r}'|]$$

Ecrivons [10] la fonction de HANKEL sous forme intégrale

$$(7) \quad H_0^{(1)}[k_0 |\vec{r} - \vec{r}'|] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dK_x}{\gamma} e^{i[K_x(x-x') + \gamma(y-y')]}$$

avec  $\gamma = \sqrt{k_0^2 - K_x^2}$

Dans ces conditions, le long de la ligne :  $y = y_0$ , le champ diffracté s'écrit :

$$(8) \quad \Phi_d(\vec{r}, \omega) = \frac{-i k_0^3}{4} \Phi_0(\omega) \int_{\mathbb{R}^2} \frac{dK_x}{\gamma} e^{i \delta l_0 \gamma} \tilde{O}(K_x, \gamma - k_0) e^{i K_x x}$$

Avec  $\tilde{O}(K_x, \gamma - k_0) = \iint O(x, y) e^{-i[K_x x + (\gamma - k_0)y]} dx dy$

$\tilde{O}(K_x, \gamma - k_0)$  représente la transformée de FOURIER de  $O(x, y)$  évaluée pour  $K_y = \gamma - k_0$  (Fig. 3).

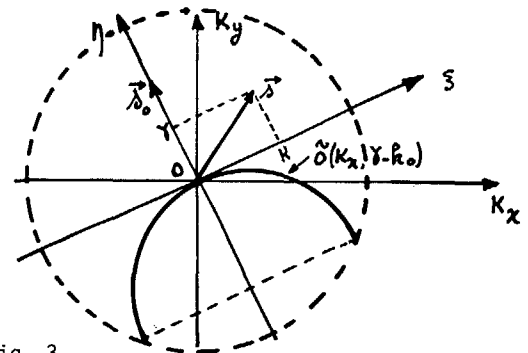


Fig. 3

Considérons la version filtrée passe-bas de la fonction d'objet :  $O(\vec{r})$ .

$$(9) \quad O_B(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint d^2 \vec{K} \cdot \tilde{O}_B(\vec{K}) e^{i \vec{K} \cdot \vec{r}}$$

Posons  $\vec{K} = k_0(\vec{s} - \vec{s}_0)$ .

$\vec{s}_0$  est la direction de l'onde incidente (Fig. 4).

$\vec{s}$  est un vecteur dans la direction d'observation.

La relation (9) peut s'écrire

$$(10) \quad O_B(\vec{r}) = \frac{k_0}{2(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{+\pi} d\phi_0 \int_{-k_0}^{+k_0} \frac{dK}{\gamma} |K| \cdot D_0(K, \omega) e^{i[K \hat{s} + (\gamma - k_0) \vec{s}_0] \cdot \vec{r}}$$



Le terme :  $D_{\phi_0}(k, \omega)$  est lié au champ diffracté par

$$(11) \quad D_{\phi_0}(k, \omega) = \frac{2i\gamma}{k_0^2 \Phi_0(\omega)} \cdot e^{-i\delta l_0} \cdot \phi_d(k, \eta = l_0, \omega)$$

la relation (11) permet à partir de la connaissance du champ diffracté de retrouver une version filtrée passe bas de la fonction d'objet :  $O(\vec{r})$ . C'est la formule obtenue par DEVANEY /8/.

Pour tester l'algorithme de reconstruction nous avons étudié le cas relativement simple du cylindre fluide de densité :  $\rho_1$  et dont la célérité est  $c_1$ . Le calcul du champ diffracté est obtenu de façon relativement classique à partir d'un développement en série de fonctions de Bessel cylindriques /11/.

4. CALCUL DU CHAMP DIFFRACTE DERRIERE L'OBSTACLE

On suppose une onde plane éclairant un cylindre fluide en incidence normale (problème à 2 dimensions). Il s'agit alors de calculer le champ diffracté suivant un axe  $\vec{O}\xi'$  perpendiculaire à la direction de l'onde plane incidente (Fig.4).

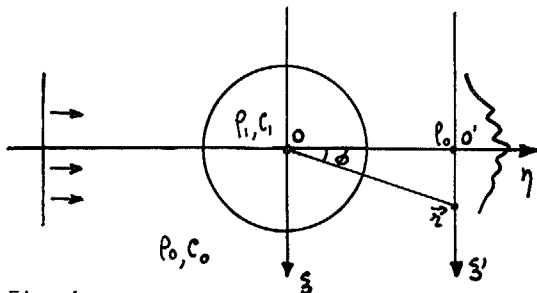


Fig. 4

Le champ total à l'extérieur du cylindre s'écrit :

$$(12) \quad P_t = \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n0}) i^n \frac{B_n}{D_n} \cos(n\phi)$$

$$\delta_{n0} = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

avec

$$B_n = D_n J_n(k_0 z) + b_n H_n^{(1)}(k_0 z)$$

or le champ incident  $P_i$  peut se développer sous la forme :

$$(13) \quad P_i = \sum_n (2 - \delta_{n0}) i^n J_n(k_0 z) \cdot \cos(n\phi).$$

Dans ces conditions :

$$(14) \quad P_d = \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n0}) i^n \cdot \frac{b_n}{D_n} \cdot H_n^{(1)}(k_0 z) \cos(n\phi)$$

$b_n$  et  $D_n$  sont des déterminants 2 X 2

$$b_n = \begin{vmatrix} \beta_1 & \alpha_{12} \\ \beta_2 & \alpha_{22} \end{vmatrix}$$

$$D_n = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix}$$

Avec

$$\beta_1 = a^2 J_n(k_0 a)$$

$$\beta_2 = (k_0 a) \cdot J_n'(k_0 a)$$

$$\alpha_{11} = -a^2 H_n^{(1)}(k_0 a)$$

$$\alpha_{12} = -\lambda (k_1 a)^2 J_n(k_1 a)$$

$$\alpha_{21} = -(k_0 a) H_n^{(1)'}(k_0 a)$$

$$\alpha_{22} = -\rho_0 \omega^2 (k_1 a) J_n'(k_1 a)$$

$\lambda$ : paramètre de Lamé

$P_d$  s'exprime alors par la relation

$$(15) \quad P_d = \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n0}) i^n H_n^{(1)}(k_0 z) \cos(n\phi) \times \left[ \frac{\frac{\rho_0 c_0}{\rho_1 c_1} \cdot J_n(k_0 a) J_n'(k_1 a) - J_n'(k_0 a) \cdot J_n(k_1 a)}{J_n(k_1 a) H_n^{(1)'}(k_0 a) - \frac{\rho_0 c_0}{\rho_1 c_1} \cdot H_n^{(1)}(k_0 a) \cdot J_n'(k_1 a)} \right]$$

Posons :

$$(16) \quad \text{tg } \eta_n = \frac{B_n J_n(k_0 a) - J_n'(k_0 a)}{B_n Y_n(k_0 a) - Y_n'(k_0 a)}$$

Avec 
$$B_n = \frac{\rho_0 c_0}{\rho_1 c_1} \cdot \frac{J_n'(k_1 a)}{J_n(k_1 a)}$$

Dans ces conditions on obtient

$$(17) \quad P_d = \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 z}} e^{i[k_0 z + \frac{\pi}{4}]} \times \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n0}) \cdot \sin \eta_n \cdot e^{i\eta_n} \cdot \cos(n\phi)$$

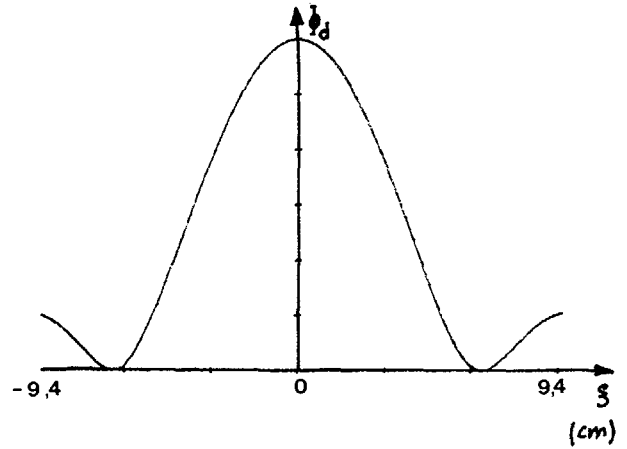
IMAGERIE ACOUSTIQUE PAR RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE DANS DES MILIEUX FLUIDES

Jean-Pierre SESSAREGO, Jean SAGELOLI, Claude GAZANHES  
 TOMOGRAPHIC RECONSTRUCTION OF ACOUSTIC IMAGES IN FLUID MEDIA

5. RESULTATS OBTENUS

Nous avons étudié le cas d'un cylindre fluide de densité :  $\rho_1 = 1$  et dont la célérité est constante et égale à  $C_1 = 1500$  m/s plongé dans un fluide externe de densité  $\rho_0 = 1$  et dont la célérité est de 1480 m/s. Le rayon du cylindre est de  $a = 2$  cm et la fréquence d'émission de 250 KHz.

La figure 5 présente la partie réelle, la partie imaginaire et le module du champ derrière l'obstacle. Les courbes ont été tracées avec un pas  $\Delta s$  de 3 mm. La figure 6 correspond à la transformée de FOURIER spatiale du champ diffracté  $\phi_d(k, \omega)$ . Celui-ci est directement introduit dans les algorithmes du problème inverse pour essayer de retrouver la fonction de profil  $D(\vec{r})$  cherchée. Le résultat obtenu est présenté sur la photo 1 sous laquelle on a fait figurer à gauche une projection et à droite le cylindre après reconstruction. Ce résultat a été photographié sur un moniteur noir et blanc à l'aide de 64 X 64 points codés avec 64 niveaux de gris. La reconstruction a été effectuée en prenant 10 angles d'observation soit des pas angulaires de 36°. On remarque d'ailleurs sur la photo, les défauts de reconstruction liés au nombre limité d'observations.



c) Module du champ

Fig. 5

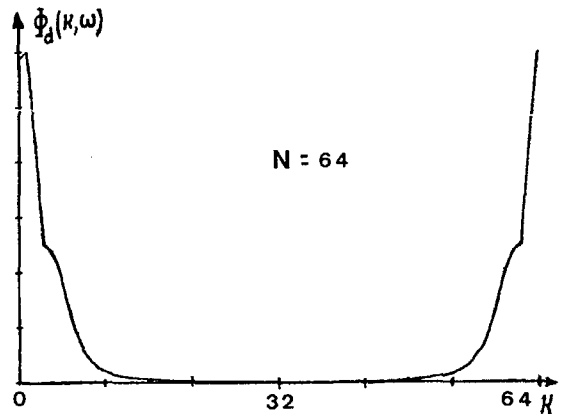
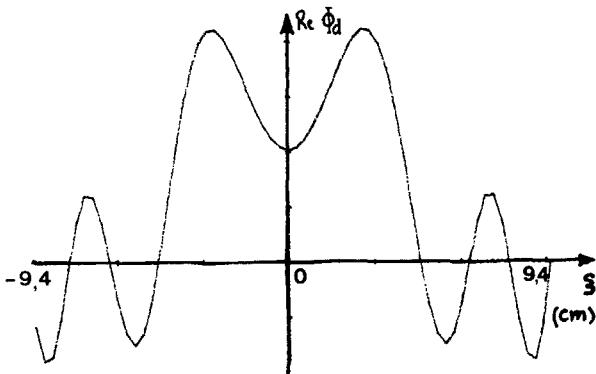
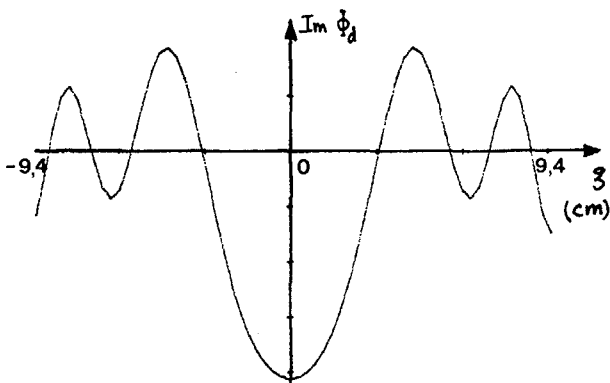


Fig.6 Transformée de FOURIER du champ



a) Partie réelle du champ



b) Partie imaginaire

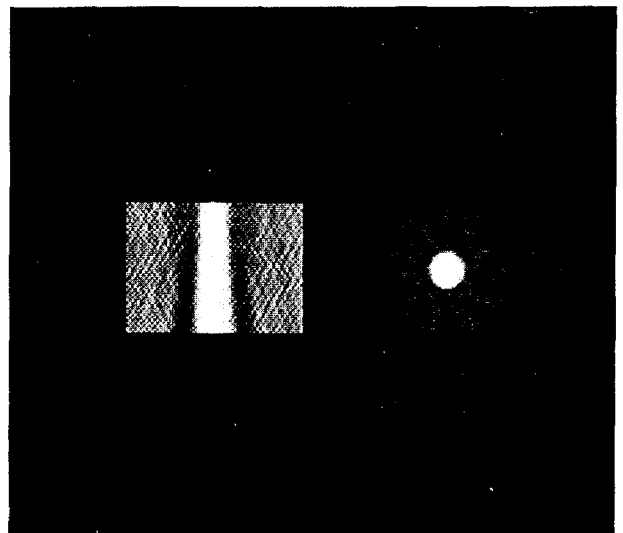


Photo 1



## 6. CONCLUSION

Par simulation numérique nous avons montré qu'en partant de l'expression rigoureuse du champ diffracté par un cylindre fluide et en appliquant les algorithmes de reconstruction de DEVANEY, on pouvait remonter à une image de la cible étudiée. Il faut souligner que la méthode ne s'applique que si certaines conditions sont remplies. En particulier, il faut que les approximations de BORN du 1er ordre soient correctes, ce qui impose des conditions sur la nature du matériau analysé. Ceci exclu entre autre les variations brutales de célérité ainsi que les réflexions multiples. Moyennant les hypothèses précédentes, ce qui est le cas dans la plupart des milieux biologiques, la méthode exposée permet après un étalonnage préalable de mesurer directement les célérités sur les diagrammes obtenus. La méthode décrite peut être étendue sans difficulté aux obstacles à 3 dimensions. Des études dans ce sens sont développées actuellement au laboratoire.

## BIBLIOGRAPHIE

- /1/ R.N.BRACEWELL, Strip integration in radio astronomy. Aust. J. Phys. Vol 9, 1956 pp 198-217.
- /2/ R.GORDON, R.BENDER and G.T.HERMAN, Algebraic reconstruction techniques (ART) for three dimensional electron microscopy and X-rays photography. J. Theor. Biol. Vol 29, 1970 pp 471-481.
- /3/ M.CLEMENT, P.ALAIS, J.C.ROUCAYROL and J.PERRIN Computerized ultrasonic tomography by electronic scanning and steering of a ring array. Acoustical Imaging edited by Pierre ALAIS and A.F.METHERELL Vol 10.
- /4/ D.HILLER and H.ERMERT, Tomographic reconstruction of B-Scan images. Acoustical Imaging ed. by P.ALAIS and A.F.METHERELL, Vol 10.
- /5/ J.F.GREENLEAF and A1. Breast imaging by ultrasonic-computer assisted tomography. Acoustical Im. edited by A.F.METHERELL, Vol 8, 1980.
- /6/ G.H.GLOVER, Computerized time of flight ultrasonic tomography for breast examination. J. Ultras. red. biol. 3 1977 pp 117-127.
- /7/ E.J.FARRELL, Tomographic imaging of attenuation. Tomographic imaging of attenuation with simulation correction for refraction. Ultrasonic Im. Vol 3 n°2 1981.
- /8/ A.J.DEVANEY, A filtered backpropagation algorithm for diffraction tomography. Ultrasonic Im. Vol 4 n°4 1982.
- /9/ R.K.MUELLER, M.KAVEH, R.D.INVERSON, A new approach to acoustic tomography using diffraction techniques. Acoustical Im. Vol 8 ed. by A.F.METHERELL, 1980, pp 615-628.
- /10/ MORSE and INGARD, Theoretical Acoustics. Mac Graw-Hill book company. P 409.
- /11/ A.DEREM. Série des ondes transmises par un cylindre fluide et creux. Une solution exacte. Revue du CETHEDC. Ondes et signal. 4ème trimestre 1982 n° 73.