DISTRIBUTION STATISTIQUE DE L'INTENSITE DU BRUIT DE TRAFIC ET DE L'AMPLITUDE DE LA REVERBERATION DE FOND : DEUX PROBLEMES MATHEMATIQUES VOISINS

Robert LAVAL et Jean-Marc DREZET

Société d'Etudes et Conseils AERO - 3 avenue de l'Opéra - 75 001 PARIS

RESUME

Le bruit de fond lié au trafic maritime ou la réverbération de fond reçue par un sonar actif résultent l'un comme l'autre de l'addition d'un grand nombre de composantes élémentaires. Du point de vue mathématique, il s'agit de termes réels positifs (intensité des bruits élémentaires) dans le cas du bruit de trafic et de termes complexes (amplitude et phase des échos élémentaires) dans le cas de la réverbération. On présente les transformations qui permettent de calculer la distribution du niveau du bruit ou de l'amplitude de la réverbération à partir des lois statistiques des composantes élémentaires. On montre que, lorsque cette distribution n'est pas gaussienne, il existe une valeur limite au-delà de laquelle le bruit ou la réverbération sont principalement dus à une composante unique qui domine la somme de toutes les autres. Cette propriété permet de définir un critère pour la détection et l'estimation d'un bruiteur dominant dans le bruit de trafic, ou d'un écho dominant dans la réverbération.

SUMMARY

The background noise due to ships traffic or the bottom reverberation received by an active sonar both result from the summation of a large number of elementary components. From the mathematical point of view, these components are real positive terms (elementary noises intensities) for traffic noise, and complex terms (amplitude and phase of the elementary echoes) for reverberation. The transformations allowing the distribution of noise levels or reverberation amplitude to be computed from the statistical laws of the elementary components are presented. It is shown that, when the above distribution is not gaussian, a limiting value can be found above which the noise or the reverberation is principally due to a single component dominating the sum of all the other ones. Such a property can be used to define a criterion for the detection and estimation of a dominating noise component in traffic noise or a dominating echo in reverberation.

1.- INTRODUCTION

Le bruit de trafic mesuré à un instant donné en un point de l'océan par une antenne de directivité donnée est la somme des bruits élémentaires provenant d'un très grand nombre de navires. De même, la réverbération de fond mesurée à un instant donné par un sonar actif peut être considérée comme une somme d'échos élémentaires provenant d'un très grand nombre de cibles sur le fond.

Si l'on connaît la loi de répartition statistique des bateaux sur l'océan, la distribution de leurs niveaux de bruit rayonné, les lois de propagation ainsi que le diagramme de directivité de l'antenne, on peut calculer la distribution du nombre et de l'intensité des composantes élémentaires du bruit de trafic à la sortie de l'antenne. Une transformation mathématique permet ensuite de passer de la distribution des composantes élémentaires à celle de leur somme. Le programme de bruit de trafic ANATRA réalisé pour le GERDSM est basé sur ce principe. De même, si l'on connaît la loi de répartition statistique des cibles élémentaires sur le fond de la mer ainsi que la distribution de leurs index de réflexion, on peut calculer la distribution d'amplitude de la réverbération à la sortie d'un sonar.

Les transformations mathématiques relatives à ces deux problèmes présentent des formes voisines mais ne sont pas identiques : dans le premier cas, elles s'appliquent à une sommation de termes réels positifs (intensité des bruits élémentaires), dans le deuxième cas, à une sommation de termes complexes (représentant l'amplitude et la phase d'échos élémentaires à bande étroite).

En fait ces transformations sont des cas particuliers d'une formule plus générale, la formule de LEVY-KHINTCHINE.

2.- DESCRIPTION DES COMPOSANTES ELEMENTAIRES

Dans les deux cas, la répartition des composantes élémentaires est supposée poissonnienne. Cela implique que les propriétés statistiques que nous aurons à étudier pourront en principe se déduire de la connaissance d'une fonction unique. Dans le cas du bruit de trafic, il s'agit de la fonction :

N (b) = nombre moyen de bateaux causant un bruit $\geq$ b à la sortie du récepteur.

Dans le cas de la réverbération de fond, il s'agit de la fonction :
n (ε) = nombre moyen de cibles causant à la sortie du sonar un écho d'amplitude ≥ ε.

Dans ce cas, nous aurons aussi besoin de l'hypothèse supplémentaire suivante : la phase des échos élémentaires est équidistribuée entre 0 et 2 π.

Ces fonctions décroissantes tiennent compte de tout ce qui intervient dans la formation du bruit. Dans le cas du bruit de trafic, la séquence d'opérations aboutissant au calcul de N (b) est exposée dans [1] et [2]. L'hypothèse poissonnienne concerne la distribution spatiale des bateaux : si N_0 est le nombre moyen de bateaux dans une zone S donnée de l'océan, la probabilité pour qu'il y ait exactement n bateaux dans S est :

$$e^{-N_0} \cdot \frac{N_0^n}{n!}$$

Dans le cas de la réverbération de fond, on part de la fonction :
n/m^2 (I) = nombre moyen de cibles par m^2 de fond dans la zone insonifiée dont l'index de réflexion est ≥ I.

La fonction n (ε) s'obtient à partir de n/m^2 (I) en tenant compte de la loi de propagation du son entre le sonar et les cibles, et des caractéristiques du sonar (directivité, forme du signal d'émission...). L'hypothèse poissonnienne concerne, comme dans le cas du bruit de trafic, la distribution spatiale des cibles.

3.- DENSITES DE PROBABILITE

On s'intéresse aux densités de probabilité suivantes :

- Cas du bruit de trafic :
p (B) = probabilité du bruit B à la sortie du récepteur

- Cas de la réverbération de fond :
p_R (R) = probabilité de l'amplitude R de l'écho résultant

La séquence d'opérations qui donnent p (B) à partir de N (b) et p_R (R) à partir de n (ε) est donnée dans le tableau ci-après .

On peut en déduire des formules analogues donnant les lois de probabilité :

$$P(B) = \int_0^B p(B')\,.\,dB'\ ,\ P_R(R) = \int_0^R p_R(R')\,.\,dR'$$

REMARQUE : *On peut aussi obtenir la densité de probabilité d'une composante (partie réelle ou imaginaire) de la réverbération. On part dans ce cas de la fonction :*

Na(a) = nombre moyen de cibles dont la partie réelle de l'écho est ≥ a.

La formule donnant la probabilité d'une composante de la réverbération de fond est analogue à celle donnant P (B), la différence provenant du fait que la variable a peut prendre des valeurs négatives. Cette formule a déjà été utilisée dans Ol'SHEVSKII [3].

	Bruit de trafic	Réverbération de fond
Données	N (b)	n (ε)
Etape 1	Transformée de FOURIER $G(\xi) = \int_0^{+\infty} e^{ib\xi} N(b)\,db$	Transformée de HANKEL $\Gamma(\xi) = \int_0^{+\infty} J_1(\xi\varepsilon)\,n(\varepsilon)\,d\varepsilon$
Etape 2	exponentielle $F(\xi) = e^{i\xi G(\xi)}$	exponentielle $\Phi(\xi) = e^{-\xi\,\Gamma(\xi)}$
Etape 3	Transformée de FOURIER inverse $p(B) = \frac{1}{\pi}\,.\int_0^{+\infty} e^{-iB\xi}\,.\,F(\xi)\,.\,d\xi$	Transformée de HANKEL inverse $p_R(R) = R\,.\int_0^{+\infty} \xi J_0(\xi R)\,.\,\Phi(\xi).d\xi$

4.- CARACTERE NON GAUSSIEN DES LOIS OBTENUES

Le fait que les lois de probabilité P(B) et P_R (R) soient non gaussiennes vient du fait que le bruit de trafic (resp. l'écho résultant) peut être dû à un moment donné à un petit nombre de bateaux (resp. cibles) dominant l'ensemble de tous les autres. On peut introduire la loi de probabilité du bruiteur le plus fort, qu'on note P_1 (B), et celle de l'écho le plus fort : $P_{R,1}(R)$. Dans le cas du bruit de trafic, on obtient dans certains cas la situation suivante :

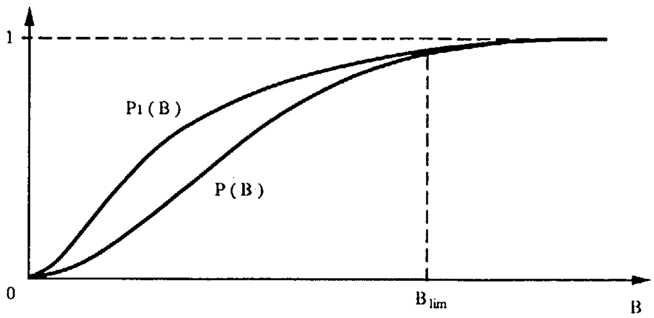

Fig. 1 : Lois de probabilité du bruit total et du bruiteur le plus fort

Dans ce cas, P(B) et P_1(B) sont pratiquement confondues à partir d'une certaine valeur de B, mettant en évidence le fait qu'alors le bruit total reste dû essentiellement au bruiteur le plus fort. Dans le cas de la réverbération, la même chose peut se produire.

L'expression de P_1(B) et $P_{R,1}$(R) est particulièrement simple :

$$P_1\,(B) = e^{-N(B)},\ P_{R1}(R) = e^{-n(R)}$$

5.- LE PROBLEME INVERSE

On peut envisager de retrouver N(b) (resp. n(ε)) à partir de P(B) (resp. P_R(R)), la transformation inverse faisant simplement apparaître un logarithme à la place de l'exponentielle. Mais la présence d'une exponentielle dans les transformations donnant P(B) et P_R(R) agit comme un filtre passe-bas qui annule les composantes à haute fréquence de N(b) (resp. n(ε)). On ne peut donc reconstituer qu'une version lissée de ces fonctions. En particulier, si à la limite P(B) (ou P_R(R)) est gaussienne, on ne pourra calculer que les quantités :

$$\int_0^{+\infty} N(b)db \quad \text{et} \quad \int_0^{+\infty} bN(b)db$$

(les deux premiers moments)

6.- PROBABILITES CONDITIONNELLES

On peut introduire les densités de probabilité suivantes :

- dans le cas du bruit de trafic :
p_{b1} (B) : probabilité du bruit total B, connaissant le bruit du bruiteur le plus fort b_1,

- pour la réverbération de fond :
$p_{\varepsilon 1}$(R) : probabilité de l'amplitude R de l'écho résultant, sachant que l'écho élémentaire le plus fort vaut ε_1 .

Le calcul de p_{b1} (B) est similaire à celui de p(B) : il suffit en effet de remplacer la fonction N(b) par N_1(b), avec :

$$N_1(b) = N\,(b) - N\,(b_1) \text{ si } b \leq b_1$$
$$= 0 \text{ si } b > b_1\ .$$

On obtient alors la loi de probabilité de B - b_1, (somme des bruits élémentaires moins le plus fort, sachant que ce dernier est égal à b_1) d'où l'on déduit facilement pb_1 (B).

Le calcul de $p\varepsilon_1$ (R) est de même semblable à celui de p_R(R).

Des densités de probabilité conditionnelle précédentes, on peut déduire deux autres :

p_{1B} (b_1) = probabilité du bruit du bruiteur le plus fort sachant que le bruit total est égal à B.
et :
$p_{1R}(\varepsilon_1)$ = probabilité de l'écho le plus fort ε_1, sachant que l'écho résultant a pour amplitude R.

Les formules permettant de les obtenir sont :

$$p_{1B}\,(b_1) = p_{b1}\,(B)\,.\,p_1\,(b_1)\,/\,p\,(B),$$
$$p_{1R}\,(\varepsilon_1) = p_{\varepsilon 1}\,(R)\,.\,p_{R1}(\varepsilon_1)\,/\,p_R\,(R)$$

7.- APPLICATION A LA DETECTION

Ces deux dernières lois de probabilité sont les plus intéressantes. Pour une valeur donnée de B ou de R, correspondant par exemple à la valeur effectivement mesurée à un instant donné, p_{1B} (b_1) ou p_{1R} (ε_1) permettent de calculer la valeur moyenne et l'écart-type du bruiteur ou de l'écho le plus fort. On peut alors définir un niveau limite B_{lim} ou R_{lim} à partir duquel on peut estimer le niveau du bruiteur ou de l'écho le plus fort avec un degré de précision supérieur ou égal à une valeur fixée a priori. Par exemple, on peut définir B_{lim} comme le plus petit B tel que :

$$\frac{\text{Ecart-type de } p_{1B}\,(b_1)}{\text{Valeur moyenne de } p_{1B}(b_1)} \leq 10\,\%$$

A chaque fois que $B \geq B_{lim}$, on sera donc pratiquement sûr que le bruit total sera dû à un bruiteur dominant fortement tous les autres et dont on pourra estimer correctement l'intensité au niveau du capteur. Le degré de certitude et la prévision d'estimation dépendent du paramètre ayant servi à définir B_{lim} (ici 10%). On dispose alors d'un critère permettant de fixer un seuil pour la détection d'un bruiteur dominant dans le bruit de trafic.

Dans le cas de la réverbération de fond, des considérations analogues conduisent à définir une amplitude limite R_{lim} qui permet de fixer un seuil pour la détection d'une cible. Connaissant la loi de propagation du fond et les caractéristiques du sonar, on peut remonter à la valeur minimale I_{lim} de l'index de réflexion d'une cible qui peut être identifiée et mesurée avec une précision donnée dans la réverbération.

On notera également qu'il n'est pas nécessaire de disposer des véritables lois élémentaires $N(b)$ ou $n(\varepsilon)$ relatives à la distribution des bruiteurs ou des échos élémentaires pour pouvoir calculer $p_{1B}(b_1)$ ou $p_{1R}(\varepsilon_1)$, et finalement B_{lim} ou R_{lim}. Il suffit pour cela de connaître les lois de probabilité $P(B)$ ou $P_R(R)$, ces dernières pouvant être obtenues à partir d'une analyse statistique de résultats de mesures.

Si ces lois ne sont pas gaussiennes, la résolution du problème inverse permettra de remonter à une version "lissée" des lois $N(b)$ ou $n(\varepsilon)$. Ces lois approchées contiennent les informations suffisantes pour reconstituer les lois $p_{1B}(b)$ ou $p_{1R}(\varepsilon_1)$ avec le degré de précision compatible avec les mesures de $P(B)$ ou $P_R(R)$.

Par contre, si $P(B)$ correspond à une distribution gaussienne, ou $P_R(R)$ à une distribution de RAYLEIGH, aucune reconstitution de $p_{1B}(b_1)$ ou de $p_{1R}(\varepsilon_1)$, ni aucune estimation de b_1 ou ε_1 ne seront possibles. Dans ce cas en effet, les conditions d'application du théorème central limite sont vérifiées ce qui implique que la contribution d'une composante élémentaire soit toujours faible devant la somme de toutes les autres.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été exécuté dans le cadre de contrats avec le GERDSM (pour le bruit de trafic) et la DRET (pour la réverbération).

REFERENCES

[1] LAVAL (R.), DREZET (J.M.) :
An Analytical Method to Predict the Statistical Characteristics of Ambient Shipping Noise
Communication présentée au NATO Advanced Study Institute on "Adaptative methods in Underwater Acoustics"
Lüneburg - Juillet-Août 1984

[2] LAVAL (R.), DREZET (J.M.) :
Modélisation analytique des propriétés du bruit de trafic
Communication présentée au 10ème Colloque GRETSI - Nice 1985

[3] Ol'SHEVSKII (V.V.) :
Characteristics of sea reverberation
Traduit du russe par :
Consultant Bureau New-York - 1967