

**Conception de Filtres numériques Hybrides****RIF/RII à phase linéaire**

BEL BACHIR M. Faouzi et CAELEN Jean

Laboratoire de la Communication Parlée I.C.P.- Unité associée au CNRS
I.N.P.G. - E.N.S.E.R.G 46 avenue Félix Viallet 38031 GRENOBLE CEDEX**RESUME**

Une méthode de conception de filtres numériques hybrides RIF/RII à phase linéaire est proposée et évaluée. Les filtres conçus doivent répondre à des spécifications d'amplitude et de phase préalablement définies dans le domaine fréquentiel. Le problème d'approximation est posé sous forme linéaire afin d'utiliser la méthode du simplexe. Il s'ensuit --et cela grâce à l'approche utilisée-- qu'une optimisation globale des composantes RIF et RII est effectuée ainsi qu'une optimisation simultanée de la l'amplitude et de la phase du filtre hybride.

Contrairement aux précédents travaux de Campbell et al, la recherche du meilleur filtre hybride est effectuée sans restriction de degré du dénominateur. Nous montrons que le meilleur filtre n'est pas toujours celui qui correspond à un dénominateur de degré deux et que sous des spécifications identiques nous obtenons des filtres hybrides plus performants et nécessitant un nombre de coefficients réduit de 25% à 30%.

Les filtres hybrides RIF/RII résultent d'un compromis entre les performances des filtres RIF et RII : une étude comparative est effectuée avec ceux-ci obtenus par des méthodes standards bien connues (Butterworth, Chebyshev, filtres elliptiques et RIF optimaux). Les critères de comparaison sont l'erreur sur le retard de groupe et l'espace mémoire nécessaire pour leur implantation sur processeur

SUMMARY

A design method for hybrid FIR/IIR digital filters is proposed and evaluated. Given magnitude and linear phase characteristics are simultaneously approximated in the frequency domain using linear programming. The IIR and FIR components of the hybrid filter are globally considered.

In contrast with the previous work by Campbell et al, the proposed design is not restricted to the search for the best second-order denominator hybrid filter. To obtain the best hybrid filter design both the numerator coefficients and the denominator coefficients are simultaneously varied. We show that the best hybrid design is not always a second-order denominator, and under the same specifications we obtain better hybrid filters requiring a number of coefficients reduced by 25% to 30%.

The hybrid FIR/IIR design represents a trade-off between an FIR and IIR design : the resulting designs are compared with standard filters (Butterworth, Chebyshev, Caueer elliptic, optimal FIR).The various designs are compared on the basis of the number of storage locations for state variables and the group delay properties.

1. INTRODUCTION

Les filtres hybrides RIF/RII présentent une alternative intéressante permettant d'élargir le choix de l'utilisateur restreint à opter entre les filtres RIF et RII.

L'idée motivant ce travail est de pouvoir réunir simultanément les intéressantes propriétés des filtres RIF et RII : le filtre résultant devant avoir un ordre nettement plus petit que celui nécessité par le filtre RIF correspondant, et une distorsion de phase moins élevée que celle présentée par les filtres RII.

Dans cet article nous proposons une approche différente de celle Campbell et al [1], qui est une extension de précédents travaux [5,6,7] utilisant la programmation linéaire. La linéarité de la phase du filtre hybride est obtenue en imposant à celui-ci un retard de groupe constant. Le problème d'approximation est posé sous forme linéaire afin d'utiliser la méthode du simplexe. Il

s'ensuit --et cela grâce à l'approche utilisée-- que les composantes RIF et RII du filtre hybride sont optimisées simultanément. Vu la souplesse et la rapidité de l'algorithme, nous avons pu élargir le champ d'investigation : la recherche du meilleur filtre hybride est effectuée sans restriction de degré du dénominateur. Comparativement aux exemples publiés dans [1], nous montrons : (a) que le meilleur filtre n'est pas celui qui correspond à un dénominateur de degré deux et (b) que sous des spécifications identiques nous obtenons des filtres hybrides plus performants et nécessitant un nombre de coefficients réduit de 25% à 30%.

Nous concluons par une discussion sur les propriétés des filtres hybrides, nous comparons nos résultats avec ceux de Campbell et al [1] et les filtres correspondants, obtenus par les méthodes standard (Butterworth, Chebyshev, filtres elliptiques et RIF optimaux).



2. POSITION DU PROBLEME

Le filtre hybride est souvent considéré comme la mise en cascade d'un filtre RIF et d'un filtre RII comme suit :

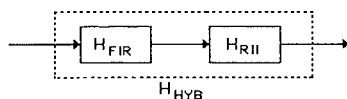


Schéma.1 : Structure en cascade

avec

$$(1) \quad H_{RII}(z) = \frac{\sum_{i=0}^N a_i \cdot z^{-i}}{\sum_{i=0}^M b_i \cdot z^{-i}}$$

$$(2) \quad H_{RIF}(z) = \sum_{i=0}^M c_i \cdot z^{-i} \quad M \gg N$$

$$(3) \quad H_{HYB} = H_{RIF} + H_{RII}$$

Campbell et al adoptent cette version en cascade du filtre hybride et procèdent à une optimisation en deux étapes : (a) la méthode de Hooke et Jeeves [2] est utilisée pour optimiser la composante RII du filtre hybride, quant à la composante RIF ils emploient la procédure bien connue de McClellan [3]. Le filtre RIF est considéré comme ayant une phase exactement linéaire, aucune condition de linéarité de phase sur le filtre RII n'est imposée. Ce qui leur permet de poser le problème sous forme d'une approximation des spécifications d'amplitude seulement. Le filtre RII est donc la seule et principale source de distorsion de phase du filtre hybride résultant. Les principaux problèmes engendrés par leur approche sont :

-le choix des coefficients du filtre RII initial

-le choix du pas de discrétisation de $N(\rho, \theta)$, ρ et θ étant les coefficients du filtre RII en coordonnées polaires [1]

Enfin les auteurs, imposent un ordre constant (ordre 2) à la composante RII. Ce qui leur permet de mieux maîtriser les problèmes cités ci-dessus. La stabilité du filtre hybride conçu est donc facilement obtenue.

Une autre approche serait de faire varier simultanément les coefficients du numérateur et du dénominateur en utilisant les procédures algorithmiques [8,9]. Cependant les filtres hybrides possèdent un numérateur d'ordre nettement plus grand que celui du dénominateur : il s'ensuit que ces méthodes s'avèrent souvent inefficaces [1]. La méthode que nous proposons se situe dans ce contexte. Elle permet de procéder en même temps à une optimisation globale des parties RIF et RII, ainsi qu'à l'optimisation simultanée de l'amplitude et de la phase. Ce qui nous permet d'étendre le champs d'investigation en opérant à la recherche systématique du meilleur "mélange" FIR/RII du filtre hybride.

3. PROBLEME D'APPROXIMATION

La fonction de transfert du filtre hybride est considérée comme suit :

$$(4) \quad H_{HYB2}(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{\sum_{m=0}^M a_m \cdot z^{-m}}{\sum_{n=0}^N b_n \cdot z^{-n}} \quad \text{avec } b_0 = 1 \text{ et } M > N$$

Ce qui nous permet d'appréhender directement et simultanément les parties RIF et RII du filtre hybride.

Le problème revient à calculer les coefficients de cette fonction de transfert tels qu'on approche au mieux la réponse fréquentielle désirée $D(w_i)$ avec :

$$(5) \quad D(w_i) = G(w_i) \cdot e^{j\phi(w_i)} \quad i=1, Ne$$

Ne : nombre de points d'échantillonnage

La linéarité de la phase est spécifiée en imposant τ_d constant (τ_d retard de groupe désiré), la phase est formulée comme suit :

$$(6) \quad \phi(w_i) = -\tau_d \cdot w_i \quad i=1, Ne$$

Définissons l'erreur complexe $r(w_i)$:

$$(7) \quad r(w_i) = D(w_i) - H_{HYB2}(w_i) \quad i=1, Ne$$

En utilisant les expressions (4) et (7), on aboutit à l'erreur complexe pondérée $e(w_i)$:

$$(8) \quad e(w_i) = r(w_i) \cdot Q(w_i) \quad i=1, Ne$$

celle-ci, décomposée sous forme d'une somme d'une partie réelle et d'une partie imaginaire, s'écrit :

$$(9) \quad e(w_i) = e_R(w_i) + j e_I(w_i) \quad i=1, Ne$$

Une bonne approximation des spécifications peut être obtenue en minimisant la variable positive ϵ tel que :

$$(10) \quad \begin{aligned} \min \epsilon \\ |e_R(w_i)| < \epsilon \quad i=1, Ne \\ |e_I(w_i)| < \epsilon \quad i=1, Ne \end{aligned}$$

En utilisant les expressions (9) et (10) la formulation générale du problème d'approximation devient :

minimiser $\mathbf{g} = [b_1, b_2, \dots, b_N, a_0, a_1, \dots, a_M, \epsilon] \cdot [0, 0, \dots, 0, 1]^T$

$$(11) \quad \sum_{n=0}^N b_n \cdot [G(w_i) \cdot \cos(w_i(n+\tau_d))] - \sum_{m=0}^M a_m \cdot \cos(m \cdot w_i) - \epsilon \leq 0$$

$$(12) \quad -\sum_{n=0}^N b_n \cdot [G(w_i) \cdot \sin(w_i(n+\tau_d))] + \sum_{m=0}^M a_m \cdot \sin(m \cdot w_i) - \epsilon \leq 0$$

$$(13) \quad -\sum_{n=0}^N b_n \cdot [G(w_i) \cdot \cos(w_i(n+\tau_d))] + \sum_{m=0}^M a_m \cdot \cos(m \cdot w_i) - \epsilon \leq 0$$

$$(14) \quad \sum_{n=0}^N b_n \cdot [G(w_i) \cdot \sin(w_i(n+\tau_d))] - \sum_{m=0}^M a_m \cdot \sin(m \cdot w_i) - \epsilon \leq 0$$

$i=1, Ne$

Ce programme linéaire est constitué de $4Ne$ inéquations et de $M+N+1$ variables. Le retard de groupe τ_d est considéré comme paramètre. La méthode du simplexe permet de résoudre le problème d'approximation mais n'assure pas la stabilité.

4. ALGORITHME PROPOSE:

Pour chaque valeur de τ_d , correspond un nouvel ensemble de contraintes (11-14), et donc une fonction \mathbf{g} différente. Les filtres les plus intéressants sont ceux qui possèdent un retard de groupe entier. Une recherche itérative est effectuée calculant la valeur τ_d^* correspondant à \mathbf{g}^* et donc au filtre le plus performant. Nous avons utilisé pour la résolution du programme linéaire (11-14) l'algorithme que nous avons proposé dans [5], pour plus de détails s'y référer. Rappelons que la stabilité est testée systématiquement à l'aide du critère de Bistritz [8] et cela à chaque itération du simplexe. Seul le dernier filtre stable est retenu. L'étude expérimentale dans le cas de filtres hybrides, effectuée sur plus d'une centaine de cas a montré que $\tau_d \in [M+N, 1]$ est un intervalle convenable pour la recherche de la fonction optimale \mathbf{g}^* .

Pour des spécifications fréquentielles d'amplitude et de phase requises, nous nous sommes proposés de rechercher le meilleur "mélange" FIR/RII et cela pour un nombre de coefficients constant $E=M+N$ (M et N étant respectivement le degré du numérateur et celui du dénominateur de la fonction de transfert $H_{HYB2}(z)$). Ceci revient donc à calculer le couple (M^*, N^*) déterminant ainsi le filtre hybride remplissant au mieux les conditions demandées.

Nous donnons ci-après les phases les plus importantes de l'algorithme utilisé :

1) Donner les spécifications d'amplitude et de phase sur Ne points (équidistants ou non) et le nombre de coefficients E avec ($E=M+N$)
2) Pour chaque valeur de $N=1, 2, \dots, E/2$ avec $M=E-N$, résoudre le programme linéaire correspondant (11-14) en utilisant l'algorithme proposé dans [5] avec $\tau_d \in [M+N, 1]$

3) Parmi les $E/2$ filtres calculés, retenir celui qui correspond à la plus petite valeur \mathbf{g}^* .

En fin de procédure nous aurons les coefficients du filtre solution sélectionné, le retard de groupe correspondant τ_d^* , ainsi que l'ordre du numérateur et du dénominateur ($M=M^*, N=N^*$).



5. RESULTATS EXPERIMENTAUX

5.1 Comparaison des filtres avec ceux de Campbell et al

Afin d'évaluer notre approche, nous proposons dans un premier temps de comparer nos résultats à ceux de Campbell et al, ensuite une comparaison est effectuée avec des filtres obtenus par des méthodes standards.

Dans leurs publications [1], les auteurs proposent un ensemble de 8 filtres passe-bas : la largeur de la zone de transition des 4 premiers filtres est relativement étroite ($F_s-F_p=.025$) et plus large pour les 4 suivants ($F_s-F_p=.075$).

Filtre No.	Spécifications désirées				Spécifications obtenues par l'approche proposée		
	F_p	F_s	δ_p	δ_s	δ_p	δ_s	$\Delta \tau$
1	.05	.075	.01	.001	.006	.0008	1.2
2	.1	.125	.01	.001	.008	.0008	1.0
3	.15	.175	.01	.001	.004	.0006	0.9
4	.02	.225	.01	.001	.005	.0006	1.9
5	.05	.125	.005	.0005	.004	.0002	0.38
6	.1	.175	.005	.0005	.005	.0005	0.78
7	.15	.225	.005	.0005	.004	.0005	0.70
8	.02	.275	.005	.0005	.005	.0005	0.41

Tableau No.1

Le tableau No.1 indique les spécifications désirées de ces 8 filtres, on y trouve aussi les spécifications des filtres obtenus par notre approche. Remarquons que les caractéristiques des filtres que nous proposons remplissent les conditions requises. L'erreur sur le retard de groupe étant inférieure à deux périodes d'échantillonnage pour les 4 premiers filtres et d'une période d'échantillonnage pour les filtres à bande de transition plus large ce qui représente une distorsion convenable pour la plupart des applications et particulièrement dans le domaine parole.

Filtre No.	Filtre RIF équivalent	Filtre Hyb1 proposé par Campbell et al		Filtre Hyb2 proposé dans cet article		
	N_RIF	N_RIF	N_RII	N_RIF	N_RII	Ncoef
1	109	39	2	27	3	33
2	107	50	2	27	6	39
3	106	51	2	31	5	41
4	105	51	2	31	5	41
5	44	31	2	19	3	25
6	43	27	2	16	4	24
7	43	31	2	15	4	23
8	42	29	2	13	5	23

Tableau No.2

Nous avons représenté dans le tableau No.2, respectivement, la longueur nécessaire pour les filtres RIF optimaux, les filtres HYB1 proposés dans [1] et ceux que nous avons obtenus par l'approche proposée HYB2.

La comparaison des différentes longueurs des filtres requises par les deux méthodes a été effectuée de la manière suivante : nous avons calculé le nombre de coefficients N_{RIF} et N_{RII} nécessaires pour les filtres que nous proposons, si ceux-ci étaient décomposés en composante RIF et RII en cascade. L'étude du tableau No.2, permet de faire ressortir que les filtres obtenus par l'approche que nous proposons nécessitent un nombre de coefficients réduit de 25 à 30%. De plus le "mélange" le plus intéressant des parties RIF et RII est variable suivant les spécifications demandées et le nombre de coefficients mis en jeu.

Dans la figure No.1 nous avons représentés les caractéristiques des 4 premiers filtres ($F_s-F_p=.025$).

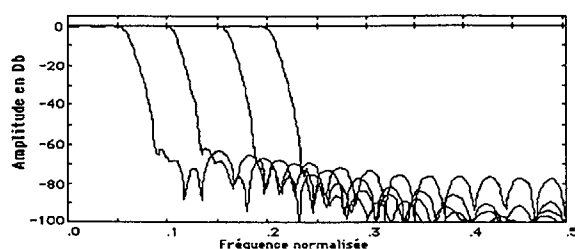


Figure 1:Caractéristiques des 4 premiers filtres ($F_s-F_p=.025$)

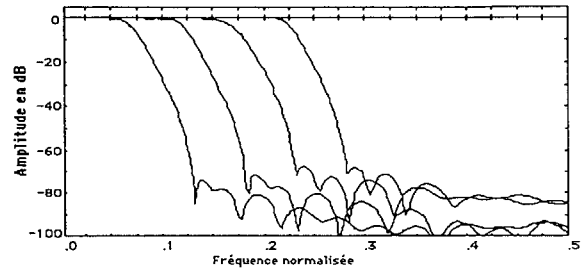


Figure 2: Caractéristiques des 4 derniers filtres ($F_s-F_p=.075$)

La figure No.2 visualise les caractéristiques des 4 derniers filtres ayant une bande de transition plus large ($F_s-F_p=.075$).

5.2 Comparaison des filtres hybrides avec des filtres obtenus par des méthodes standards :

Les filtres hybrides RIF/RII résultent d'un compromis entre les performances des filtres RIF et RII. Aussi il serait intéressant de les comparer avec d'autres filtres RIF et RII obtenus par des méthodes standards bien connues. Afin de mettre en relief l'intérêt relative de l'approche hybride, nous proposons une comparaison des 8 filtres présentés au paragraphe précédant avec ceux obtenus par 5 autres méthodes bien connues. Le choix a été porté sur la méthode de conception de filtre RIF optimaux, celle de Butterworth (BUT), de Chebyshev type 1 et 2 (CHEB1, CHEB2) et enfin celle des filtres elliptiques de Caer (ELLY).

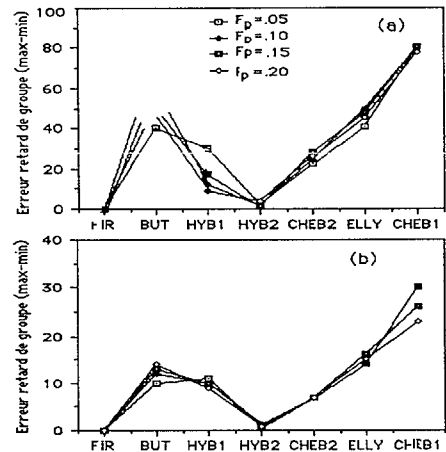


Figure 3 : Comparaison des filtres sur la base de l'erreur du retard de groupe ($\tau_{max} - \tau_{min}$).

Le premier critère de comparaison utilisé est la distorsion du retard de groupe ($\tau_{max} - \tau_{min}$) de chaque filtre dans la bande passante. Les résultats sont illustrés sur la figure 3. Les 4 premiers filtres à bande de transition étroite sont représentés dans la figure 3.a, les 4 filtres suivants à bande plus large ($F_s-F_p=.075$) se trouvent dans la figure 3.b. Les filtres RIF présentent évidemment un taux de distorsion nul. Les filtres hybrides viennent en deuxième position puis respectivement ceux de Chebyshev 1, elliptiques, Butterworth et enfin ceux de Chebyshev 2. Remarquons que les filtres hybrides HYB2 proposés présentent un taux de distorsion nettement plus petit que ceux HYB1 de [1]. Pour les 3 exemples de filtres de Butterworth (voir figure 3.a), les résultats ont été omis : l'ordre de ces filtres étant trop grand pour être conçu par l'algorithme existant.

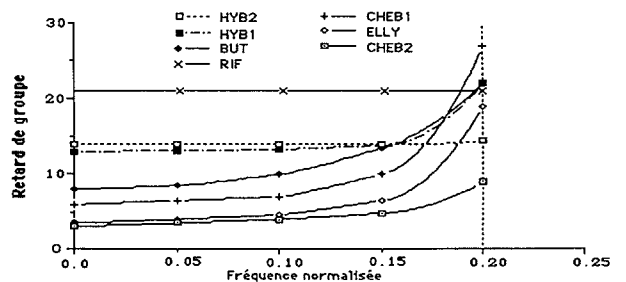


Figure 4 : retard de groupe de l'exemple No.8 obtenu par les différentes méthodes



Nous avons visualisé, figure No.4, les caractéristiques du retard de groupe de l'exemple 8 et cela à partir des différentes méthodes citées précédemment. Le filtre RIF a un retard de groupe constant sur toute la bande passante mais relativement le plus élevé. Les filtres HYB2 et HYB1 se situent respectivement en deuxième et troisième position, et possèdent un retard de groupe plus petit donc plus rapides. Notons que la distorsion temporelle induite par le filtre HYB2 que nous proposons est inférieure à une période d'échantillonnage ($\Delta\tau=0.41$) alors que celle du filtre hybride est de 11 périodes. L'analyse de la figure 4 montre que les filtres hybrides se comparent favorablement, en terme de distorsion du retard de groupe, par rapport aux filtres récursifs. Ceux-ci possèdent un retard de groupe plus petit mais présentent une plus grande dispersion surtout dans la région proche de la zone de transition.

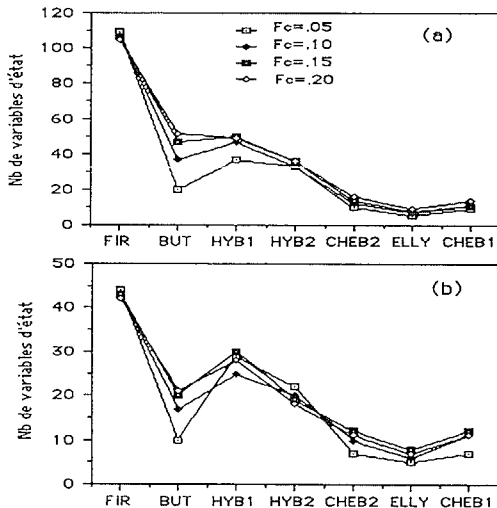


Figure 5 : Comparaison des filtres basée sur le nombre nécessaire de variables d'état pour leur implantation

Le second critère de comparaison est le nombre de données à mémoriser (variables d'état) nécessaires pour l'implantation de ces filtres. Les résultats sont représentés sur la figure 5. Notons que les filtres hybrides (HYB2) proposés se comparent favorablement aux filtres (HYB1) illustrant les travaux [1]. Toutefois, les filtres HYB1, HYB2 et les filtres RIF sont moins bien placés relativement aux autres filtres récursifs.

Il est fréquent de trouver dans la littérature [9], comme critère de comparaison le nombre nécessaire de multiplications par échantillon. Avec l'avènement de nouveaux processeurs de signaux ce critère mérite d'être révisé. Un critère, à notre avis plus adéquat, serait le nombre nécessaire de cycles processeur par échantillon. Il ressort des travaux publiés dans [4], que pour des structures préalablement définies et pour un processeur donné, le nombre nécessaire de cycles processeur est dépendant de l'ordre du filtre et plus généralement du nombre de ses variables d'état dans ces conditions le filtre hybride gagnerait encore en intérêt.

6. CONCLUSION

A travers les exemples que nous avons donnés, il en résulte que comparativement aux travaux de Campbell et al, les filtres obtenus par notre approche sont plus performants. Pour des spécifications en fréquence identiques :

-Ils présentent, relativement, un taux de distorsion du retard de groupe plus petit. Ceci est dû au fait que les auteurs [1], afin de simplifier la formulation de leur problème d'approximation du filtre hybride, ils imposent une composante RIF à phase exactement linéaire. La composante RII d'ordre 2 est soumise à des contraintes d'amplitude mais à aucune condition de linéarité de la phase. Il s'ensuit que la composante RII est donc seule responsable de l'altération de la phase. En plus le filtre RII est responsable de la présence de pics d'amplitude dans la région de transition qui rendent les filtres conçus souvent inutilisables.

-Ils nécessitent un nombre de variables d'état plus petit : ceci est dû à l'approche que nous utilisons qui appréhende le problème de conception dans sa globalité. Aucune distinction n'est faite entre les parties RIF et RII, et le problème d'approximation est posé en terme d'optimisation simultanée de l'amplitude et de la phase.

Il ressort de l'étude expérimentale et cela en se basant sur les deux critères énoncés précédemment, que les filtres hybrides présentent un bon compromis par rapport aux filtres RIF et les filtres récursifs obtenus par les autres méthodes standards.

Moyennant une faible altération de la linéarité de la phase ($\Delta\tau$ allant de .5 à 2 périodes d'échantillonnage), les filtres hybrides proposés nécessitent 2 à 3 fois moins de coefficients par rapport aux filtres RIF et donc plus économiques en temps calcul et plus rapides (la valeur de τ étant plus petite).

Les filtres récursifs nécessitent moins de calculs pour leur mise en oeuvre cependant la dispersion excessive du retard de groupe ($\Delta\tau=10$ à 32) les rendent inutilisables pour les applications où l'aspect temporelle est important.

7. REFERENCES

- [1] M. R. CAMPBELL, R. E. CROCHIERE and L. R. RABINER "An Algorithmic Procedure for Designing Hybrid FIR/IIR Digital Filters" The Bell System Technical Journal Vol.55, No.1, pp.89-108, Januar. 1976.
- [2] J. L. KUESTER and J. H. MIZE . Optimization Techniques with Fortran, pp.309-319, New york : McGraw, 1973.
- [3] J. H. McCLELLAN, T. W. PARKS and L. R. RABINER . "A Computer Program for Designing Optimum FIR Linear Phase Digital Filters" IEEE Trans. Audio and Elect. acoust., AU.21, No.6, pp. 506-526, Dec. 1973.
- [4] H. LEICH and J. HANCOQ "Comparison Between FIR and IIR Digital Filters in view of their Realisation with Modern Signal Processeurs" EUSIPCO-88, pp. 923-926, 5-8 Septembre 1988, Grenoble, France.
- [5] M. F. BEL BACHIR and J. CAELEN "Recursive Digital Filter Design With Linear Phase" ICASSP-88, pp.1451-1454,11-14 Apr, N-Y, USA.
- [6] M. F. BEL BACHIR and J. CAELEN "Design of Near Linear Phase FIR Digital Filter" EUSIPCO-88, pp.923-926,5-8 Sept., Grenoble.
- [7] M. F. BEL BACHIR and J. CAELEN, "Conception de Filtrés récursifs à Phase linéaire", Revue Traitement du signal, Grenoble, Déc.88.
- [8] Y. BISTRITZ "A Stability New Test for Linear Discret Systems in a Table Form " IEEE Trans. Cir. and Syst., Vol CAS.30, No.12, Dec 83.
- [9] L. R. RABINER and B. GOLD "Theory and Application of Digital Signal Processing " Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall.