



## POURSUITE DE CIBLES MANOEUVRANTES PAR DES ALGORITHMES MARKOVIENS HYBRIDES

Isabelle BARRET – Pierre VACHER

Centre d'Etudes et de Recherches de Toulouse  
Département d'Etudes et de Recherches en Automatique  
2, Avenue Edouard Belin, BP 4025, 31055 Toulouse CEDEX, FRANCE, Téléphone 61.55.71.11

### RÉSUMÉ

Nous allons présenter dans cet article une comparaison entre divers algorithmes de suivi d'avions civils. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux algorithmes fondés sur les processus markoviens hybrides.

Ces nouvelles techniques améliorent nettement la précision des résultats par rapport aux techniques de poursuite classiques. Elles permettent, en effet, de prendre en compte plusieurs modèles d'évolution du système, ainsi que d'éventuels changements de modèles.

De plus, leur domaine d'application n'est pas limité au seul problème de poursuite mais s'étend à tout système ayant plusieurs modèles évolutifs de fonctionnement.

### SUMMARY

In this paper, a comparison between various tracking algorithms for civil airplanes is presented. As compared to conventional tracking methods, these algorithms, based on hybrid Markov processes, allow a dramatic improvement on the tracking accuracy. Several dynamic models can be taken into account as well as sudden jumps between the different models. Moreover, they are not strictly limited to target tracking problems but can also be applied to any estimation problems in a switching environment ( failure detection, chemical processes with time-dependant dynamics,...)

### Introduction

Dans cet article, une comparaison entre divers algorithmes de suivi d'avions civils est effectuée. Le trafic aérien devenant de plus en plus dense, de nouveaux impératifs apparaissent pour les techniques de trajectographie qui doivent fournir des résultats précis avec une charge de calcul raisonnable.

Par rapport aux méthodes classiques utilisées en poursuite, les algorithmes fondés sur les processus de Markov hybrides, qui seront présentés ci-dessous, apportent une amélioration considérable dans la qualité des résultats et permettent de tirer pleinement partie de l'information contenue dans les mesures. En effet, ils autorisent à la fois la prise en compte de plusieurs modélisations possibles pour l'évolution du système, mais aussi d'une dynamique sur l'évolution de ces modèles.

Leur domaine d'application n'est, en outre, pas restreint au seul suivi de mobiles manoeuvrants puisqu'il s'étend, par exemple :

- aux problèmes de détection de pannes.
- à l'estimation de systèmes à plusieurs modes de fonctionnement (trajectographie d'une fusée à plusieurs étages, analyse d'électrocardiogrammes).
- à l'estimation en présence d'observations incertaines.

Cette étude a été menée lors d'une convention DGAC/CENA en liaison avec la SYSECA, dans le cadre du projet HADAMARD concernant la définition en ADA des algorithmes futurs de traitement de données radars de l'aviation civile.

### Techniques conventionnelles de poursuite

Nous nous limiterons, dans cet article, aux systèmes à temps discret. La plupart des techniques d'estimation supposent que le processus étudié est un processus de Markov. Si  $x_k$  représente l'état du système à l'instant  $t_k$ , la condition de Markov s'exprime mathématiquement par l'égalité des densités de probabilité conditionnelles :

$$p(x_k / X_{k-1}) = p(x_k / x_{k-1})$$

où  $X_{k-1} = \{x_0, \dots, x_{k-1}\}$  est la séquence des états depuis l'instant initial  $t_0$ . En d'autres termes, la connaissance de l'état présent  $x_{k-1}$  résume complètement le passé pour la détermination des états futurs. Pour les systèmes linéaires classiques, l'évolution de l'état est caractérisée par l'équation :

$$x_k = A x_{k-1} + B u_{k-1}$$

où  $u_{k-1}$  est un bruit blanc gaussien. Cette équation permet la détermination de la densité  $p(x_k / x_{k-1})$  qui est, dans ce cas, gaussienne. La connaissance de mesures  $z_k$  bruitées et dépendant linéairement de  $x_k$ , permet, par les équations du filtre de Kalman, la détermination de l'estimé optimal  $\hat{x}_{k/k}$  de l'état.

Cependant, pour de nombreux problèmes et notamment pour le suivi d'avions manoeuvrants, plusieurs modèles d'évolution sont possibles.

Une solution souvent adoptée consiste à utiliser un modèle assez général comprenant un paramètre de réglage et à adapter



ce paramètre au cours du temps. On peut ainsi, par exemple, adapter la matrice de covariance  $Q$  du bruit d'évolution en fonction des performances de l'algorithme.

Une méthode plus satisfaisante consiste à utiliser plusieurs modèles, chacun d'entre eux étant précis et représentant un mode de fonctionnement particulier du système. Les techniques multi-modèles bayésiennes permettent l'estimation simultanée de l'état et du modèle en jeu.

Cependant, ces techniques sont limitées car elles ne permettent pas, par construction, de prendre en compte des changements de modèles. Elles nécessitent des modifications particulières pour être capables de suivre les évolutions éventuelles de modèles.

## Présentation des techniques markoviennes hybrides

Pour ce type de techniques, on suppose que le modèle suivi par le système est un processus de Markov permettant ainsi de prendre en compte, dans la conception même de l'algorithme, des évolutions de modèles. Ainsi, à l'instant d'échantillonnage  $t_k$ , le modèle  $i_k$  prend ses "valeurs" parmi un ensemble fini  $\mathcal{S} = \{M_1, \dots, M_n\}$  de  $N$  modèles possibles qui peuvent être de nature et même de dimension différentes (modèle à vitesse constante et à accélération constante pour l'exemple traité ci-dessus). Les évolutions de modèles sont régies par une matrice  $\Pi$  de transition, formée des probabilités  $P_{i_k/i_{k-1}}$ .

Si nous considérons le processus stochastique global du système  $y_k = \begin{pmatrix} x_k \\ i_k \end{pmatrix}$ , il vérifie donc, d'après les hypothèses formulées, les propriétés de Markov soit :

$$p(y_k / Y_{k-1}) = p(y_k / y_{k-1}) \quad \text{où} \quad Y_{k-1} = \{y_0, \dots, y_{k-1}\}$$

Le processus  $y_k$  porte le qualificatif hybride car  $x_k$  prend ses valeurs dans l'espace continu  $\mathbb{R}^n$  alors que  $i_k$  appartient à l'ensemble discret  $\mathcal{S}$ . Par utilisation de la règle de Bayes, on montre que l'évolution s'écrit :

$$p(y_k / y_{k-1}) = p(x_k / x_{k-1}, i_k, i_{k-1}) P_{i_k/i_{k-1}}$$

qui fait apparaître la dépendance de l'évolution de l'état  $x_k$  par rapport aux deux modèles  $i_{k-1}$  et  $i_k$ . Pour les systèmes linéaires, celle-ci se traduit par l'équation :

$$x_k = A(i_k, i_{k-1}) x_{k-1} + B(i_k, i_{k-1}) u_{k-1}$$

où les caractéristiques du bruit d'évolution dépendent éventuellement des modèles  $i_{k-1}$  et  $i_k$ .

Une mesure  $z_k$  bruitée est effectuée à chaque instant  $t_k$  suivant :

$$z_k = C(i_k) x_k + v_k$$

où les caractéristiques du bruit  $v_k$  dépendent éventuellement de  $i_k$ . Le but du problème est donc de trouver la meilleure estimation possible de  $x_k$  et  $i_k$  compte tenu de la séquence de mesures  $Z_k = \{z_0, \dots, z_k\}$ .

## Algorithme optimal

Si  $I_k = \{i_0, \dots, i_k\}$  représente une séquence de modèles depuis l'instant  $t_0$  parmi les  $N^k$  séquences possibles, le filtre de Kalman permet le calcul optimal et récursif de  $\hat{x}_{k/I_k, Z_k}$ . La probabilité de la séquence  $P(I_k / Z_k)$  peut aussi se calculer de façon récursive à partir des informations issues du filtre de Kalman.

Ainsi, à chaque instant  $t_k$ , les grandeurs  $\hat{x}_{k/I_k, Z_k}$  et  $P(I_k / Z_k)$  sont obtenues récursivement par extension de toutes les séquences possibles de l'instant précédent.

L'estimation à variance minimale de  $x_k$  qui est égale, d'après la théorie de l'estimation, à l'espérance conditionnelle

$E(x_k / Z_k)$ , se calcule aisément à partir des estimations de chaque séquence par :

$$\hat{x}_{k/k} = \sum_{I_k} \hat{x}_{k/I_k, Z_k} P(I_k / Z_k)$$

Pour la détermination du modèle  $i_k / Z_k$ , seule l'estimation par maximum *a posteriori* a généralement un sens. Elle est donnée par :

$$\hat{i}_k / Z_k = \arg \max P(i_k / Z_k) \quad \text{où} \quad P(i_k / Z_k) = \sum_{I_{k-1}} P(I_k / Z_k)$$

Une autre méthode envisageable serait de considérer le dernier modèle  $i_k$  de la séquence  $\hat{I}_k / Z_k$  réalisant le maximum de  $P(I_k / Z_k)$ . Les deux méthodes ne conduisent pas forcément aux mêmes résultats et la première est plus adaptée au problème de filtrage.

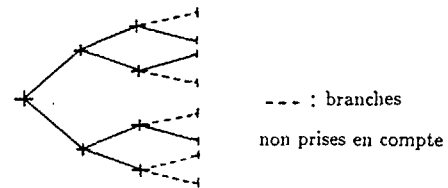
Cette solution, bien qu'optimale et mathématiquement facilement réalisable, nécessite un nombre exponentiellement croissant avec le temps de filtres. Afin de réduire cette explosion arborescente, diverses méthodes sous-optimales ont été étudiées.

## Méthodes sous-optimales

Elles se scindent en deux groupes de conception différente.

### Les méthodes de tri (pruning)

Parmi l'ensemble des séquences possibles, elles consistent à n'en conserver qu'un nombre acceptable.



Pour la sélection de ces séquences, deux algorithmes sont possibles :

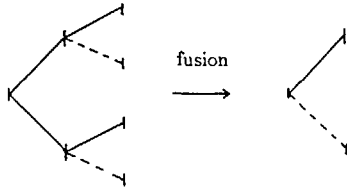
- le DEA (Detection and Estimation Algorithm) présenté par Tugnait et Haddad [9], [10]. Le principe de base est d'imposer un nombre  $M$  maximal de filtres. A partir des séquences retenues à l'instant  $t_k$ , on réalise, pour toutes les extensions possibles de ces séquences, un test sur la mesure prédite afin d'éliminer celles qui donnent des mesures prédites trop invraisemblables. Si, à l'issue de ce test, le nombre d'historiques conservés est supérieur à  $M$ , on ne garde que les  $M$  séquences les plus probables, c'est à dire celles qui fournissent les valeurs  $P(I_k / Z_k)$  les plus grandes.
- le RSA (Random Sampling Algorithm) dû à Akashi et Kumamoto [2]. Un certain nombre de séquences ayant une répartition proche de  $P(I_k / Z_k)$  sont générées aléatoirement. L'estimation est réalisée, par technique de Monte-Carlo, à partir des séquences générées. Cet algorithme n'a pas été testé dans notre étude.

### Les méthodes de fusion (merging)

Afin de réduire le nombre croissant de séquences de la solution optimale, on oublie le détail du passé au-delà d'un certain temps, par la fusion de plusieurs hypothèses en une seule. Cette fusion se traduit mathématiquement par l'approximation d'une

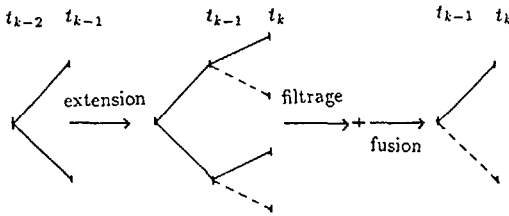


somme pondérée de densités de probabilité gaussiennes par une loi gaussienne.



Les deux techniques essentielles pour cet ensemble de méthodes sont :

**Le GPBA (Generalized Pseudo-Bayes Algorithm)** présenté dans des cas particuliers par Ackerson et Fu [1], Jaffer et Gupta [8], Chang et Athans [6]. Dans le cas général, un GPBA d'ordre  $n$  conserve un passé long de  $n-1$  éléments. A chaque instant  $t_k$  de mesure, on réalise le filtrage (prédiction et estimation) pour toutes les extensions possibles des séquences de l'instant  $t_{k-1}$ . Puis, on fusionne les séquences afin de réduire leur longueur à  $n-1$ . Pour le GPBA d'ordre 2, qui est généralement utilisé, cette procédure peut se résumer suivant le schéma :



Ainsi, on ne conserve que des historiques ne contenant qu'une séquence. Après l'étape de filtrage, on réalise donc la fusion de toutes les séquences  $i_{k-1}, i_k$  ayant même modèle  $i_k$ . "L'équation de fusion" est donnée par

$$p(x_k / Z_k, i_k) = \sum_{i_{k-1}} p(x_k / Z_k, i_{k-1}, i_k) P(i_{k-1} / Z_k, i_k)$$

qui est mathématiquement exacte mais dans laquelle on approxime, en pratique,  $p(x_k / Z_k, i_k)$  par une densité gaussienne.

Le GPBA d'ordre 1 est un cas très particulier car il suppose deux hypothèses supplémentaires. En effet, il ne peut tout d'abord s'appliquer qu'aux systèmes dont l'évolution ne dépend que du dernier modèle, c'est à dire, caractérisés par la densité  $p(x_k / x_{k-1}, i_k)$ . Ceci restreint le domaine d'application de cet algorithme car il est parfois nécessaire de prendre en compte la transition entre modèles différents, comme c'est le cas pour le problème de poursuite exposé ci-dessous. La seconde condition qui doit être vérifiée se situe au niveau de l'étape de prédiction :

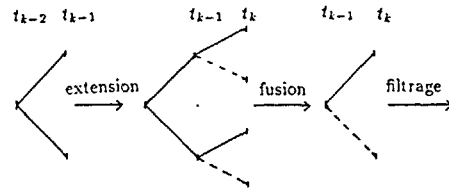
$$p(x_{k-1} / Z_{k-1}, i_k) = p(x_{k-1} / Z_{k-1})$$

En réalité, la connaissance du modèle futur  $i_k$  induit par la matrice des probabilités de transition des modèles  $\Pi$ , une certaine information sur le modèle  $x_{k-1}$ . Cette seconde hypothèse ne sera vérifiée que pour des probabilités  $P_{i_k / i_{k-1}}$  indépendantes de  $i_{k-1}$ . Elle sera donc d'autant plus fautive que la matrice  $\Pi$  sera proche de l'identité, ce qui est pourtant couramment le cas en pratique. Malgré toutes ces approximations, cet algorithme est souvent rencontré dans la littérature, [8], [1], et notamment pour les algorithmes de poursuite, la méthode de Gholson et Moose [7] est équivalente à un GPBA d'ordre 1.

**L'IMM (Interactive Multiple Models)** présenté par Blom [3],[4],[5].

Cet algorithme permet de réduire la charge de calcul du GPBA avec la seule approximation de l'étape de fusion, à savoir, considérer comme une gaussienne une somme pondérée de densités gaussiennes. En effet, le GPBA d'ordre 2 nécessite  $N^2$

filtres de Kalman ( $N$  est le nombre de modèles). Pour l'IMM, la fusion des séquences est réalisée entre les étapes de prédiction et d'estimation suivant le schéma suivant :



Dans le cas général, cette méthode de fusion est celle qui demande la plus faible charge de calcul ( $N^2$  prédictions,  $N$  estimations) sans hypothèse supplémentaire sur le système.

L'équation de fusion s'écrit alors :

$$p(x_k / Z_{k-1}, i_k) = \sum_{i_{k-1}} p(x_k / Z_{k-1}, i_{k-1}, i_k) P(i_{k-1} / Z_{k-1}, i_k)$$

où  $p(x_k / Z_{k-1}, i_k)$  sera supposée gaussienne.

## Application à notre étude - Résultats

Nous avons appliqué les techniques markoviennes hybrides (DEA, GPBA d'ordre 2 et IMM), présentées ci-dessus, au suivi d'avions civils.

Afin de comparer ces algorithmes le plus rigoureusement possible, nous nous sommes ramenés à un cadre d'étude linéaire. Pour cela, nous avons fait l'hypothèse d'une cible évoluant en ligne droite. Ainsi, l'équation de mesure, non linéaire en tridimensionnel, est ici scalaire et linéaire.

Nous avons utilisé deux modèles distincts, évolution à vitesse constante et à accélération constante.

Malgré l'hypothèse monodimensionnelle, nous avons travaillé avec des grandeurs réalistes pour tous les paramètres intervenant dans les simulations :

bruit de mesure, accélération du mobile choisie proche des accélérations standards des avions civils.

Les résultats présentés ont été obtenus par 100 simulations de Monte-Carlo. Chaque simulation étant composée de quatre phases d'évolution distinctes (figure 1).

Ces résultats peuvent se résumer ainsi :

**Comparaison des algorithmes de tri et de fusion :** Les figures 2,3,4 représentent l'erreur quadratique moyenne (RMS) pour le DEA fonctionnant avec deux filtres au maximum et pour l'IMM.

L'IMM fournit des résultats nettement meilleurs. Au niveau du DEA, on constate que la dégradation intervient après la première manœuvre.

On voit ici apparaître la faiblesse des algorithmes de tri qui présentent le risque d'éliminer certaines "bonnes séquences". On entend par bonne séquence une séquence présentant momentanément des résultats médiocres, mais qui va ensuite fournir une très bonne estimation. Ce risque d'élimination hâtive apparaît surtout lors des manœuvres. Examinons la première d'entre elles. Le retard à la détection, toujours présent après une manœuvre, induit l'estimation d'une accélération trop forte pour le modèle à accélération constante qui fournit donc des résultats aussi médiocres que le modèle à vitesse constante. Le DEA devant choisir 2 séquences peut très bien éliminer celle à accélération constante et donc partir vers un processus divergent.

Cette faiblesse peut être comblée en augmentant le nombre maximal de filtres ( $M$ ). Un essai réalisé avec 4 filtres a montré, effectivement, une amélioration des résultats pour le DEA. Malgré tout, l'IMM est toujours meilleur. De plus, la charge de calcul



pour  $M$  égal à 4 devient alors supérieure à celle requise pour un IMM.

Enfin, bien que sa structure le permette, le DEA ne parvient pas à conserver un seul filtre lors des phases d'évolution constante. Ceci serait pourtant fort intéressant pour les phases à vitesse constante qui sont les plus nombreuses pour un avion civil. Mais, dans ce cas, le DEA ne peut pas distinguer les 2 modèles qui fournissent de bons résultats sur ce type d'évolution.

En conclusion, le DEA semble plus adapté au suivi de cibles décrivant des manœuvres plus franches (avions militaires...). Pour notre étude, les algorithmes de fusion sont mieux adaptés (ils gardent en mémoire les estimations de toutes les séquences).

**Comparaison de l'IMM et du GPBA d'ordre 2 :**  
Nous avons vu précédemment que la seule différence entre l'IMM et le GPBA d'ordre 2 se situe au niveau de la prise en compte de la mesure :

le GPBA d'ordre 2 la considère avant la fusion des séquences, alors que l'IMM la prend en compte après.

Théoriquement, le GPBA d'ordre 2 devrait donc être meilleur que l'IMM.

Pratiquement, on constate sur les figures 5,6,7 représentant les erreurs quadratiques moyennes de ces deux algorithmes, que la différence est très peu sensible. On note simplement un léger avantage pour le GPBA d'ordre 2 lors de la seconde manœuvre. On voit sur la figure 1 que cette manœuvre est la manœuvre la plus franche. Par conséquent, l'information apportée par la mesure est déterminante lorsque les évolutions de la cible sont très distinctes. Dans tous les autres cas, l'IMM et le GPBA d'ordre 2 ont un comportement voisin.

Pour le contrôle du trafic aérien, la rapidité de détection des manœuvres d'un avion est très importante. Aussi, nous avons analysé le comportement des algorithmes de fusion de ce point de vue. Pour cela, nous avons tracé le pourcentage (ramené à une échelle unité) associé au modèle vrai. C'est à dire, le nombre de simulations pour lesquelles la probabilité du bon modèle est supérieure à celle du mauvais modèle. Les figures 8,9,10 représentent ce pourcentage autour des instants de manœuvre. On voit que les algorithmes de fusion sont très rapides puisqu'ils détectent la manœuvre après 3 à 4 pas d'échantillonnage (30 à 40 secondes).

La figure 9 confirme la rapidité du GPBA d'ordre 2 par rapport à l'IMM lorsque la manœuvre est franche (gain d'environ 10 secondes).

## Conclusion

Nous avons testé trois algorithmes markoviens hybrides, DEA, IMM et GPBA d'ordre 2, nous retiendrons de cette étude les trois points suivants :

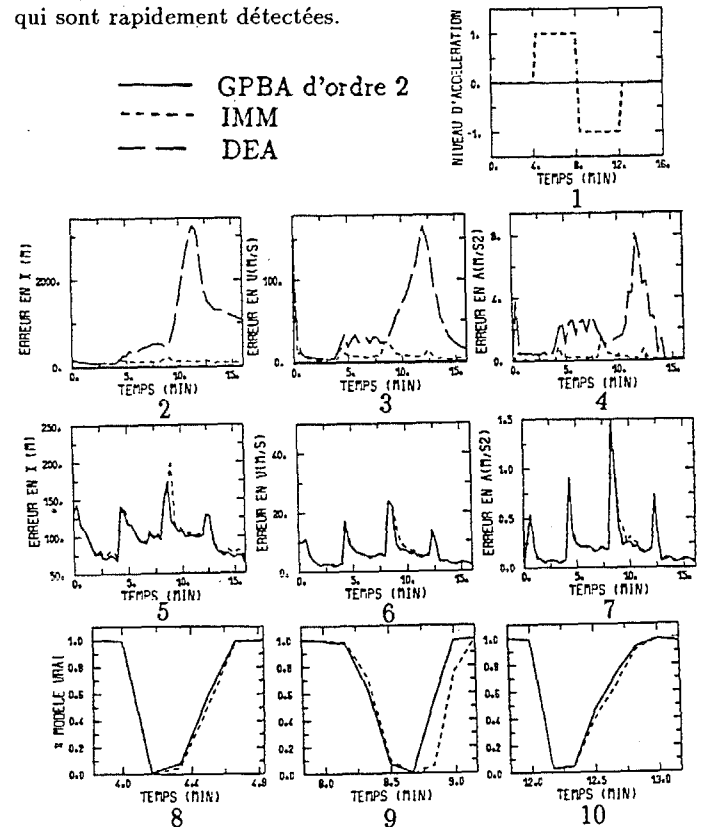
- les résultats sont fortement dépendants de l'évolution de la cible considérée. En effet, plus les phases d'évolutions seront différentes et plus les algorithmes feront la distinction entre les modèles, aussi bien en phase constante qu'en phase manœuvrante.

- à charge de calcul égale, nous pouvons réaliser le classement suivant, par ordre de performances croissantes : DEA, IMM, GPBA d'ordre 2.

En effet, les algorithmes de fusion sont meilleurs que les algorithmes de tri. En ce qui concerne notre étude (suivi d'avions civils), le GPBA d'ordre 2 et l'IMM ont un comportement très voisin.

- la prise en compte de plusieurs modèles et des changements éventuels entre modèles permet aux algorithmes markoviens de fournir d'excellents résultats par rapport aux techniques plus

classiques. Cette amélioration est sensible lors des manœuvres qui sont rapidement détectées.



## Références

- [1] Ackerson G.A., Fu K.S. *On State Estimation in Switching Environments*. IEEE Transactions on Automatic Control AC-15, n° 10.
- [2] Akashi H., Kumamoto H. *Random Sampling Approach to State Estimation in Switching Environments*. Automatica Vol. 13.
- [3] Blom H.A.P. *An efficient filter for abruptly changing systems*. Proceeding of 23rd Conference on Decision and Control Las Vegas, Décembre 84.
- [4] Blom H.A.P. *Overlooked Potential of Systems with Markovian Coefficients*. Proceeding of 25rd Conference on Decision and Control Athènes, Décembre 1986.
- [5] Blom H.A.P. *An Efficient Decision-Making-Free Filter for Processes with Abrupt Changes*. 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation York Royaume-Uni, Juillet 85.
- [6] Chang C.B., Athans M. *State Estimation for Discrete Systems with Switching Parameters*. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems AES-14, n° 3, Mai 78
- [7] Gholson N.H., Moose R.L. *Manœuvring Target Tracking using Adaptive State Estimation*. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems AES-13, n° 3, Mai 77.
- [8] Jaffer A.G., Gupta C. *Optimal Sequential Estimation of Discrete Processes with Markov Interrupted Observations*. IEEE Transactions on Automatic Control AC-16
- [9] Tugnait J.K., Haddad A.H. *A Detection Estimation Scheme for State Estimation in Switching Environments*. Automatica Vol. 17.
- [10] Tugnait J.K. *Detection and Estimation for Abruptly Changing Systems*. Automatica Vol. 18.