



Détection des objets faibles dans des images célestes  
à l'aide de la Transformée Ondelette

A.Bijaoui, E.Slezak, G.Mars et M.Giudicelli

Observatoire de Nice B.P.139 06003 Nice Cedex

## RESUME

### Résumé:

Les images les plus profondes du ciel laissent apparaître un très grand nombre d'objets non ponctuels, noyés dans un fond de ciel de luminosité variable. La procédure classique de détection est basée sur la corrélation croisée avec le profil stellaire, après soustraction du fond. Elle n'est adaptée qu'à la détection des étoiles très faibles.

La transformée en ondelettes consiste en un filtrage multiple avec une fonction de base, ondelette, dont l'échelle caractéristique varie d'un filtre à l'autre. Nous avons utilisé plusieurs ondelettes: chapeau mexicain (Laplacien-Gaussien), ajustement local gaussien, associée à un algorithme à trous.

L'expérimentation sur des images réelles permet de mettre en évidence les objets de différente taille, pouvant être inclus les uns dans les autres, les objets n'apparaissant que dans une gamme d'échelle bien définie.

Cette analyse permet d'avoir une procédure très rationnelle de détection, en évitant d'introduire des paramètres plus ou moins significatifs comme l'échelle de calcul du fond de ciel et la taille des objets à détecter, puisqu'à chaque ondelette correspond une échelle du fond et une taille d'objet détectable.

## SUMMARY

### Abstract:

Deep astronomical images show a high number of extended objects, superimposed on a variable sky background. The classical detection method is based on the crosscorrelation with stellar profile after subtraction of a background map. This procedure is only adapted to the detection of isolated faint stars.

The *Wavelet Transform* is a set of filtering with a function with a varying size. We used different analysing wavelets: mexican hat (Laplacian- Gaussian), the one resulting from a local gaussian fit, the one related to an algorithm "à trous".

Experimentations on astronomical images led to an efficient detection of objects with different size. They can be included the ones in each others, one object being only detected for a given scale range.

This analysis gives a very rational detecting procedure, which does not contain any arbitrary parameters, as the background scale or the size of the objects to be detected.



## I-L'imagerie astronomique directe.

La mise en service de télescopes de diamètre de plus en plus grand, dans des sites de plus en plus favorables à l'observation, disposant au foyer de récepteurs d'image de plus en plus sensibles, comme les caméras CCD (ou Dispositif à Transfert de Charges), conduit à la détection de sources astronomiques de plus en plus faibles. Dans l'échelle traditionnelle des astronomes, la magnitude limite était, il y a 20 ans, d'environ 24 [1]. Elle était de près de 26 avec l'installation de la Caméra Electronique au foyer du CFHT [2]. Actuellement, des observations au delà de 27 sont publiées, avec des additions d'images CCD [3]. Une magnitude de l'ordre de 29 sera accessible bientôt avec le Hubble Space Telescope (HST). Ce gain de 5 magnitudes correspond à un facteur 100 de luminosité sur les sources détectées.

A ce niveau de luminosité, les sources ne sont plus en général des étoiles, mais des galaxies très lointaines. La densité des objets est telle que l'image montre de nombreuses superpositions. Dans ces conditions, il est très difficile d'analyser l'image, c'est-à-dire de détecter les objets, de construire un catalogue de positions et de magnitudes, avec quelques paramètres morphologiques.

## II-Procédure classique d'analyse.

Sur les images astronomiques classiques, pour lesquelles la magnitude limite est plutôt autour de 22, les objets sont parfaitement séparés. Ceci conduit à une procédure basée sur un modèle de tâches quasi-ponctuelles superposées sur un fond lentement variable [4]. Les phases du traitement sont les suivantes:

1. Corrections photométriques diverses pour tenir compte du récepteur (offset, non-linéarité, variation de sensibilité, défauts, etc.);
2. Construction d'une carte du fond, à partir des histogrammes locaux et soustraction de cette carte;
3. Détermination de la fonction d'étalement et filtrage adapté, afin d'optimiser la détection des objets ayant ce profil;
4. Détermination du seuil de détection des pixels pour lesquels l'éclairement est significativement non nul, à partir de l'histogramme;
5. Segmentation de l'image par seuillage ou détermination des maxima significatifs;
6. Extraction des paramètres des objets permettant d'obtenir les positions, flux et critères de forme.

Cette procédure n'est adaptée qu'à la détection des étoiles faibles. Dans le cas des objets étendus, on peut avoir un taux de rejet élevé même pour des objets statistiquement significatifs.

Le défaut de cette analyse est de n'être adapté qu'à une échelle donnée, celle d'une étoile. Pour détecter une galaxie faible, objet plus étendue, on doit modifier à la fois le profil de la corrélation et l'échelle du calcul du fond. Pour détecter l'ensemble des objets présents sur l'image on doit donc effectuer un balayage des échelles. L'analyse en Ondelettes [5] correspond à une approche nouvelle de ce problème.

## III-L'analyse en Ondelettes.

Soit  $g(x)$  une fonction de moyenne nulle, la transformée en ondelettes d'une fonction  $f(x)$  est l'ensemble des fonctions  $C_a(x)$ :

$$C_a(x) = f(x) \otimes \frac{1}{\sqrt{a}}g\left(\frac{x}{a}\right)$$

La fonction  $f(x)$  peut être totalement reconstruite par la connaissance des  $C_a(x)$ . L'échantillonnage en facteur d'échelle  $a$  s'effectue logarithmiquement, avec un facteur 2. On montre en effet que la reconstruction est possible, lorsque l'échelle varie d'un tel facteur pour des fonctions  $g(x)$  données [6].

Par construction, l'analyse en ondelettes permet d'avoir une bonne localisation de l'information à la fois spatialement et fréquemment.

A deux dimensions, nous pouvons avoir une analyse isotrope, la fonction ondelette  $g(x, y)$  ne dépendant que de la distance au centre  $r$ .

Nous avons, dans un premier temps utiliser le *chapeau mexicain* [7]:

$$g(x, y) = \left(2 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

Ce filtre nécessite d'avoir une fenêtre de lissage de l'ordre de  $8\sigma$ . Nous avons ensuite utilisé l'Ondelette de Morlet [5], que l'on peut déduire d'un ajustement local gaussien, avec une pondération gaussienne:

$$g(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

On peut, moyennant une petite modification, réduire la taille de la fenêtre de lissage à  $4\sigma$ , soit un facteur 4 de gain dans le temps de calcul. Les résultats obtenus sur nos images sont assez similaires.

Enfin, nous avons développé un algorithme rapide, assez semblable à l'algorithme "à trous" d'Holdschneider et al. [8]. Le calcul s'effectue d'échelle en échelle, en utilisant l'étape précédente. Le calcul est alors en  $n \log n$ , si  $n$  est le nombre de pixels.

## IV-Nouvelle procédure d'analyse.

L'analyse en ondelette permet de balayer l'espace des échelles et de localiser les objets à la fois en position et en taille. Un objet astronomique peut être modélisé, au premier ordre, comme un pic gaussien. Sa détection sera effective pour une ondelette d'une taille similaire. En procédant par pas de 2 dans les échelles, on balaye cet espace sans perdre d'objet détectable.

Comme la fonction de base est à moyenne nulle, on n'a pas besoin de soustraire une carte de fond, à moins que ses variations soient rapides.

La nouvelle procédure d'analyse est la suivante:

1. Calcul des différentes images obtenues par convolution avec des ondelettes de taille 1, 2, 4, ...,  $2^n$  pixels;
2. Détermination de l'histogramme de l'image obtenue avec l'ondelette de plus petite échelle;
3. Estimation du seuil de détection pour toutes les images lissées à partir de cet histogramme;
4. Détection image par image des maxima significatifs;
5. Regroupement des listes d'objets et élimination des objets comptés plusieurs fois;
6. Obtention des paramètres de forme des objets détectés en utilisant la taille de l'ondelette associée à cette détection comme première approximation. Les objets sont généralement modélisés sous la forme d'un pic gaussien pour lequel on détermine la valeur des axes et l'orientation du grand axe;
7. Estimation de meilleurs paramètres physiques, en se basant sur une analyse du profil photométrique radial.

Sur la figure 1, nous avons tracé les lignes de niveaux de l'image de la nébuleuse planétaire NGC40. Il s'agit un objet stellaire entouré d'un enveloppe dipolaire, sur laquelle quelques objets ponctuels se superposent.

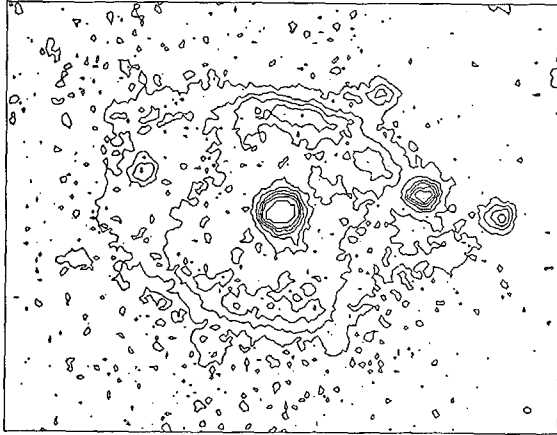


Figure 1: Isophotes de la nébuleuse.

Sur les figures 2, 3 et 4 nous avons tracé les lignes de niveaux des images ondelettes avec une échelle de 2, 4 et 8 afin de montrer la manière avec laquelle les différents objets apparaissent dans cette analyse.

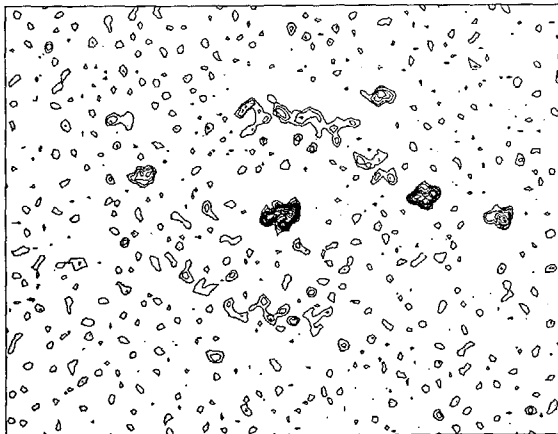


Figure 2: Image Ondelette de taille 2.

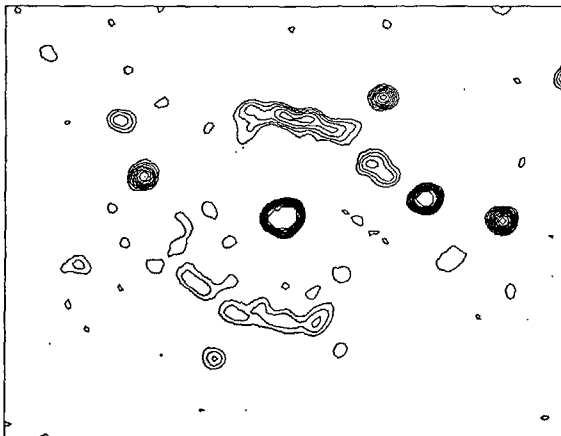


Figure 3: Image Ondelette de taille 4.

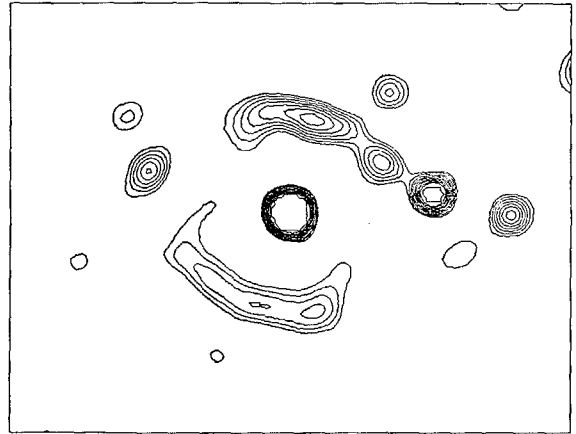


Figure 4: Image Ondelette de taille 8.

Cette procédure commence à être utilisée pour l'analyse de clichés d'amas de galaxies pris au foyer du Télescope de 2m du Pic du Midi.

#### IV-Conclusion

L'analyse en Ondelettes permet de donner une nouvelle vision d'une image astronomique profonde. Alors que la procédure classique la détection n'était optimale que pour des objets ponctuels et isolés, l'analyse avec cette nouvelle description ne dépend plus de paramètres difficiles à évaluer, comme l'échelle de variation du fond de ciel. On détecte les objets présents à chaque échelle: les étoiles faibles, mais aussi les objets étendus qui les contiennent.

Lorsque les objets ont une texture complexe, comme les galaxies spirales, ou les nébuleuses gazeuses, l'analyse en Ondelettes permet en outre d'obtenir une description originale de la forme de ces objets. Cette information sera introduite dans une nouvelle approche de leur classification et de leur reconnaissance. Cette étude nécessite une analyse tridimensionnelle de l'image dans laquelle l'échelle de l'ondelette forme la troisième dimension.

#### Références

- [1] Bijaoui A., Dantel M.: 1970 *Astron. and Astrophys.* v.6 p.51;
- [2] Wlérick G., Servan B., Horville D., Fromage J., Lelièvre G. et Bijaoui A.: 1986 *Image Detection and Quality* p.237 ANRT Paris;
- [3] Tyson J.A.: 1984 *Pub. Astron. Soc.of Pacific* v.96 p.566;
- [4] Slezak E., Bijaoui A. et Mars G.: 1988 *Astron. Astrophys.* v.200 p.1;
- [5] Goupillaud P., Grossmann A., Morlet J.: 1984 *Geoexploration* v.23 p.85;
- [6] Daubechies I.: 1988 *The wavelet transform, time-frequency localisation and signal analysis*;
- [7] Murenzi R.: 1988 dans *Wavelets* ed. J.M.Combes, A.Grossmann et P.Tchamitchian Spinger Verlag;
- [8] Holdschneider M., Kroland-Martinet R., Morlet J., Tchamatchian: 1988 *The Algorithmes à trous* Centre de Physique Théorique de Marseille.

