



STRATÉGIES EFFICACES DE RETRANSMISSION UTILISANT LE CODAGE CONVOLUTIONNEL

Samir Kallel

Department of Electrical Engineering, University of British Columbia
2356 Main Mall, Vancouver, B.C., Canada V6T 1W5

RESUME

Cet article traite de stratégies efficaces de retransmission basées sur des codes convolutionnels perforés et à répétitions à taux de codage décroissants compatibles. L'énorme avantage de telles stratégies de retransmission réside dans le fait que le taux effectif de transmission avec un code de taux de codage élevé, $R > 1/2$, est toujours meilleur qu'avec un code de taux, $R=1/2$. Ceci rend par conséquent l'utilisation de codes à hauts taux de codage très attrayante, permettant au système de s'adapter aux conditions du canal de transmission, même en présence de sévères dégradations et d'importantes variations.

SUMMARY

In this paper we present and analyse efficient ARQ schemes based on rate compatible punctured and repetition convolutional codes. The great advantage of these ARQ strategies is that the throughput efficiency with a starting high rate code, $R > 1/2$, is always better than with a starting rate $1/2$ code. This makes the use of high rate codes attractive, allowing thus the system to be adaptive to channel conditions, even under severe degradations and wide variations.



1 Introduction

L'utilisation d'une stratégie de retransmission permet de maintenir une communication fiable à travers un canal de transmission bruité [1]. L'objectif avec une stratégie de retransmission consiste à maintenir un taux effectif de transmission aussi élevé que possible, tout en respectant une performance d'erreur donnée.

Dans cet article, nous présentons et analysons une stratégie efficace de retransmission, basée sur des codes convolutionnels perforés et à répétitions, à taux de codage décroissants compatibles [2], [3].

Les performances de la stratégie de retransmission considérée sont évaluées et comparées à celles d'autres stratégies de retransmission connues, pour trois modèles de canal de transmission; un canal binaire symétrique, une signalisation antipodale à travers un canal à bruit additif blanc et gaussien, et enfin une signalisation binaire par déplacement de fréquence, avec démodulation non-cohérente, à travers un canal à évanouissement de type Rayleigh, ayant du bruit additif blanc et gaussien.

Nous présentons la méthode permettant de construire des codes convolutionnels perforés et à répétitions à taux de codage décroissants compatibles dans la section 2. La stratégie de retransmission considérée est décrite dans la section 3. Finalement, l'analyse du taux effectif de transmission est donnée dans la section 4.

2 Famille de codes à taux de codage décroissants compatibles

La famille de codes à taux de codage décroissants compatibles est formée à partir d'un code convolutionnel perforé de taux $R = (V-1)/V$, issu du meilleur code convolutionnel de taux $1/2$ [4]. La contrainte de "taux compatibles" exige que tous les symboles d'un code quelconque de la famille soient utilisés par tous les codes de plus faibles taux [2], [3].

Rappelons qu'un code perforé de taux $R = (V-1)/V$ et de mémoire m , peut être obtenu à partir d'un code initial de taux $1/2$ et de mémoire m , en éliminant (perforant) périodiquement, selon un patron de perforation adéquatement choisi, $(V-2)$ symboles de chaque $2V$ symboles codés correspondant à l'encodage de V bits d'information par le code initial de taux $1/2$ [4].

Ayant ce code de départ de taux de codage $R = (V-1)/V$, des codes perforés à taux de codage décroissants compatibles sont obtenus, en complétant les $(V-2)$ symboles qui ont été éliminés lors de la perforation du code initial de taux $1/2$, par incréments de h symboles à la fois, où h doit être un multiple de $(V-2)$. On obtient ainsi une suite de $(V-2)/h$ codes à taux de codage

décroissants compatibles, de taux $R = (V-1)/(V+ih)$, $i = 1, 2, \dots, (V-2)/h$. Le code de plus faible taux, $R = (V-1)/2(V-1) = 1/2$, correspond au code initial qui a été perforé pour former le code de départ de taux $R = (V-1)/V$. Par exemple, à partir d'un code perforé de taux $7/8$ issu d'un code de taux $1/2$, il est possible de former, avec $h = 2$, trois codes à taux décroissants compatibles, $R = 7/(8+2i)$, $i=1,2,3$, et ce en complétant les 6 symboles perforés du code initial de taux $1/2$, deux symboles à la fois.

Le code de taux de codage $R = (V-1)/2(V-1) = 1/2$ étant atteint, des codes à taux décroissants compatibles de plus faibles taux sont obtenus en répétant les $2(V-1)$ symboles codés du code de taux $R = (V-1)/2(V-1)$, séquentiellement, h symboles à la fois. Les codes ainsi obtenus sont des codes à répétitions, à taux décroissants compatibles, $R = (V-1)/[2(V-1) + ih]$, $i=1,2,\dots$. De plus, il n'y a aucune limite sur le plus faible taux de codage possible.

Dans de la construction de la famille de codes à taux de codage décroissants compatibles, la combinaison de symboles, à compléter ou à répéter, à chaque étape de la construction, peut être choisie parmi toutes les combinaisons possibles, afin d'obtenir le meilleur code. Toutefois, ceci n'est pas indispensable, car même si le choix est fait arbitrairement, les codes obtenus restent de bons codes [3]. La méthode de construction d'une famille de codes à taux de codage décroissants compatibles décrite ci-haut, se distingue par rapport à la méthode de Hagenauer [2] par sa simplicité, (ne requiert pas nécessairement une recherche exhaustive à l'ordinateur), et par le fait qu'elle permet d'obtenir de codes à taux de codage aussi faibles que désiré.

3 Stratégie de retransmission

La stratégie de retransmission décrite dans cette section exploite la famille de codes à taux de codage décroissants compatibles obtenue selon la méthode décrite ci-haut. L'information à transmettre est organisée en blocs de k bits. A chaque nouveau bloc de k bits d'information sont ajoutés, n_p bits de parités servant à la détection d'erreurs, ainsi que m bits '0' correspondant à la mémoire du codeur. La séquence de $(k + n_p + m)$ bits est ensuite encodée selon le code de départ de taux de codage $R = (V-1)/V$, puis transmise dans le canal. A la réception, un décodeur de Viterbi est utilisé pour le décodage. L'opération de détection d'erreurs est appliquée à la séquence de bits décodée. L'émetteur est informé de la présence ou de l'absence d'erreurs détectées dans la séquence décodée, à l'aide d'un canal de retour. Si aucune erreur n'est détectée, on dit qu'il y a succès de décodage; l'émetteur transmet alors un nou-

veau bloc. En cas de présence d'erreurs détectées, on dit qu'il ya échec de décodage; dans ce cas, l'émetteur transmet les symboles complétant le code suivant de plus faible taux de codage de la famille, c'est à dire h symboles codés par chaque $(V - 1)$ bits d'information. A la réception, les symboles reçus sont entrelacés avec ceux reçus antérieurement, et les opérations de décodage et de détection d'erreurs sont à nouveau recommencées. Cette procédure de transmission de symboles additionnels continue jusqu'à succès de décodage.

4 Analyse du taux effectif de transmission

Nous analysons maintenant le taux effectif de transmission de la stratégie de retransmission décrite dans la section précédente. Dans cette analyse, le canal de retour permettant d'informer l'émetteur de la présence ou de l'absence d'erreurs détectées sera supposé sans erreur. Le taux effectif de transmission considéré est défini comme étant le nombre moyen de bits d'information accepté par le récepteur sur le nombre total de symboles transmis dans le canal. Avec un code de départ de taux $R = (V - 1)/V$, et un incrément de h symboles codés par $(V - 1)$ bits d'information à chaque échec de décodage, le taux effectif de transmission η est donnée par,

$$\eta = \frac{V - 1}{V + h(T_r - 1)} \frac{k}{k + n_p + m} \quad (1)$$

où T_r est le nombre moyen de transmissions pour un bloc d'information donné, dont une première transmission implique la transmission de toute la séquence codée selon le code de départ de taux $R = (V - 1)/V$, alors que toute les autres transmissions n'impliquent que la transmission de h symboles additionnels par $(V - 1)$ bits d'information, permettant de passer d'un code donné au code suivant de plus faible taux de codage de la famille.

Soit $C_n, n = 1, 2, \dots$ dénotant les codes à taux de codage décroissants compatibles utilisés dans la stratégie de retransmission. Soit S_n et F_n dénotant respectivement les événements "succès de décodage à l'étape n , c.a.d après décodage selon le code C_n " et "échec de décodage à l'étape n ". Le nombre moyen de transmissions T_r pour un bloc d'information donné est [3],

$$T_r = 1 + P(F_1) + P(F_1, F_2) + P(F_1, F_2, F_3) + \dots + P(F_1, F_2, \dots, F_n) + \dots \quad (2)$$

L'évaluation de T_r donné par (2) n'est pas facile à cause de la dépendance qui existe entre les événements (F_1, F_2, \dots, F_n) . Il est toutefois possible de montrer que T_r peut être borné de la façon suivante [3],

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{j=1}^n P(F_j) \leq T_r \leq 1 + \sum_{j=1}^{\infty} P(F_j) \quad (3)$$

Chaque terme $P(F_j)$ dans (3) est la probabilité d'échec de décodage avec le code C_j , bornée par [3],

$$P(F_j) \leq 1 - (1 - P(E_j))^{k+n_p} \quad (4)$$

où $P(E_j)$ est la probabilité d'un événement erreur du décodage de Viterbi qui est bornée par [5], [2],

$$P(E_j) \leq \frac{1}{(V - 1)} \sum_{d=d_{free}^{(j)}}^{\infty} a_d^{(j)} P_d \quad (5)$$

où $d_{free}^{(j)}$ et $a_d^{(j)}$ sont respectivement la distance libre et le spectre de distances du code C_j , et où P_d est la probabilité d'un premier événement erreur, associé à un chemin incorrect ayant d positions qui diffèrent avec le chemin correct. P_d ne dépend que du canal et du type de signalisation utilisé. Dans le cas du canal binaire symétrique (**modèle 1**), de probabilité de transition p , P_d est donnée par [5],

$$P_d = \begin{cases} \sum_{i=\frac{d+1}{2}}^d \binom{d}{i} p^i (1-p)^{d-i} \\ \sum_{i=\frac{d}{2}+1}^d \binom{d}{i} p^i (1-p)^{d-i} + \frac{1}{2} \binom{d}{d/2} [p(1-p)]^{d/2} \end{cases} \quad (6)$$

Dans le cas d'une signalisation antipodale à travers un canal à bruit additif blanc et gaussien (**modèle 2**), P_d est donnée par [5],

$$P_d = Q(\sqrt{2dE_s/N_0}) \quad (7)$$

où E_s est l'énergie reçu par symbole transmis dans le canal, $N_0/2$ est la densité spectrale de puissance du bruit additif, et où la fonction $Q(\cdot)$ est définie comme suit,

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2/2} dy \quad (8)$$

Finalement, dans le cas d'une signalisation binaire par déplacement de fréquence à travers un canal à évanouissement de type Rayleigh ayant du bruit additif blanc et gaussien, avec démodulation non-cohérente, (**modèle 3**), nous supposons que les symboles adjacents transmis dans le canal sont affectés d'une manière indépendante par le processus d'évanouissement. P_d est alors donnée par [6],

$$P_d = p^d \sum_{i=0}^{d-1} \binom{d+i-1}{i} (1-p)^i \quad (9)$$

où p est donnée par,

$$p = \frac{1}{2 + \gamma} \quad (10)$$

γ étant le rapport moyen reçu du signal sur le bruit.

Il a été observé que la borne supérieure (3) approxime bien le nombre moyen de transmissions T_r [3]. Utilisant cette borne supérieure sur T_r , ainsi que les bornes



supérieures sur $P(F_j)$ et $P(E_j)$ données respectivement par (4) et (5), il est possible de calculer une borne inférieure sur le taux effectif de transmission.

Les figures 1-a à 1-c montrent le taux effectif de transmission de notre stratégie de retransmission, utilisant un code de départ convolutionnel perforé de taux $R = 7/8$ et de mémoire $m = 6$ [3], pour respectivement les modèles 1, 2 et 3 de canal de transmission. Le taux effectif de transmission d'une stratégie conventionnelle de retransmission, utilisant le même code de départ de taux $7/8$, ainsi que celui d'une stratégie de retransmission de type II avec combinaison de codes, utilisant un code de taux $1/2$ et de mémoire 6 [7], sont aussi présentés sur les figures 1-a à 1-c. Comme il fallait s'y attendre, le taux effectif de transmission de la stratégie présentée dans cet article dépasse celui des autres stratégies de retransmission.

5 conclusion

Nous avons présenté et analysé une stratégie efficace de retransmission. L'énorme avantage de cette stratégie de retransmission réside dans le fait que le taux effectif de transmission avec un code de taux élevé, $R > 1/2$, est toujours meilleur qu'avec un code de taux $R = 1/2$. Ceci rend par conséquent l'utilisation de codes à hauts taux de codage très attrayante, permettant au système de communication de s'adapter aux conditions du canal de transmission, même en présence de sévères dégradations et d'importantes variations.

References

- [1] S. Lin and D.J. Costello, Jr., "Error Control Coding: Fundamentals and Applications", Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1983.
- [2] J. Hagenauer, "Rate Compatible Punctured Convolutional Codes (RCPC Codes) and their Applications", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. Com-36, pp. 389-400, Avril 1988.
- [3] S. Kallel and D. Haccoun, "Generalized Type II Hybrid ARQ Scheme Using Punctured Convolutional Coding", *soumis pour publications dans IEEE Transactions on Communications*, Février 1989.
- [4] Y. Yasuda, K. Kashiki, and Y. Hirata, "High Rate Punctured Convolutional Codes for Soft Decision Viterbi Decoding", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. Com-32, pp. 315-319, Mars 1984.
- [5] A. J. Viterbi, "Convolutional Codes and their Performance in Communication Systems", *Transactions on Communications*, Vol. Com-19, Octobre 1971.
- [6] Wozencraft and Jacobs, "Principles of Communication Engineering", Wiley and Sons, 1965.
- [7] S. Kallel, "Analysis of a Type II Hybrid ARQ Scheme with Code Combining" *accepté pour publication dans IEEE Transactions on Communications*, Février 1989.

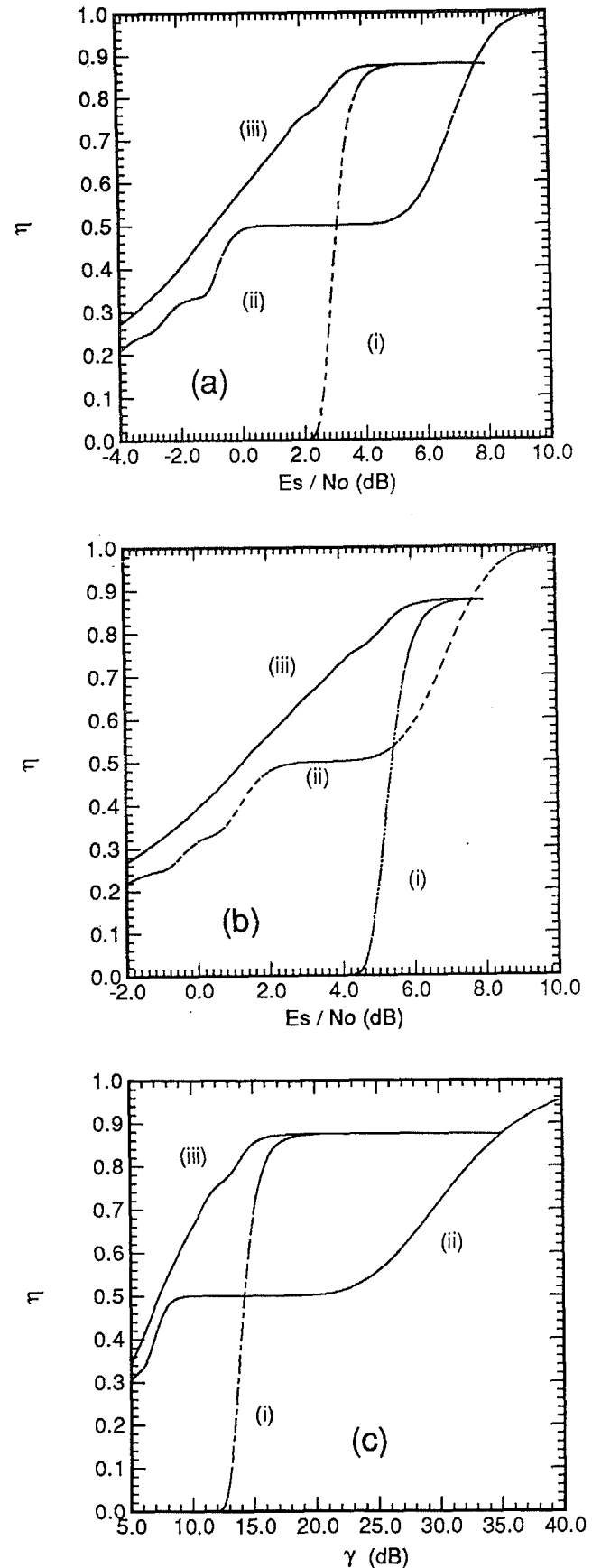


Figure 1: Taux effectif de transmission, pour respectivement les modèles 1, 2 et 3, $k=500$ bits, $m = 6$, (i): stratégie conventionnelle de retransmission ($R = 7/8$), (ii): stratégie de type II avec combinaison de codes, (iii): stratégie de retransmission proposée ($R = 7/8$).