

MODULATIONS CODEES EN BLOCS BASEES SUR LA PARTITION-C DE L'ALPHABET

Antoine Chouly et Hikmet Sari

Laboratoires d'Electronique et de Physique appliquée¹
3, avenue Descartes, 94451 Limeil-Brevannes Cedex, France

RÉSUMÉ

Cet article présente une famille de modulations codées en blocs (MCB) basées sur le deuxième niveau de partition de la constellation. L'extension de l'alphabet est identique à celle des modulations codées en treillis (MCT) d'Ungerboeck. Des MCB utilisant des blocs de longueur très courte (3 et 4 symboles) et transmettant 4, 6 et 8 bits d'information par symbole sont décrites. Le gain obtenu sur les modulations non codées équivalentes est limité à 1.8 dB pour le code de longueur 3 et à 3 dB pour le code de longueur 4, mais leur simplicité de détection rend ces modulations très attrayantes pour des applications à hauts débits. En particulier, ces codes peuvent être intéressants pour les faisceaux hertziens numériques à grande capacité. Le gain de codage en présence de distorsions non linéaires est nettement plus grand que celui en présence d'un canal gaussien.

SUMMARY

This paper presents a class of block-coded modulation (BCM) schemes based on two-step partitioning of the signal constellation. They use the same alphabet expansion as Ungerboeck's trellis-coded modulation (TCM). Using short block lengths (3 and 4), specific modulations are described that transmit 4, 6, and 8 information bits per symbol. The coding gain over equivalent uncoded modulation is only 1.8 dB for block length 3, and 3 dB for block length 4, but their detection simplicity makes the presented BCM schemes very attractive for high-speed applications. In particular, they may be of potential interest to high-capacity digital microwave radio systems. The coding gain is also investigated on nonlinear channels and found to be significantly higher than on additive white Gaussian noise channels.

I. INTRODUCTION

L'introduction par Ungerboeck [1] des modulations codées en treillis (MCT) a stimulé une intense activité de recherche en techniques avancées de modulation et de codage. Depuis, de nombreuses publications sont apparues sur la conception et l'analyse des performances des MCT pour différents types d'applications. Le gain atteint est de l'ordre 3 à 4 dB pour des codes de complexité moyenne (4 à 8 états), et un code à 8 états a été adopté par le CCITT pour les modems de transmission de données sur le canal téléphonique.

L'introduction de ces modulations dans des systèmes à hauts débits comme les faisceaux hertziens numériques à grande capacité ne semble pas être attrayante à l'heure actuelle compte-tenu de l'état de la technologie. En effet, la complexité du récepteur des MCT limite leur application à des systèmes à faibles et moyens débits. Il est par conséquent plus raisonnable de rechercher pour les applications à hauts débits, des modulations codées en blocs (MCB) dont les récepteurs sont nettement plus simples. Les techniques de conception des MCB sont développées dans [2] - [5]. Cusack [2] était le premier à proposer des MCB basées sur le principe de partition de la constellation introduit par Ungerboeck. Il s'est limité à des constellations rectangulaires (MAQ) et à des codes binaires de Reed-Muller. Sayegh [3] a généralisé cette technique à d'autres constellations et d'autres codes. Enfin, d'autres MCB sont décrites dans [4] et [5].

Récemment, nous avons développé une classe de MCB basées sur le premier niveau de partition de l'alphabet (partition B) [6]. La particularité de cette famille de codes réside dans le fait que la redondance d'alphabet est inférieure à celle des MCT classiques et le décodage est beaucoup plus simple. Par contre, les gains de codage sont inférieurs à 3 dB. Dans le présent travail, nous étendons celui de [6] et nous présentons une famille de MCB basées sur le deuxième niveau de partition de l'alphabet (partition C) et ayant une longueur de 3 et 4 symboles. Nous commençons par une brève présentation de la technique de construction des MCB, puis nous appliquons cette technique à la conception des MCB basées sur la partition C et nous exposons les différentes méthodes de décodage. Nous terminons par une évaluation de performances sur un canal à bruit additif gaussien, puis en présence d'une distorsion non linéaire.

II. PRINCIPE DES MODULATIONS CODEES EN BLOCS

La technique des modulations codées en blocs consiste à transmettre l'information sous forme de blocs de symboles appartenant à un alphabet redondant. L'interdiction de transmettre un certain nombre de séquences, permet d'augmenter la distance euclidienne minimale et par conséquent d'améliorer les performances par rapport à la modulation non codée équivalente, le prix payé résidant dans la complexité accrue du récepteur. Le principe de base des MCB utilisant la procédure

¹ LEP : membre de l'Organisation de Recherche de Philips



de partition d'Ungerboeck est décrit par Sayegh dans [3]. Pour transmettre m bits d'information par symbole, on utilise une constellation à 2^{m+1} points. Ainsi, un mot de code z peut être représenté par la matrice binaire

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m+1,1} & b_{m+1,2} & \dots & b_{m+1,n} \end{bmatrix}$$

où la j ème colonne ($1 \leq j \leq n$) représente la j ème coordonnée de z , i.e., le j ème symbole du bloc. Le bit de la première ligne est affecté au premier niveau de partition de l'alphabet, celui de la deuxième ligne est affecté au deuxième niveau de partition et ainsi de suite (Fig. 1). Chaque ligne de la matrice constitue un mot de code appartenant à un code binaire $c_i(n, k_i, \delta_i)$ de longueur n , de dimension k_i et de distance de Hamming δ_i . Le carré de la distance euclidienne minimale entre les mots de code qui diffèrent par leurs éléments de la i ème ligne est $\delta_i d_{i-1}^2$, où d_{i-1} est la distance euclidienne associée aux sous-ensembles de la $(i-1)$ ème partition de la constellation.

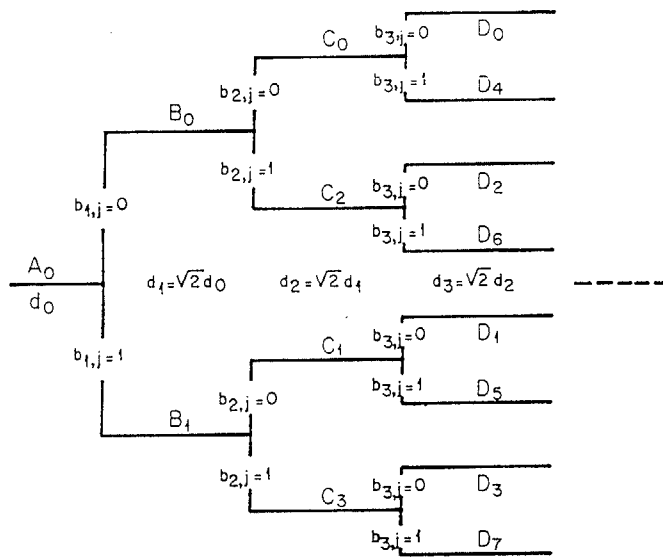


Fig. 1. Partitionnement de l'alphabet et affectation binaire des symboles d'une constellation rectangulaire.

Comme $d_0 < d_1 < \dots < d_m$, les codes binaires doivent satisfaire les inégalités $\delta_1 > \delta_2 > \dots > \delta_{m+1}$ pour maximiser les performances. Plus précisément, les MCB doivent être conçus de façon à maximiser la distance euclidienne minimale

$$d_{min}^2 = \min_i (\delta_i d_{i-1}^2)$$

avec les contraintes $0 < k_i \leq n$ pour $i = 1, 2, \dots, m+1$ et $\sum_{i=1}^{m+1} k_i = m.n$.

III. CONSTRUCTION DES CODES

Dans ce paragraphe, nous développons deux MCB basées sur la partition C de l'alphabet de longueur 3 et 4 (dimension 6 et 8 respectivement), en utilisant la technique décrite ci-dessous. Le codage est réalisé de la façon suivante:

1. la première ligne de B est un code à répétition de longueur n . Par conséquent, les symboles d'un mot de code appartiennent à un même sous-ensemble de partition B (B_0 ou B_1). Le nombre de bits de redondance est $n - 1$ et la distance de Hamming est $\delta_1 = n$.
2. la deuxième ligne de B est un code de parité ($n - 1$ bits d'information et 1 bit de parité) ayant une distance de Hamming $\delta_2 = 2$. Par conséquent, un bloc contient un nombre pair de symboles dans C_2 ou dans C_3 .

3. les autres lignes de B ne sont pas codées, i.e., $\delta_i = 1$ pour $i = 3, \dots, m + 1$.

La distance euclidienne minimale est alors égale à $\min(n.d_0^2, 2.d_1^2, d_2^2)$ ce qui fournit un gain en distance minimale de 4.77 dB pour $n = 3$ et de 6 dB pour $n = 4$. Pour $n = 3$, l'espace du code L est l'union des sous-ensembles à 6 dimensions

$$\begin{matrix} C_0 C_0 C_0 & C_1 C_1 C_1 \\ C_0 C_2 C_2 & C_1 C_3 C_3 \\ C_2 C_0 C_2 & C_3 C_1 C_3 \\ C_2 C_2 C_0 & C_3 C_3 C_1 \end{matrix}$$

Pour $n = 4$, l'espace du code L est défini par

$$\begin{matrix} C_0 C_0 C_0 C_0 & C_2 C_0 C_0 C_2 & C_1 C_1 C_1 C_1 & C_3 C_1 C_1 C_3 \\ C_0 C_0 C_2 C_2 & C_2 C_0 C_2 C_0 & C_1 C_1 C_3 C_3 & C_3 C_1 C_3 C_1 \\ C_0 C_2 C_0 C_2 & C_2 C_2 C_0 C_0 & C_1 C_3 C_1 C_3 & C_3 C_3 C_1 C_1 \\ C_0 C_2 C_2 C_0 & C_2 C_2 C_2 C_2 & C_1 C_3 C_3 C_1 & C_3 C_3 C_3 C_3 \end{matrix}$$

La figure 2 montre le schéma synoptique du codeur pour $n = 4$. A chaque durée-symbole, $m - 1$ bits non codés déterminent le symbole codé dans le sous-ensemble C_i , $i = 0, 1, 2, 3$. Le sous-ensemble 8-D $C_1 C_2 C_3 C_4$ correspondant au bloc transmis est sélectionné par les 8 bits codés constituant les deux premières lignes de la matrice binaire. Ces 8 bits sont obtenus à partir des 4 bits d'information $b_{11}, b_{21}, b_{22}, b_{23}$ par les relations:

$$\begin{matrix} b_{14} = b_{13} = b_{12} = b_{11} \\ b_{24} = b_{21} \oplus b_{22} \oplus b_{23} \end{matrix}$$

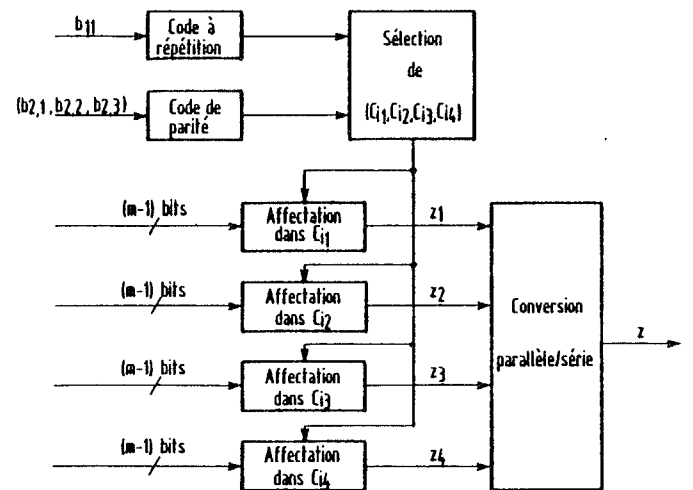


Fig. 2. Schéma synoptique du codeur dans le cas d'une MCB 8-D.

Nous avons appliqué cette technique pour construire des MCB ayant l'efficacité spectrale de la MAQ16 ($m = 4$), de la MAQ64 ($m = 6$) et de la MAQ256 ($m = 8$). Les constellations utilisées sont respectivement la MAQ32, la MAQ128 et la MAQ512. Le gain asymptotique de codage de la MCB à 6-D est de 1.76 dB pour $m = 4$, 1.86 dB pour $m = 6$ et 1.89 dB pour $m = 8$. La MCB à 8-D fournit un gain de 3.01 dB pour $m = 4$, 3.11 dB pour $m = 6$ et 3.14 dB pour $m = 8$.

IV. DECODAGE A MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE

Le décodage optimal consiste à rechercher le mot de code le plus proche au sens de la distance euclidienne (les mots de code étant équiprobables et indépendants). Trois méthodes de décodage sont considérées. La première est la méthode exhaustive qui se déroule en deux étapes. Dans la première étape, une détection symbole par symbole est réalisée dans chacun des sous-ensembles C_i pour $i = 0, 1, 2, 3$. La deuxième étape consiste à calculer la métrique du bloc reçu dans chacune des combinaisons $C_{i_1} \dots C_{i_n}$ de l'espace du code L . La décision optimale correspond à la combinaison ayant la métrique la plus faible.

La deuxième méthode consiste à appliquer l'algorithme de Viterbi. En effet, chacune de ces MCB peut être représentée par un treillis à 4 états, de longueur n , dans lequel tout chemin correspond à un mot de code (voir Fig. 3). Par conséquent, la détection se fait par un décodeur de Viterbi à 4 états, initialisé à la fin de chaque bloc.

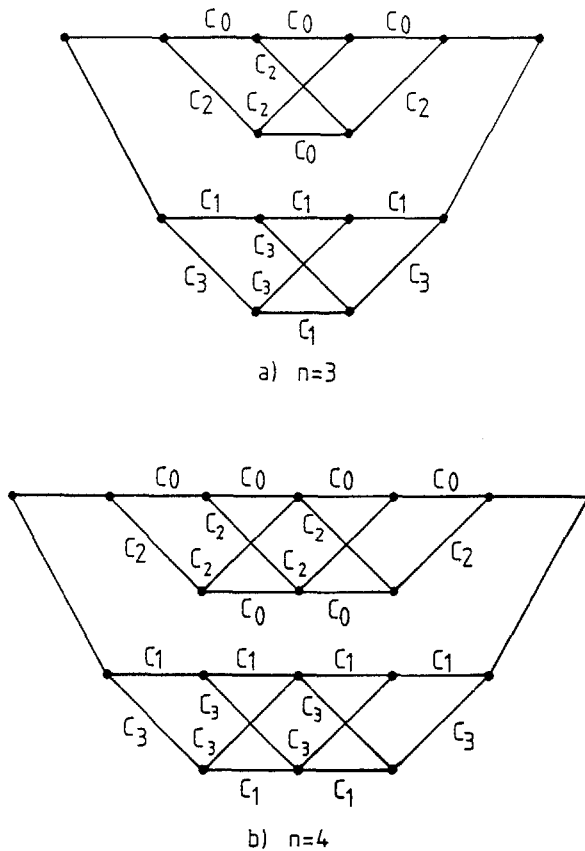


Fig. 3. Représentation en treillis des MCB basées sur la partition-C de l'alphabet.

La troisième technique de détection est la méthode décrite dans [5] et [7]. Pour la MCB de dimension 8 par exemple, elle consiste à détecter la séquence reçue dans le sous-ensemble B_0 puis dans B_1 . Si $\hat{z} = (\hat{z}_1, \hat{z}_2, \hat{z}_3, \hat{z}_4)$ désigne la séquence décodée dans $B_0 B_0 B_0 B_0$, deux cas peuvent être distingués:

1. \hat{z} est un mot de code, i.e., \hat{z} contient un nombre pair de symboles dans C_2 , alors \hat{z} est aussi la décision optimale dans l'espace des mots de code appartenant à $B_0 B_0 B_0 B_0$.
2. Sinon, \hat{z} n'est pas un mot de code. Il suffit alors de remplacer une composante \hat{z}_k de la séquence décodée par le point le plus proche de r_k (k ième symbole du bloc reçu) dans le sous-ensemble partition-C complémentaire du sous-ensemble de \hat{z}_k dans B_0 . L'indice k est tel que la quantité $|d^2(r_k, C_0) - d^2(r_k, C_2)|$ soit minimale, $d^2(r_k, C_0)$ et $d^2(r_k, C_2)$ étant les métriques de r_k dans C_0 et C_2 respectivement.

La même procédure est utilisée pour détecter dans l'ensemble des mots de code appartenant à $B_1 B_1 B_1 B_1$. A la fin, nous obtenons deux mots de code, l'un dans $B_0 B_0 B_0 B_0$ et l'autre dans $B_1 B_1 B_1 B_1$. La décision optimale correspond au mot de code ayant la plus petite métrique.

La troisième méthode est plus simple que les deux premières. Notons que la détection de ces codes par l'algorithme de Viterbi reste tout de même plus simple que celle des MCB. Ceci provient du fait que la mémoire de l'algorithme de Viterbi des MCB est plus faible (limitée à la longueur du code).

V. ANALYSE DES PERFORMANCES

L'analyse des performances est restreinte aux MCB ayant l'efficacité spectrale de la MAQ64 non codée. D'abord, nous évaluons leurs performances dans le cas d'un canal gaussien, en supposant un filtrage de Nyquist en cosinus surélevé, équitablement réparti entre l'émission et la réception. Puis nous examinons leurs performances en présence de non-linéarités causées par un amplificateur de puissance d'émission. Le coefficient d'arrondi (roll-off) de la réponse impulsionnelle de Nyquist est supposé égal à 0.5.

Performances sur un canal gaussien

Une borne supérieure de la probabilité d'erreur par bloc de la MCB à 8-D est donnée par

$$P_e < M \cdot Q(d_{\min}/\sqrt{2N_0})$$

où $N_0/2$ est la densité spectrale bilatérale de puissance du bruit supposé blanc, M le nombre moyen de mots de code voisins et $Q(\cdot)$ la fonction définie par

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2/2} dy.$$

Désignant par M_1 , M_2 et M_4 le nombre moyen de mots de code voisins correspondant à 1, 2 et 4 symboles erronnés respectivement, et en supposant que toutes les erreurs sont dues à des décisions faites sur les mots voisins, la probabilité d'erreur par symbole peut être bornée par

$$P_e(\text{symbol}) < K \cdot Q(d_{\min}/\sqrt{2N_0})$$

avec $K = (M_1 + 2M_2 + 4M_4)/4$

Par contre, pour la MCB à 6-D, il faut tenir compte non seulement de la distance minimale mais aussi de la distance qui lui est immédiatement supérieure, $2d_0$. La probabilité d'erreur par symbole est bornée par

$$P_e(\text{symbol}) < M \cdot Q(d_{\min}/\sqrt{2N_0}) + K \cdot Q(2d_0/\sqrt{2N_0})$$

avec $K = (M_1 + 2M_2)/3$ et M est le nombre moyen de mots de code voisins, M_1 (resp. M_2) est le nombre moyen de blocs situés à la distance d_0 (resp. $2d_0$) et correspondant à 1 (resp. 2) symbole(s) erronné(s).

La table I donne pour chacun des codes les valeurs de M_1 , M_2 , M_4 (pour le code à 8-D uniquement), M et K . Les courbes donnant la probabilité d'erreur par symbole en fonction du rapport signal à bruit (S/B) sont tracées à la figure 4 pour les MCB avec 6 bits d'information par durée-symbole, ainsi que pour la MAQ64 non codée. Notons que la borne obtenue sur le taux d'erreur est très fine; ceci a été prouvé par des simulations de Monte-Carlo réalisées à des taux d'erreur compris entre 10^{-2} et 10^{-3} . Les résultats montrent qu'au taux d'erreur symbole de 10^{-8} , les gains respectifs de la MAQ128 à 6-D et de la MAQ128 à 8-D par rapport à la MAQ64 non codée sont de 1.4 dB et 2.3 dB. Au taux d'erreur de 10^{-3} , ces gains sont réduits à 0.7 dB et 1.2 dB respectivement.

m	$2n$	A_0	M_1	M_2	M_4	M	K
4	6	MAQ32	7.5	24.8	-	17.2	19.0
4	8	MAQ32	10.0	49.6	55.8	115.4	83.1
6	6	MAQ128	9.8	33.5	-	23.8	25.6
6	8	MAQ128	13.0	67.1	86.3	166.4	123.1
8	6	MAQ512	10.9	39.9	-	27.7	30.3
8	8	MAQ512	14.5	79.9	105.6	200.0	149.2

Table I: Nombre moyen de points voisins des MCB basées sur la partition-C de l'alphabet.

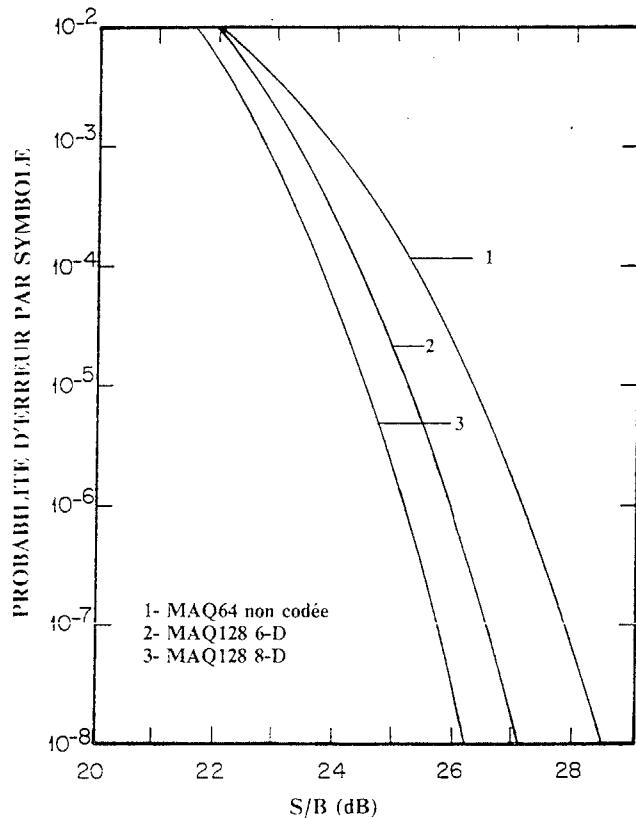


Fig. 4. Performances des MCB partition-C sur un canal gaussien.

Performances en présence d'une distorsion non linéaire

Pour évaluer les performances de ces codes sur des canaux non linéaires, nous considérons un système de faisceaux hertziens avec un ampli de puissance de type TOP à l'émission. Les caractéristiques non linéaires de l'ampli, la méthode d'estimation du taux d'erreur et le critère de performances sont décrits dans [8]. En particulier, le recul de l'ampli est défini par la puissance moyenne de sortie normalisée à sa puissance de saturation. La dégradation totale est la somme du recul et de la dégradation du rapport signal à bruit provoquée par la distorsion non linéaire. La figure 5 donne, pour chaque modulation étudiée, la dégradation totale en fonction du recul au taux d'erreur symbole de 10^{-3} . Pour chaque modulation, le point de fonctionnement optimal de l'ampli correspond au recul minimisant la dégradation totale qui traduit la réduction de la marge brute de la liaison hertzienne. Les résultats montrent que les dégradations respectives de la MAQ128 codée 6-D et de la MAQ128 codée 8-D sont inférieures de 1.5 dB et de 1.9 dB à celle de la MAQ64 non codée. Remarquons que la dégradation calculée est relative aux performances sur un canal gaussien, ce qui implique que les gains respectifs de la MAQ128 6-D et de la MAQ128 8-D en présence des distorsions non linéaires considérées sont de 2.2 dB et de 3.1 dB pour un taux d'erreur de 10^{-3} par symbole.

VI. CONCLUSIONS

Nous avons développé une famille de MCB basées sur le deuxième niveau de partition de l'alphabet du signal. Le gain asymptotique de codage par rapport à la modulation non codée équivalente est de 1.8 dB et 3 dB pour des MCB de dimension 6 et 8 respectivement. Leur détection est relativement simple ce qui rend ces codes attrayants pour les systèmes de transmission à grands débits. Un autre avantage de ces codes est le faible retard de décodage qui est limité à la longueur du code (3 à 4 durées-symbole). De plus, leur robustesse aux distorsions non linéaires est nettement supérieure à celle des modulations non codées ayant la même efficacité spectrale.

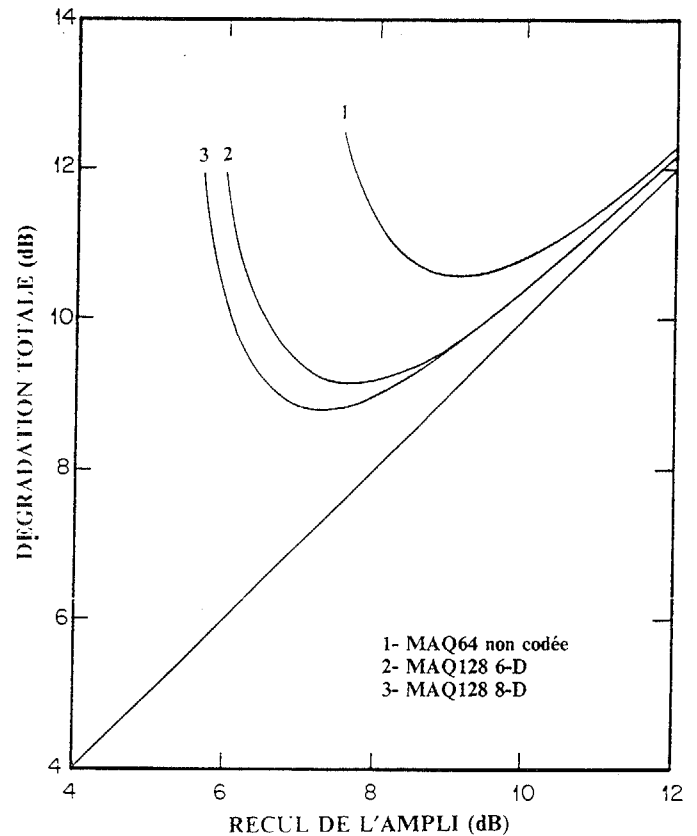


Fig. 5. Performances des MCB partition-C sur un canal non-linéaire.

REFERENCES

- [1] G. Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/ phase signals", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, n° 1, pp. 55-67, January 1982.
- [2] E.L. Cusack, "Error control codes for QAM signalling", *Electron. Lett.*, vol. 20, pp. 62-63, January 1984.
- [3] S.I. Sayegh, "A class of optimum block codes in signal space", *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-34, n° 10, pp. 1043-1045, October 1986.
- [4] A. Gersho and V.B. Lawrence, "Multidimensional signal constellations for voiceband data transmission", *IEEE J. Select. Areas Commun.* vol. SAC-2, n° 5, pp. 687-702, September 1984.
- [5] G.D. Forney, Jr., et al., "Efficient modulation for band-limited channels", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. SAC-2, n° 5, pp. 632-647, September 1984.
- [6] A. Chouly and H. Sari, "A class of block-coded modulation schemes based on one-step partitioning of the signal alphabet", à paraître dans *ICC'89 Conf. Rec.*, Juin 1989, Boston.
- [7] J.H. Conway and N.J.A. Sloane, "Fast quantizing and decoding algorithms for lattice quantizers and codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, n° 2, pp. 227-232, March 1982.
- [8] G. Karam and H. Sari, "Analysis of predistortion, equalization and ISI cancellation techniques in digital radio systems with nonlinear transmit amplifiers", à paraître dans *IEEE Transactions on Communications*, 1989.