TRAJECTOGRAPHIE PASSIVE EN PRÉSENCE D'ERREURS DE MODÈLE : UTILISATION DES RÉSIDUS .

P.BLANC-BENON, J.M.PASSERIEUX

Thomson-Sintra ASM, BP 53
06801 CAGNES-SUR-MER Cedex

RÉSUMÉ.

En acoustique sous-marine, on sait que pour la Trajectographie Passive (TP) des méthodes non récursives en temps ont des performances supérieures à celles des filtres de Kalman étendus (efficacité statistique et robustesse [1],[2]).
En sonar passif, le renouvellement des estimations de trajectographie est généralement bien plus lent que celui des mesures. Il est donc nécessaire de s'assurer de la permanence des hypothèses de modèle (mouvement rectiligne uniforme, mesures sans biais...) entre deux estimations successives [3].
Pour cela, l'utilisation des résidus d'estimation permet, au même titre que l'innovation en filtrage, de détecter les ruptures de modèle. Des tests statistiques paramétriques et non paramétriques qui utilisent ces résidus sont mis en oeuvre pour détecter une manoeuvre de la source en TP sur azimut: dans des conditions réalistes, source à 10 km changeant de cap de 30 degrés,cette manoeuvre est détectée en moins de 2 minutes.

SUMMARY.

In the area of Target Motion Analysis and passive underwater acoustics, Batch algorithms (i.e. not time-recursive) are known to be statistically efficient and more robust than extended Kalman filters.
However, the estimation rate is usually far lower than the measurement rate, so it is necessary to test the validity of the modeling assumptions (motion with constant speed, unbiased measurements...).
By performing tests on the estimation residuals, which are analogous to innovations in Kalman filtering technics, we detect various discontinuities in the model. Parametric and non parametric tests are available and here handled for manoeuvre detection in Bearing Only Tracking: under realistic conditions (source at 10 km. changing course by 30 deg.), this manoeuvre is detected within 2 minutes.

INTRODUCTION.

Cet article traite de l'utilisation en acoustique sous-marine de méthodes de Trajectographie Passive (TP) non récursives en temps.
Il s'agit, à partir de mesures d'angles, relatives à une même source et recueillies sur un sonar passif, de déterminer la trajectoire de cette source. Pour ce problème d'estimation non-linéaire, on sait maintenant [1,2] que la meilleure approche consiste à utiliser des estimateurs de moindres carrés non récursifs en temps (au lieu de filtres de Kalman).
La démarche brièvement rappelée est la suivante:

(i) Pendant 10 à 20 minutes, par exemple, on acquiert un lot de mesures,
(ii) on modèlise la trajectoire de la source (habituellement Mouvement Rectiligne Uniforme ou MRU), les erreurs de mesures (additives et centrées)...
(iii) on estime la trajectoire de la source en minimisant l'écart entre les mesures et le modèle,(Maximum de Vraisemblance)
(iv) enfin, on s'assure a posteriori de la validité des hypothèses (ii), notées H_0,pour accepter ou rejeter la trajectoire obtenue en (iii).

Ce schéma se complique lorsqu'on tient compte de la dimension temporelle. Après (iv), le sonar continue à délivrer des mesures, afin d'améliorer la précision de la trajjectographie il faut utiliser ces nouvelles mesures et pour cela s'assurer de la permanence des hypothèses H_0 en détectant une éventuelle rupture des modèles de (ii).
En filtrage récursif, cette détection était réalisée à partir de la séquence temporelle des innovations mais de manière peu satisfaisante du fait des performances médiocres des filtres utilisés dans un contexte non-linéaire. On démontre ici qu'en estimation non-linéaire, si on utilise des méthodes non-récursives en temps, le vecteur des résidus d'estimation peut jouer le même rôle que les innovations mais de manière bien plus satisfaisante puisque maintenant, on dispose d'estimateurs robustes et statistiquement efficaces.

La suite de ce papier se compose de quatre parties:
- Une première partie rappelle les principes de base des méthodes de trajectographie passive non récursives.
- Dans la deuxième partie on s'intéresse aux propriétés statistiques des résidus.
- Plusieurs tests de détection d'erreurs de modèle sont décrits dans la troisième partie.
- Enfin dans la quatrième partie, ces tests sont appliqués, à la détection de manoeuvre de la source en TP sur azimuts seuls (TPA).

1.LES MÉTHODES NON RÉCURSIVES EN TP.

On note :

$$Z_m = [z_m(t_1) \ \ldots \ z_m(t_n)]'$$

un lot de n mesures relevées par l'observateur relatives à une même source,

$$X = [\ x(t_0)\ y(t_0)\ \dot{x}\ \ \dot{y}\ ]'$$

les paramètres de sa trajectoire,

et : $X \longrightarrow Z(X)$

le modèle qui, sous les hypothèses (ii) notées H_0, relie la trajectoire X aux mesures.

On suppose que les mesures Z_m sont perturbées par des erreurs de mesures V, gaussiennes, centrées, de covariance Σ :

$$Z_m = Z(X) + V \qquad (1)$$

Dans ce contexte, l'estimateur $\hat{X}$, au sens du maximum de vraisemblance, des paramètres X minimise le critère quadratique suivant :

$$Q(X) = (Z_m - Z(X))'.\Sigma^{-1}.(Z_m - Z(X)) \qquad (2)$$

En pratique $\hat{X}$ est obtenu de manière itérative par un algorithme de type Gauss-Newton [1]. Un point important est que, pour des niveaux d'erreurs de mesures réalistes, cet estimateur est sans biais et efficace (il atteint la borne de Cramer-Rao). Sa matrice de covariance est donc égale à l'inverse de la matrice de Fisher F :

$$F(X) = A(X)'.\Sigma^{-1}.A(X) \qquad (3)$$

$A = \partial_X Z$, est la matrice Jacobienne des mesures.

2. LES RÉSIDUS.

2.1.Définitions

Les résidus sont les écarts entre les mesures et le modèle :

$$\tilde{Z} = Z_m - Z(\hat{X}) = [\tilde{Z}_1' \ \tilde{Z}_2']' \qquad (4)$$

On suppose ici que l'estimation est faite en utilisant uniquement les mesures Z_{m1} correspondant à un intervalle de temps T_1. On appelle **auto-résidus** Z_1, les résidus d'estimation, et **cross-résidus** Z_2 les résidus prédits sur un second intervalle de temps T_2.

D'après (4):

$$\tilde{Z} = (Z_m - Z(X)) - (Z(\hat{X}) - Z(X)) \qquad (5)$$

Pour un estimateur sans biais, en développant le second terme au premier ordre autour de X, on obtient :

$$\tilde{Z} = V - A.\tilde{X} \qquad (6)$$

L'erreur d'estimation $\tilde{X} = \hat{X} - X$ peut s'exprimer en annulant le gradient de Q, puisque $\hat{X}$ minimise ce critère :

$$\tilde{X} = (A_1'.\Sigma^{-1}.A_1)^{-1} A_1'.\Sigma_1^{-1}.V_1 \qquad (7)$$

Finalement d'après (6) et (7):

$$\tilde{Z} = V - A.F_1^{-1}.A_1'.\Sigma_1^{-1}.V_1 \qquad (8)$$

ou encore :

$$\tilde{Z}_1 = (I_1 - A_1.F_1^{-1}.A_1'.\Sigma_1^{-1}).V_1 \qquad (9)$$

$$\tilde{Z}_2 = V_2 - A_2.F_1^{-1}.A_1'.\Sigma_1^{-1}.V_1 \qquad (10)$$

2.2.Propriétés statistiques des résidus

Lorsque les bruits de mesures sont gaussiens centrés, d'après (8), le vecteur des résidus est également gaussien. Sa moyenne et covariance sont données par :

$$E(\tilde{Z}/H_0) = 0 \quad \text{et} \quad Var(\tilde{Z}/H_0) = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix}$$

avec :

$$C_1 = \Sigma_1 - A_1.F_1^{-1}.A_1' \qquad (11.a)$$

$$C_2 = \Sigma_2 + A_2.F_1^{-1}.A_2' \qquad (11.b)$$

Sous H_0 les résidus sont donc centrés de covariances C_1 et C_2. Au contraire dans le cas d'une alternative H_1 de H_0, par exemple une manoeuvre de la source sur le second tronçon T_2, l'expression (6) appliquée aux cross-résidus devient :

$$\tilde{Z}_2 = V_2 - A_2.\tilde{X} - \partial_\Theta Z_2.\Theta \qquad (12)$$

où Θ désigne l'erreur de modèle déterministe sous H_1.

Les cross-résidus sont alors gaussiens décentrés de moyenne et covariance :

$$E(\tilde{Z}_2/H_1) = -\partial_\Theta Z_2.\Theta \qquad (13)$$

$$Var(\tilde{Z}_2/H_1) = Var(\tilde{Z}_2/H_0) = C_2 \qquad (14)$$

3.DÉTECTION D'ERREUR DE MODÈLE.

3.1.Principes.

On suppose qu'on a obtenu une estimation efficace sans biais X sous le modèle H_0 pour un premier lot T_1 de n_1 mesures. Pour s'assurer de la validité de cette estimation on peut utiliser un premier test très classique [8] sur les auto résidus :

$$Q(\hat{X}) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \eta \qquad (15)$$

(Le seuil η est fixé à partir du taux de fausse alarme P_{FA} en utilisant le fait que, sous H_0, $Q(\hat{X})$ suit une loi du χ^2 à n_1-4 degrés de liberté).

On recueille ensuite un deuxième lot T_2 de n_2 mesures. Avant de refaire une estimation sur $T_1 \cup T_2$ et d'améliorer ainsi la précision d'estimation, on veut s'assurer de la validité de H_0 sur T_2 ; c'est à dire tester l'hypothèse H_0: $E(\tilde{Z}_2) = 0$ contre son alternative H_1: $E(\tilde{Z}_2) \neq 0$.
On envisage pour cela deux familles de tests: des tests paramétriques optimaux dans un contexte gaussien, et des tests non paramétriques qui ne nécéssitent pas le caractère gaussien ni la connaissance de la variance des mesures.

3.2 Tests paramétriques.

La théorie de la décision entre hypothèses composites [4] conduit à évaluer le rapport des vraisemblances des mesures sous les deux hypothèses H_0 et H_1, et à le comparer à un seuil η:

$$\Lambda(Z) = \frac{p(\tilde{Z}/H_1,\Theta)}{p(\tilde{Z}/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \eta \qquad (16)$$

où η est fixé à partir de la probabilité de fausse alarme P_{FA} par $P_{FA}=Prob(\Lambda>\eta/H_0)$.
En prenant le logarithme de (16) et en posant $l(\tilde{Z})=Log[\Lambda(\tilde{Z})]$ et $\gamma=Log(\eta)$, il vient, puisque les erreurs de mesure sont gaussiennes, :

$$l(\tilde{Z}) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \gamma \qquad (17)$$

avec:

$$l(\tilde{Z}) = \tilde{Z}'.C^{-1}.\tilde{Z} - (\tilde{Z}-m(\Theta))'.C^{-1}.(\tilde{Z}-m(\Theta)) \quad (18)$$

et $m = E(\tilde{Z}/H_1)$.
Pour les cross-résidus et la détection de rupture de modèle proprement dite, on envisage des modèles linéaires tels que:

$$m_2(\Theta,t) = \theta_0+(t-t_2)\theta_1+...+(t-t_2)^p\theta_p \qquad (19)$$

avec $\Theta = Col_i\{\theta_i\}$, soit de manière plus compacte:

$$m_2(\Theta) = D_p.\Theta \qquad (20)$$

avec $D_p = Col_i\{ [1 \quad t_i-t_2 \ ... \ (t_i-t_2)^p] \}$

Deux cas sont envisagés:
- p=2, le modèle (20) correspond à un offset en t=0 plus une rampe sur les cross-résidus.
- $p=n_2$, (20) revient alors à ne pas prendre de modèle du tout (cross-résidus quelconques sur T_2).

En utilisant les propriétés statistiques des cross-résidus, sous H_1 (eq. 13,14) l'estimateur du maximum de vraisemblance des paramètres inconnus Θ du modèle D_p est égal à:

$$\hat{\Theta} = (D_p'.C_2^{-1}.D_p)^{-1}D_p'.C_2^{-1}.Z_2 \qquad (21)$$

La théorie asymptotique des rapports de vraisemblance [4] indique alors que, pour un modèle D_p à p paramètres, la variable test (17) est distribuée selon une loi du χ^2 à p degrés de liberté centrée sous H_0 et décentrée sous H_1 d'un paramètre λ :

$$\lambda = m_2(\Theta)'.C_2^{-1}.m_2(\Theta) \qquad (22)$$

Puissance des Tests optimaux:
En utilisant les propriétés statistiques de Z_2 et 1, on calcule simplement le seuil η à partir du taux de fausse alarme P_{FA} ($1\sim\chi^2_{n2}$ centré), puis la puissance du test P_D ($1\sim\chi^2_{n2}$ décentré sous $H_1(\lambda)$).
Un point important est que, lorsque le nombre de mesures n_2 croît, à P_{FA} donnée, la puissance du test ne croît pas nécessairement. Cela peut se comprendre simplement, si on approche les distributions du χ^2 (centré ou décentré) par des distributions gaussiennes (n_2>30) on établit que [9]:

$$\mathrm{erf}^{-1}(P_D) \sim \mathrm{erf}^{-1}(P_{FA}) - \lambda/\sqrt{2n_2} \quad (23)$$

où erf désigne la fonction d'erreur. Donc si λ croît moins vite que $\sqrt{n_2}$, la probabilité de détection va décroitre.

3.3.Tests non paramétriques.

Pour détecter des sauts ou des rampes sur la moyenne des cross-résidus on utilise des tests non paramétriques de décentrement (Wilcoxon,"Run Above the Mean") et de stationnarité (Kendall,Abbe).
L'intérêt de ces tests non paramétriques est leur moindre sensibilité au caractère gaussien des erreurs de mesures. Deux types de tests sont essayés: mono-échantillon ou bi-échantillons en partitionnant les cross-résidus.

Tests mono-échantillon :

Run Above the Mean (RAM) :
nombre de blocs de part et d'autre de la moyenne empirique [6],
Abbe (A) :
rapport de la moyenne quadratique des écarts consécutifs à la variance empirique [6],
Wilcoxon (W1):
moyenne des rangs des résidus positifs [4],
Man-Kendall (MK):
corrélation des rangs [4].

Tests bi-échantillons:

Il s'agit des tests de **Wilcoxon** (W2) et de **Kendall-Tau** (KT) appliqués à deux demi-tronçons consécutifs de résidus prédits.

4.APPLICATION : DETECTION DE MANOEUVRE SOURCE.

Les deux familles de tests présentés ci-dessus sont appliqués à la détection d'une manoeuvre brutale de la source (changement de cap instantané).

Description de la simulation:
Les conditions de la simulation présentée sont les suivantes (Fig.1):
- initialement, l'observateur fait route au cap 90. à 3m/s, puis effectue un demi-tour de t=4 à t=5 minutes.
- en t=0, la source est à 10 km au Nord de l'observateur. Elle se déplace à 10 m/s au cap 90 jusqu'à t = 10, puis prend un nouveau cap 90+ΔK.
- écart-type des mesures: 0.5 degrés récurrence des mesures: 4 secondes.

Une première estimation de la trajectoire source est faite après 10 minutes. Ensuite on calcule les cross-résidus et les différents tests de résidus sont mis en oeuvre en t=11 et t=15 (soit 1 et 5 minutes après la manoeuvre source).
Les probabilités de détection empiriques sont évaluées sur 100 tirages indépendants des erreurs de mesure sur $T_1 \cup T_2$. Pour tous les tests la probabilité de fausse alarme est égale à 0.05 .

Résultats des simulations:
Les résultats des simulations sont présentés figures (2-a) à (2-i). Pour les tests optimaux la P_D théorique est aussi représentée.
Sur ces figures, on constate que pour tous les tests un changement de cap de 20 degrés est toujours détecté après 5 minutes. Si on attend seulement 1 minutes, seuls les tests les plus puissants (optimaux p=1 ou 2, W_1,MK) détectent à condition que ΔK soit supérieur à 40 degrés.

Un phénomène extrêmement gênant complique l'évaluation des performances des tests non paramétriques: sans manoeuvre source, ils détectent une rupture dans les cross-résidus. Ce phénomène s'explique aisément: ces tests sont sensibles non seulement à une rupture de modèle $\Theta\neq 0$ mais aussi à l'erreur d'estimation sur T_1.
S'il est vrai que, pour les 100 tirages l'erreur $\tilde{X}$ et les cross-résidus sont centrés, sur chaque tirage pris isolément, $\tilde{X}$ est différent de zéro et donc d'après (12) les résidus présentent une rampe comme en cas de manoeuvre (de pente plus faible cependant). Les tests optimaux prenaient en compte ce phénomène (par l'intermédiaire de C_2 donnée par (11.b)).La validité de cette explication a été vérifiée par des simulations: si pour calculer les cross-résidus on remplace $\hat{X}$ (estimé sur T_1) par X (valeur vraie), la P_{FA} empirique est bien égale, pour ces tests non paramétriques, à sa valeur théorique (ici 0.05).

Une comparaison de la robustesse de ces tests non paramétriques vis à vis de cette erreur d'estimation est donnée figure 3.a et 3.b. La probabilité de détection d'une rupture (alors que la source ne manoeuvre pas) évaluée sur 100 tirages, est tracée en fonction de la durée de la séquence de cross-résidus utilisée pour les tests: RAM et Kendall-tau semblent les plus robustes.

5.CONCLUSION.

En trajectographie passive les résidus d'estimation prédits (ou cross-résidus) permettent de s'assurer de la permanence des hypothèses de modèle. Deux catégories de tests sont comparées:
- des tests optimaux paramétriques (rapports de vraisemblance) obtenus en supposant que les cross-résidus se décentrent par une rampe ou un saut,
- des tests non paramétriques sensibles à une rupture de modèle mais aussi à l'erreur d'estimation $\tilde{X}$ (qui fait que les cross-résidus finissent toujours par s'écarter de zéro).

Pour le scénario envisagé les performances en détection de manoeuvre sont excellentes: un changement de cap brutal de la source de ±30 degrés est toujours détecté en moins de 5 minutes.
Les tests non paramétriques sont les plus simples à mettre en oeuvre (ils ne nécessitent pas le calcul de la matrice de covariance des cross-résidus) mais certains sont trop sensibles à l'erreur d'estimation: on ne retiendra que les tests les plus robustes, RAM et Kendall-Tau.
En conclusion,l'utilisation de ces tests rend possible un fonctionnement récursif par blocs de ces TP non récursives en temps. Par ailleurs l'ensemble de ces tests est applicable à d'autres types de rupture de modèle (changement d'immersion, biais de mesure...), d'autres types de trajectographie passive (avec fréquences [7], écarts de temps...) et aussi dans des situations non observables (azimut seul).

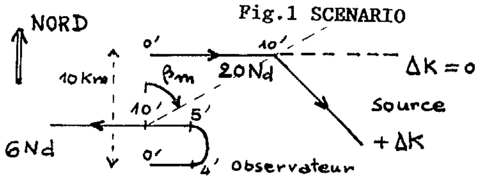
Remerciements: Cette étude a été financée par le GERDSM (Six-Fours-Les-Plages DCN Toulon).

REFÉRENCES:

[1] S.C.NARDONE,A.G.LINDGREN,K.F.GONG "Fundamental Properties of Conventionnal Bearing Only Target Motion Analysis." IEEE AC Vol 29 No 9 Sept 1984.
[2] J.M.PASSERIEUX "Comparaison des Performances de méthodes non récursives en Trajectographie Passive sous-marine." GRETSI 1987.
[3] C.DONCARLI,Ph.de LARMINAT "Une approche temps réel non récursive de l'azimétrie passive" GRETSI 1985.
[4] KENDALL,STUART "The Advanced Theory of Statistics." Griffin Ed., London 1976.
[5] J.G.BAYLOG,A.MAGLIARO,S.M.ZILE,K.F.GONG "Underwater Tracking in the Presence of Modeling Incertainties." 21th Asilomar Conf. on Circuits Systems and Computers. Nov. 1987
[6] AIVAZIAN,ÉNUKOV,MÉCHALKINE "Éléments de modèlisation et traitement primaire des données." Éditions MIR Moscou 1983.
[7] J.M.PASSERIEUX,D.PILLON, P.BLANC-BENON,C.JAUFFRET "Target Motion Analysis with Bearings and Frequencies Measurements via Instrumental Estimator." ICASSP Glasgow 1989.

[8] Y.BAR-SHALOM,T.E.FORTMANN "Tracking and Data Association" Academic Press 1988.
[9] KOTZ,JOHNSON "Distributions in Statistics" (Part 2 Continuous distributions) Wiley&Sons New-York 1970

Fig.1 SCENARIO



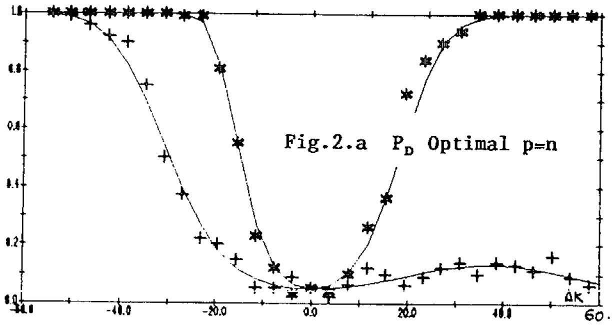


Fig.2.a P_D Optimal p=n

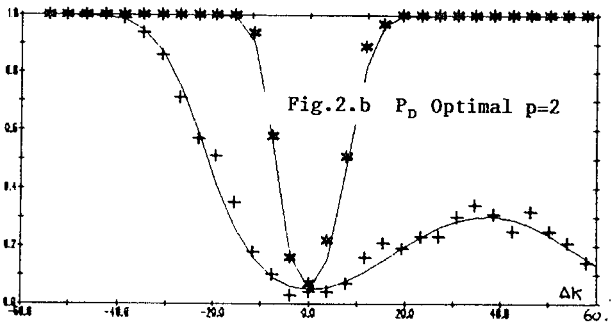


Fig.2.b P_D Optimal p=2

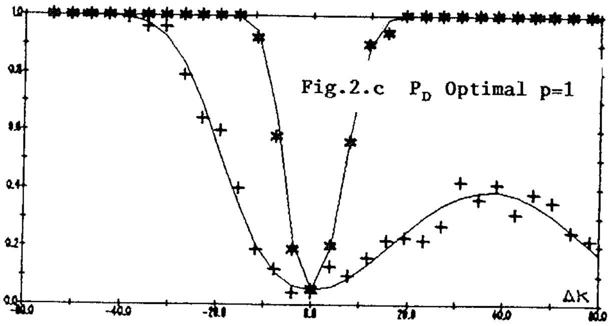


Fig.2.c P_D Optimal p=1

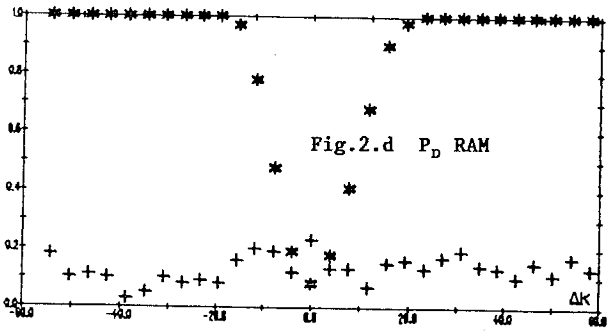


Fig.2.d P_D RAM

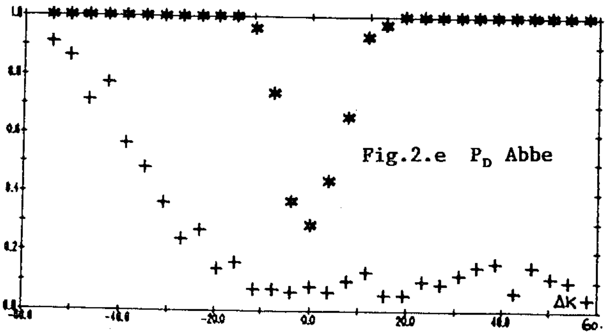


Fig.2.e P_D Abbe

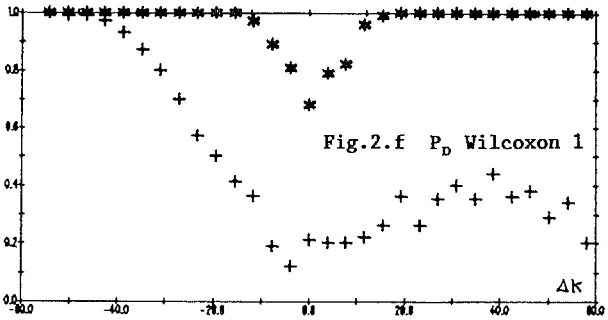


Fig.2.f P_D Wilcoxon 1

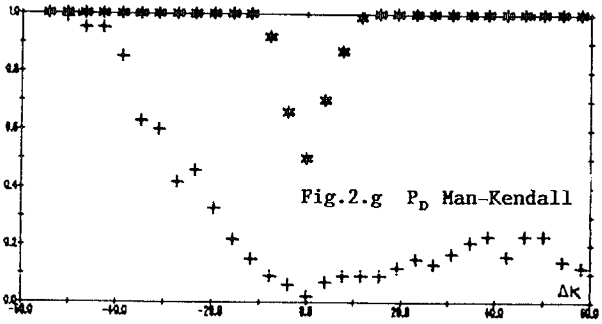


Fig.2.g P_D Man-Kendall

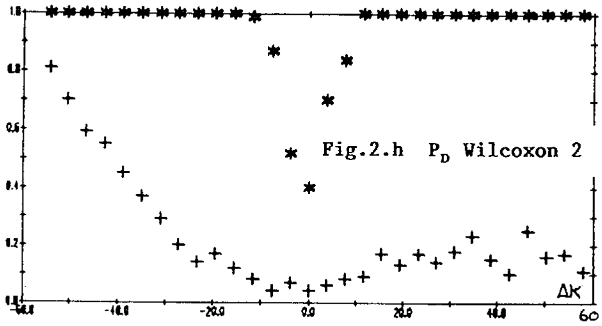


Fig.2.h P_D Wilcoxon 2

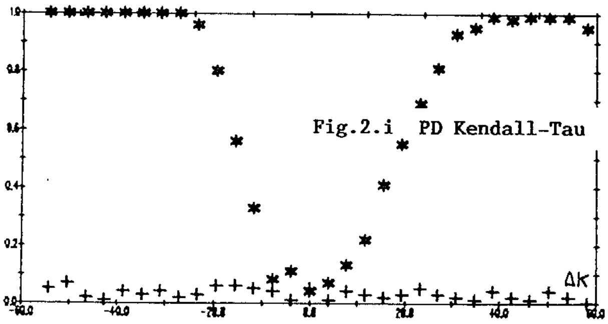


Fig.2.i PD Kendall-Tau

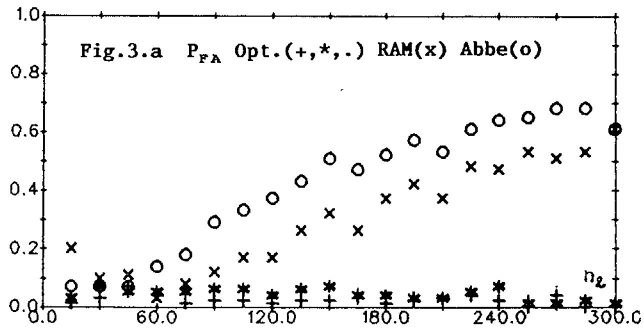


Fig.3.a P_{FA} Opt.(+,*,.) RAM(x) Abbe(o)

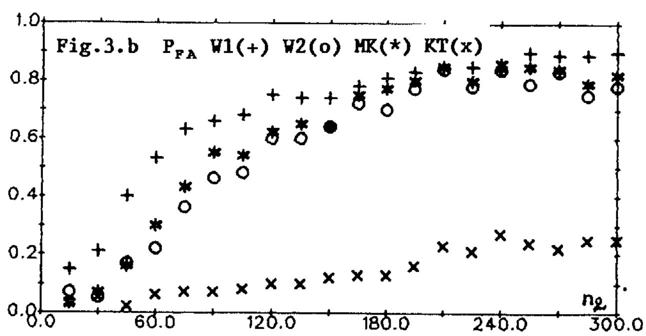


Fig.3.b P_{FA} W1(+) W2(o) MK(*) KT(x)