

COMPARAISON DE METHODES DE TRAJECTOGRAPHIE PASSIVE
EN TROIS DIMENSIONS
DANS UN ENVIRONNEMENT SOUS-MARIN*

J.L. NICOLAS, H. BOUCARD

THOMSON SINTRA Activités Sous-Marines
1, av. Aristide Briand, 94117 ARCUEIL CEDEX

RÉSUMÉ

Cet article traite de la trajectographie passive dans un espace de trois dimensions. Selon les mesures disponibles, plusieurs méthodes sont définies et comparées en terme d'observabilité et de performances potentielles. Le cas de données réalistes est envisagé afin d'estimer la robustesse des algorithmes à la modélisation de la propagation.

SUMMARY

This paper deals with the passive target motion analysis in a 3D space. Several methods are defined according to the available measures and are compared by studying the observability and the potential estimation performances. The case of realistic data is investigated in order to estimate the algorithms robustness to the propagation model.

1. Introduction

Le problème de la trajectographie passive à partir de mesures d'azimut est classique et a déjà fait l'objet de nombreuses publications [1-3]. Cette méthode a l'inconvénient de nécessiter une manœuvre du porteur et ses performances d'estimation restent modestes.

L'objet de cet article est de définir des algorithmes de trajectographie prenant en compte des mesures non seulement d'azimuts, mais aussi de sites de rayons sonores et de temps de retards entre ces rayons [4-5]. L'apport de ces informations peut permettre une observabilité sans manœuvre du récepteur, l'estimation de l'immersion de l'émetteur et une amélioration des performances de localisation. Ces nouvelles mesures nécessitent par contre une modélisation de la propagation qui ne peut être qu'approchée dans les algorithmes de trajectographie.

2. Description du système

2.1 Définition des mobiles

L'émetteur est un mobile se déplaçant en route rectiligne uniforme à immersion constante. Le récepteur est aussi un mobile dont la route est quelconque et parfaitement connue à tout instant (figure 1).

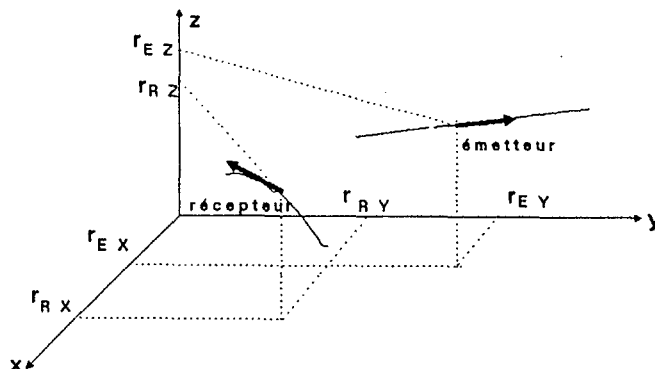


figure 1: système et notations

* Etude financée par le GERDSM, Le Brusac (FRANCE).



Les positions et vitesses des mobiles sont définies dans un repère cartésien fixe de trois dimensions (x, y, z) et notées:

$X_E(t) = (r_{EX}, r_{EY}, r_{EZ}, v_{EX}, v_{EY}, v_{EZ})^t$ pour l'émetteur; notons que la sixième composante de ce vecteur est supposée nulle,

$X_R(t) = (r_{RX}, r_{RY}, r_{RZ}, v_{RX}, v_{RY}, v_{RZ})^t$ pour le récepteur.

Celui-ci peut manœuvrer et son vecteur-accélération cartésien est notée $\Gamma_R(t)$.

Le vecteur d'état du système X est la position et la vitesse relatives du but par rapport au porteur:

$X(t) = X_E(t) - X_R(t) = (r_X, r_Y, r_Z, v_X, v_Y, v_Z)^t$

Son évolution temporelle entre t_1 et t_2 est donnée par l'équation d'état suivante:

$$(1) \quad X(t_2) = \Phi(t_2, t_1) X(t_1) + C(t_2, t_1)$$

avec Φ la matrice de transition

$$\Phi(t_2, t_1) = \begin{pmatrix} I_3 & (t_2 - t_1) I_3 \\ 0 & I_3 \end{pmatrix}$$

et C le vecteur de commande

$$C(t_2, t_1) = \begin{pmatrix} \int_{t_1}^{t_2} (t_2 - \tau) \Gamma_R(\tau) d\tau \\ \int_{t_1}^{t_2} \Gamma_R(\tau) d\tau \end{pmatrix}$$

2.2 Définition des mesures

Les mesures sont effectuées à des instants t_k , $k=1, \dots, N$. La bathycélérimétrie est dans un premier temps isocélère. Les rayons sonores envisagés sont le direct, le réfléchi-surface et le réfléchi-fond (figure 2). De ces trois trajets, nous pouvons mesurer les angles par formation de voies:

- l'azimut β (propagation dans un plan vertical),

- les sites notés respectivement ϕ_D , ϕ_S et ϕ_F ,

et les écarts de temps par corrélation:

- les retards entre trajets direct et surface

τ_{DS} et entre direct et fond τ_{DF} .

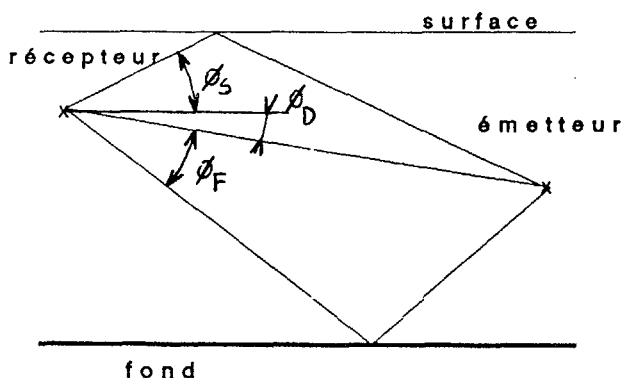


figure 2: rayons sonores en bathy isocélère

Chacune de ces mesures peut être reliée au vecteur d'état du système X à l'instant t_k via une équation de mesure de la forme:

$$(2) \quad \alpha_m^i(t_k) = \alpha^i(X(t_k), t_k) + \zeta^i(t_k)$$

où α_m^i est la mesure réalisée et α^i la mesure vraie, qui dépend de l'instant t_k et de la position relative des deux mobiles à cet instant; l'expression de la fonction α^i varie avec le type de mesure réalisée. ζ^i est un bruit de mesure.

Si p types de mesures sont réalisés simultanément à l'instant t_k , il suffit transformer l'équation (2) en équation vectorielle, soit:

$$(3) \quad \Theta_m(t_k) = \Theta(X(t_k), t_k) + \mu(t_k)$$

où

$$\Theta_m(t_k) = (\alpha_m^i(t_k))_{i=1, \dots, p}^t$$

$$\Theta(X(t_k), t_k) = (\alpha^i(X(t_k), t_k))_{i=1, \dots, p}^t$$

$$\mu(t_k) = (\zeta^i(t_k))_{i=1, \dots, p}^t$$

2.3 Solution du système

Du fait de l'hypothèse de route rectiligne uniforme à immersion constante pour l'émetteur, la solution du système est entièrement déterminée par la donnée du vecteur d'état $X_E(t_r)$ à un instant de référence t_r quelconque.

3. Résolution du système et performances

3.1 Fonction de vraisemblance

On suppose que:

- le vecteur bruit de mesure μ centré gaussien de matrice de covariance Σ ,
- les mesures sont indépendantes dans le temps.

Dans ces conditions, la fonction de vraisemblance s'écrit:

$$(4) \quad p(\Theta_m/X(t_r)) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi^p \det(\Sigma)}} \right)^N \cdot e^{-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \|\Theta_m(t_k) - \Theta(X(t_k), t_k)\|_{\Sigma}}$$

où les $X(t_k)$ se déduisent de $X(t_r)$ par l'équation d'état (1).

L'estimation au maximum de vraisemblance de l'état X du système est ici l'estimateur des moindres carrés qui minimise le critère $J(X(t_r))$:

$$(5) \quad J(X(t_r)) = \sum_{k=1}^N \|\Theta_m(t_k) - \Theta(X(t_k), t_k)\|_{\Sigma}$$



3.2 Algorithme de Gauss-Newton

La minimisation du critère J ci-dessus peut être réalisée par un algorithme du gradient. Celui de Gauss-Newton a été choisi. Une itération de cette méthode s'écrit:

$$(6) \quad \tilde{X}(t_r)^{j+1} = \tilde{X}(t_r)^j - \alpha \left(H(\tilde{X}(t_r)^j) \right)^{-1} G(\tilde{X}(t_r)^j)$$

où G est le gradient du critère et vaut:

$$\sum_{k=1}^N \Phi^t(t_r, t_k) \frac{\partial \Theta^t}{\partial X}(\tilde{X}(t_k)) \Sigma^{-1} (\Theta_m(t_k) - \Theta(\tilde{X}(t_k), t_k))$$

et H est le hessien estimé au premier ordre critère valant:

$$\sum_{k=1}^N \Phi^t(t_r, t_k) \frac{\partial \Theta^t}{\partial X}(\tilde{X}(t_k)) \Sigma^{-1} \frac{\partial \Theta}{\partial X}(\tilde{X}(t_k)) \Phi(t_r, t_k)$$

Ces deux expressions font apparaître des dérivées de mesures par rapport au vecteur d'état. Dans le cas d'une propagation isocélère, ces expressions peuvent être calculées à partir des formules analytiques des mesures.

3.3 Bornes de Cramer-Rao

Les performances potentielles de tout estimateur sans biais et efficace peuvent être calculées au moyen du théorème de Cramer-Rao. Pour cela, on calcule la matrice d'informations de Fisher F:

$$(7) \quad F = \sum_{k=1}^N \Phi^t(t_r, t_k) \frac{\partial \Theta^t}{\partial X}(X(t_k)) \Sigma^{-1} \frac{\partial \Theta}{\partial X}(X(t_k)) \Phi(t_r, t_k)$$

avec $X(t_k)$ le vecteur d'état vrai du système.

que l'on inverse pour trouver la matrice de covariance $COV(X)$ d'estimation des paramètres cinématiques de l'émetteur:

$$(8) \quad COV(X) = F^{-1}$$

Le calcul de la matrice F fait apparaître les dérivées des mesures par rapport au vecteur d'état à estimer. Ces dérivées sont calculées à partir des formules analytiques des mesures pour une propagation isocélère. Dans le cas d'une bathycélérimétrie réaliste, le calcul des dérivées doit être réalisé par différences finies à partir d'une table donnant les caractéristiques des divers rayons sonores (site, temps de propagation), qui existent entre les deux mobiles.

4. Simulations et performances

4.1 Descriptions des simulations

Plusieurs ensembles de mesures ont été envisagés. Il s'agit des couples:

- (β, ϕ_D) ,
- (β, τ_{DS}) ,
- (β, τ_{DF}) ,

qui nécessitent une manœuvre du récepteur, afin de rendre observable le système, et des triplets:

- $(\beta, \phi_D, \tau_{DS})$,
- $(\beta, \phi_D, \tau_{DF})$,
- (β, ϕ_D, ϕ_F) ,

qui permettent une trajectographie sans manœuvre, car la localisation instantanée est possible avec ces mesures.

Deux scénarios ont été définis (l'un avec manoeuvre, l'autre sans) pour tester ces méthodes de trajectographie par des simulations du type Monte-Carlo (voir figures en fin de l'article).

Dans un premier temps, les mesures sont des données synthétiques générées avec une bathycélérimétrie isocélère, puis, dans un second temps, une propagation réaliste est utilisée pour créer les mesures.

4.2 Résultats de simulations

A partir des tirages de Monte-Carlo, des variances et moyennes empiriques sont calculées sur les estimations de la distance des deux mobiles et de l'immersion de l'émetteur. Le calcul des bornes de Cramer-Rao permet de vérifier la qualité des algorithmes. Les figures A1 à A4 représentent les situations géographiques pour deux ensembles de mesures avec des données générées en bathy isocélère et réaliste.

On remarque que l'apport d'informations supplémentaires (triplets) permet de réduire fortement la variance d'estimation de la distance. Dans tous les cas, l'immersion semble difficile à estimer. La mauvaise modélisation de la propagation dans les algorithmes (isocélère) par rapport aux données entraîne un biais d'estimation, aussi bien en distance qu'en immersion. Il faut toutefois noter que l'erreur totale (variance et biais) pour les ensembles $(\beta, \phi_D, \tau_{DF})$ et (β, ϕ_D, ϕ_F) reste inférieure à la variance donnée par la trajectographie passive à partir d'azimut. Le tableau suivant regroupe les biais et variances empiriques calculés à partir des simulations et les bornes de Cramer-Rao sur les estimations.



mesures	bornes de CR		biais		variance	
	$\sigma D/D$ (%)	σZ (m)	bD/D (%)	bZ (m)	$\sigma D/D$ (%)	σZ (m)
$\beta \phi D$	30	100	11	560	21	188
$\beta \tau DS$	30	50	42	1250	133	1455
$\beta \tau DF$	5	166	6	650	2	132
$\beta \phi D \tau DS$	48	30	21	460	33	310
$\beta \phi D \tau DF$	3	50	2	340	3	118
$\beta \phi D \phi F$	3	70	10	520	2	90
β	30	-	-	-	32	-

Tableau 1: comparaison des méthodes sur données réalistes
 $\Delta Z = 100$ m; $D = 13$ km.

5. Conclusions

La trajectographie passive en trois dimensions à partir d'un triplet de mesures (azimut, sites et/ou écarts de temps) permet d'éviter une manœuvre du récepteur et améliore notablement la variance d'estimation de la distance par rapport à la trajectographie à partir d'azimut, tandis que l'immersion reste imprécise.

L'utilisation d'une propagation isocélère pour modéliser des mesures réalistes implique des biais d'estimation, qui restent négligeables avec des mesures liées au trajet réfléchi-fond. L'introduction de la propagation réaliste dans les algorithmes est possible en calculant le gradient et le hessien par différences finies.

Bibliographie:

- [1] S.C.NARDONE, A.G.LINDGREN, K.F.GONG
 "Fundamental properties of conventional bearing-only target motion analysis"
 IEEE trans on AC, vol 29 n°9 (1984)
- [2] D.PILLON, C.JAUFFRET
 "Problèmes d'observabilité en trajectographie passive"
 XI° colloque GRETSI, Nice 1987
- [3] J.M.PASSERIEUX
 "Comparaison des performances des méthodes non-récurrentes en trajectographie passive sous-marine"
 XI° colloque GRETSI, Nice 1987
- [4] K.F.GONG
 "Multipath target motion analysis: properties and implication of the multipath process"
 NUSC report, 1982
- [5] J.C.HASSAB
 "Passive tracking of a moving source by a single observer in shallow water"
 JSV, vol 44, p.127-145 (1976)

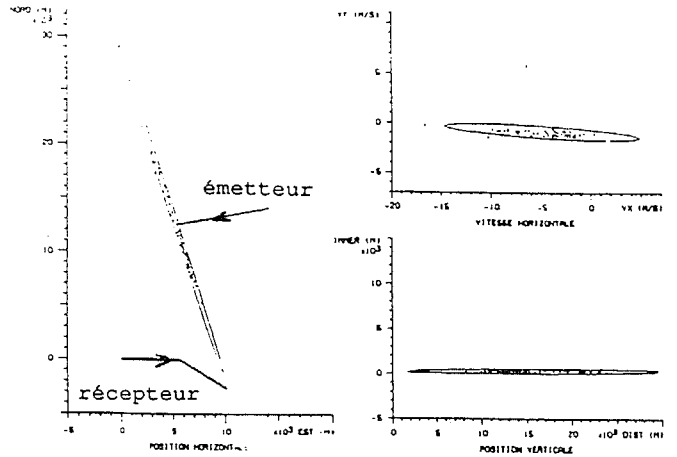


figure A1: (β, ϕ_D) , bathy isocélère

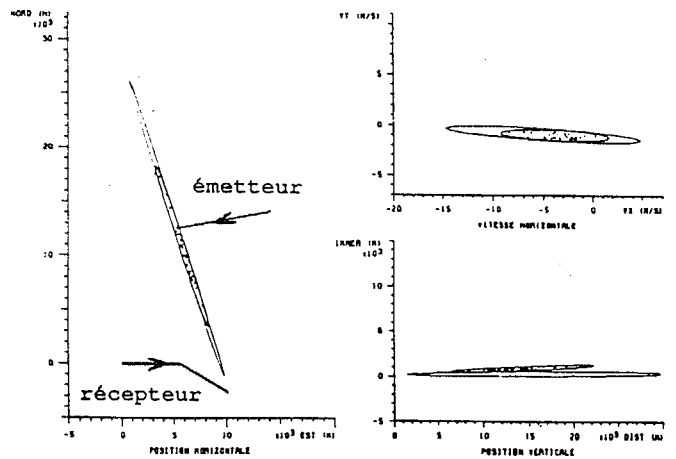


figure A2: (β, ϕ_D) , bathy réelle

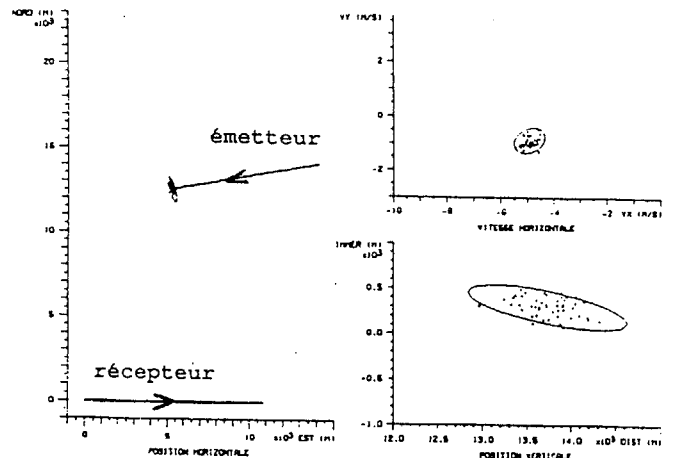


figure A3: (β, ϕ_D, ϕ_F) , bathy isocélère

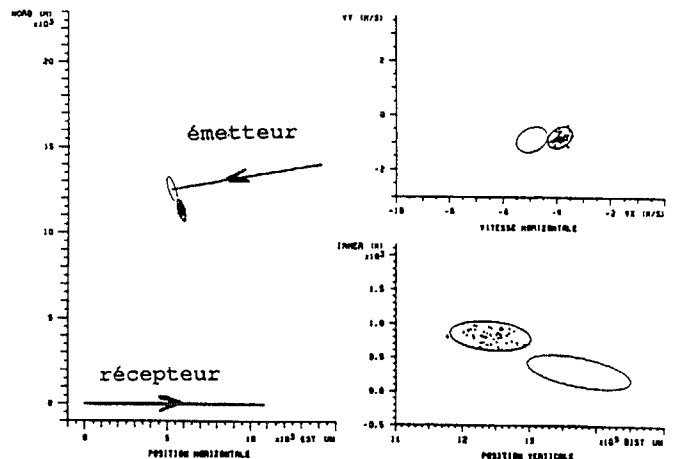


figure A4: (β, ϕ_D, ϕ_F) , bathy réelle