

## LOCALISATION DE SOURCES PONCTUELLES A LARGE BANDE

G. VEZZOSI, F. FLORIN, B. BOUTHEMY

THOMSON SINTRA ASM, B.P. 53, 06801 - CAGNES-sur-MER

RESUME

On présente une nouvelle méthode de goniométrie par vecteurs propres dans le cas de sources à large bande. Le problème du défilement du vecteur source avec la fréquence est résolu par une technique d'interpolation du signal utile sur des capteurs synthétiques le long de l'axe de l'antenne. La corrélation du bruit produite par l'interpolation est réduite par un traitement utilisant un banc de filtres sphéroïdaux. La méthode est ensuite étendue au cas d'une analyse par secteurs.

ABSTRACT

A new broad-band high resolution array processing method is presented. In order to cancel the variations of the steering vector with respect to frequency, an interpolation technique is developed, which estimates the useful signal on some synthetic sensors along the array axis. The noise correlation induced by the interpolation process is reduced by the use of a spheroidal filter bank. The method is then extended to sector analysis.

1. INTRODUCTION

La goniométrie à Haute Résolution (HR) de sources ponctuelles émettant des signaux à large bande est souvent réalisée par une simple sommation incohérente des réponses individuelles du goniomètre HR à chaque fréquence : si  $G(f, \theta)$  désigne la réponse du goniomètre à bande étroite à la fréquence  $f$  en fonction du gisement  $\theta$ , la localisation est effectuée en traçant la courbe des moyennes harmoniques

$$G(\theta) = \left[ \sum_f G^{-1}(f, \theta) \right]^{-1}, \quad (1)$$

et en estimant les directions des sources par les abscisses des maximums de la fonction  $G(\theta)$ . Cette méthode très naturelle présente plusieurs inconvénients :

- . elle estime un espace source pour chaque bin de fréquence traité, et est donc lourde numériquement ;
- . les espaces sources  $y$  sont estimés séparément à chaque fréquence en négligeant le fait que ces espaces sont produits par les mêmes sources.

En ce sens, la méthode de sommation incohérente ne réalise pas un véritable traitement à large bande, intégrant au mieux les informations provenant des différentes fréquences disponibles pour effectuer la localisation. Il s'ensuit, par exemple, que son pouvoir séparateur n'augmente pas avec la largeur de bande traitée. Il ne dépend en effet que du pouvoir séparateur du traitement à bande étroite pour chaque fréquence considérée séparément. De plus, l'opération de moyenne qui figure au second membre de la relation (1) fait perdre les bénéfices en résolution apportés par les hautes fréquences.

Peut-on, dans une méthode de goniométrie par vecteurs propres, localiser les sources à large bande à partir d'un espace source unique résumant la totalité des informations provenant des différentes fréquences ? Telle est la question centrale posée par l'extension des méthodes HR au cas de sources à large bande. Se basant sur les principes généraux définis en [1], on se propose de montrer que la question admet une réponse positive dans un cas particulier : celui d'une antenne linéaire uniforme légèrement suréchantillonnée spatialement.

L'antenne, formée de  $N$  capteurs espacés au pas constant  $d$ , est supposée repérée par rapport à son centre. L'abscisse du  $n_{i^{\text{ème}}}$  capteur vaut ainsi  $x_n d$ , où

$$x_n = n - \frac{N+1}{2}, \quad 1 \leq n \leq N. \quad (2)$$

La bande des signaux interceptée par l'antenne est supposée proche de l'octave. Soit  $c$  la célérité du milieu et  $F$  une fréquence courante. Nous introduisons le paramètre sans dimension

$$f = Fd/c,$$

et nous l'interprétons comme une fréquence temporelle normalisée. Nous nous placerons dans une situation courante pratiquement :  $0,22 \leq f \leq 0,44$ .

Une onde plane de direction  $\theta$  par rapport au plan normal à l'antenne produit ainsi à la fréquence  $f$  le vecteur source (= le vecteur de déphasages) :

$$\underline{d}(f, \theta) = \underline{\delta}(f \sin \theta), \quad (3-a)$$

$$\text{où } \underline{\delta}(v) = \left[ e^{2i\pi x_n v} \right]_{1 \leq n \leq N}. \quad (3-b)$$

Le paramètre  $v = f \sin \theta$  définit la fréquence spatiale. Pour  $f$  fixé, il varie dans l'intervalle  $[-f, +f]$ .

Le bruit est supposé blanc spatialement et temporellement dans la bande traitée. Si  $P$  sources non corrélées éclairent l'antenne, la matrice spectrale en sortie des capteurs prend ainsi la forme de Toeplitz :

$$\underline{R}(f) = \lambda \underline{I} + \sum_{p=1}^P \sigma_p(f) \underline{d}(f, \theta_p) \underline{d}^*(f, \theta_p), \quad (4)$$

où  $\sigma_p(f)$  désigne la densité spectrale de puissance de la  $p^{\text{ième}}$  source. Le problème posé est : étant donné (i) une bande  $[f_{\min}, f_{\max}]$  contenue dans l'intervalle  $[0,22, 0,44]$ , (ii) les matrices spectrales rectifiées  $\{\underline{R}(f)\}$  mesurées dans cette bande pour un nombre fini de valeurs de  $f$ , estimer par une méthode HR les gisements des  $P$  sources.

Notations et rappels : Si  $x_n$  désigne l'abscisse du  $n^{\text{ième}}$  capteur, nous posons dans toute la suite

$$x'_n = \alpha x_n, \quad \alpha > 0, \quad (5-a)$$

$$\underline{\delta}'(v) = \left[ e^{2i\pi x'_n v} \right]_{1 \leq n \leq N}, \quad (5-b)$$



$$\underline{A} = \underline{A}(b) = \int_{-b}^{+b} \underline{\delta}(v) \underline{\delta}^*(v) dv$$

$$= \left[ \frac{\sin 2\pi b (x_m - x_n)}{\pi (x_m - x_n)} \right], \quad (5-c)$$

$$\underline{B} = \underline{B}(b, \alpha) = \int_{-b}^{+b} \underline{\delta}'(v) \underline{\delta}^*(v) dv$$

$$= \left[ \frac{\sin 2\pi b (\alpha x_m - x_n)}{\pi (\alpha x_m - x_n)} \right]. \quad (5-d)$$

Les propriétés suivantes sont classiques [2] et vont être utilisées constamment :

(i) le rang de la matrice  $\underline{A}$  vaut approximativement :

$$r_0 = [2Nb],$$

où  $[x]$  désigne l'entier le plus proche du nombre réel  $x$  ;

(ii) Les suites sphéroïdales de paramètre  $(N, b)$  sont les vecteurs propres normés à un  $\{\underline{s}_1, \dots, \underline{s}_N\}$  de la matrice  $\underline{A}$ . Ces vecteurs sont supposés rangés dans l'ordre décroissant des valeurs propres correspondantes. Pour  $M \leq N$ , nous définissons  $\underline{S}_M = \underline{S}_M(b)$  comme la matrice à  $N$  lignes et  $M$  colonnes :

$$\underline{S}_M = \underline{S}_M(b) = [\underline{s}_1, \underline{s}_2, \dots, \underline{s}_M], \quad (6)$$

où  $\varepsilon = 1$  si  $M$  est impair et  $\varepsilon = i$  si  $M$  est pair ;

(iii) Les  $M = r_0 + 1$  premières suites sphéroïdales de paramètre  $(N, b)$  forment une base (approchée) du sous-espace engendré par les vecteurs  $\underline{\delta}(v)$  lorsque  $v$  parcourt l'intervalle  $[-b, +b]$  ;

(iv) Les  $M = r_0 - 1$  premières suites sphéroïdales de paramètre  $(N, b)$  forment un banc de filtres FIR orthogonaux isolant la bande  $[-b, +b]$ .

Soulignons que les propriétés (iii) et (iv) sont des propriétés approchées : plus on augmente  $M$  dans (iii), meilleure est la représentation de  $\underline{\delta}(v)$  par une combinaison linéaire des vecteurs  $\{\underline{s}_m, 1 \leq m \leq M\}$ . Plus on diminue  $M$  dans (iv), meilleure est la réjection du banc de filtres hors de la bande  $[-b, +b]$ .

## 2. PRESENTATION DE LA METHODE

Le principal obstacle à l'extension des méthodes HR au cas de sources à large bande provient du défilement des vecteurs sources avec la fréquence. Par défilement, nous entendons ici la propriété suivante : sauf dans le cas de sources de gisement nul, les vecteurs sources  $\underline{d}(f, \theta)$  produits par une source de gisement  $\theta$  aux différentes valeurs de  $f$  ne sont pas colinéaires. En raison du défilement, il n'est pas possible, par exemple, d'appliquer la méthode HR à une simple somme du type  $\sum \underline{R}(f)$ , la contribution des sources à la somme étant en général une matrice de rang plein. Le principe de la méthode considérée repose sur l'existence de transformations  $\underline{T}(f)$ , indépendantes du gisement  $\theta$ , et réalisant de façon approchée pour tout  $\theta$  dans  $[-\pi/2, \pi/2]$  une relation du type

$$\underline{T}(f) \underline{d}(f, \theta) \approx \underline{d}(f_0, \theta), \quad (7)$$

dans laquelle  $f_0$  est une fréquence de référence fixée dans la bande traitée, et choisie pratiquement proche de la fréquence basse de la bande. Supposant provisoirement l'existence de telles transformations, considérons la matrice

$$\underline{Q} = \sum_f \underline{T}(f) \underline{R}(f) \underline{T}^*(f). \quad (8)$$

Elle s'écrit comme la somme d'une matrice de bruit  $\underline{\lambda}_{\underline{Q}_b}$ , où

$$\underline{Q}_b = \sum_f \underline{T}(f) \underline{T}^*(f), \quad (9)$$

et d'une matrice de sources  $\underline{Q}_s$  qui, en raison des relations (4) et (7), est construite approximativement avec les vecteurs sources de la fréquence  $f_0$  :

$$\underline{Q}_s \approx \sum_{p=1}^P \xi_p \underline{d}(f_0, \theta_p) \underline{d}^*(f_0, \theta_p).$$

Ainsi, les sources produisent dans la matrice  $\underline{Q}$  un espace proche de l'espace source à la fréquence  $f_0$ . Il reste alors, pour estimer les gisements, à remplacer dans la relation (8)  $\underline{R}(f)$  par son estimée, et à appliquer la méthode HR au couple

$$\{\underline{Q}_b, \hat{\underline{Q}} = \sum_f \underline{T}(f) \hat{\underline{R}}(f) \underline{T}^*(f)\}. \quad (10)$$

Note : En remplaçant la somme par une intégrale dans la relation (8), on reconnaît une formule classique de filtrage linéaire :  $\underline{T}(f)$  peut être interprété comme le gain d'un filtre linéaire,  $\underline{Q}$  comme la covariance de sortie du filtre pour un retard nul. Ainsi, la méthode considérée revient à appliquer une technique de goniométrie HR à la covariance des données temporelles convenablement préfiltrées.

Existence des transformations  $\underline{T}(f)$  : L'existence de transformations réalisant la relation (7) provient d'une propriété classique de la transformée de Fourier (TF). Commençons par réécrire le vecteur source  $\underline{d}(f, \theta)$  en indiquant explicitement sa dépendance par rapport aux abscisses  $\{x_n\}$  :

$$\underline{d}(f, \theta) = \underline{d}(f, \theta, \{x_n\}).$$

Puis posons :

$$y(x) = e^{2i\pi x f \sin \theta}.$$

Les composantes du vecteur source sont les valeurs de la fonction  $y(x)$ , échantillonnées avec un pas unité, aux points  $\{x_n\}$ . De plus, la  $n^{\text{ième}}$  composante du vecteur ne dépend du couple  $(x_n, f)$  que par le produit  $x_n f$ , donc

$$\underline{d}(f_0, \theta) = \underline{d}(f, \theta, \{\alpha x_n\}), \quad \alpha = f_0/f.$$

Ainsi, le vecteur source à la fréquence  $f_0$  n'est autre que le vecteur source à la fréquence  $f$  observé sur les capteurs fictifs  $\{\alpha x_n\}$ , déduits des capteurs vrais  $\{x_n\}$  par une homothétie de rapport  $\alpha$ . Le problème de la détermination d'une matrice  $\underline{T}(f)$  réalisant (7) apparaît ainsi comme un problème :

. d'interpolation de la fonction  $y(x)$  si  $\alpha$  est  $\leq 1$  ;

. d'interpolation (pour les capteurs fictifs centraux) et d'extrapolation (pour les capteurs extrêmes) si  $\alpha$  est  $> 1$ .

Comme la TF de  $y(x)$  est nulle hors de  $[-f, +f]$  et que  $f$  est  $< 1/2$ , on sait que l'interpolation est possible, l'erreur commise étant de l'ordre de  $-40$  dB [3]. Ainsi, tant que  $\alpha$  reste  $\leq 1$ , c'est-à-dire tant que la fréquence de référence est choisie proche de la fréquence basse de la bande traitée, il existe des transformations indépendantes de  $\theta$  réalisant (7). La détermination effective des matrices  $\underline{T}(f)$  peut être effectuée par un critère d'erreur quadratique moyenne (estimateur EQM). On est alors conduit à minimiser

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\| \underline{T}(f) \underline{d}(f, \theta) - \underline{d}(f_0, \theta) \right\|^2 \cos \theta d\theta,$$

ce qui équivaut à minimiser

$$q = \int_{-f}^f \left\| \underline{T}(f) \underline{\delta}(v) - \underline{\delta}'(v) \right\|^2 dv, \quad (11)$$

où  $\underline{\delta}(v)$  et  $\underline{\delta}'(v)$  sont définis en (3-b) et (5-b). La solution du problème est classique, et vaut

$$\underline{T}(f) = \underline{B}(f, \alpha) \underline{A}^{-1}(f), \quad \alpha = f_0/f. \quad (12)$$

En raison du mauvais conditionnement de la matrice  $\underline{A}$ , cette solution a surtout un intérêt formel. On remplacera pratiquement  $\underline{A}^{-1}$  par sa pseudo-inverse

$$\underline{A}^{-1}(f) = \sum_{n=1}^r \frac{s_n s_n^*}{\lambda_n} \quad (13)$$

où  $s_n$  désigne la  $n^{i\text{ème}}$  suite sphéroïdale de paramètre  $(N, f)$ ,  $\lambda_n$  est la valeur propre correspondante, et l'entier  $r$  pourra être pris pratiquement égal à  $[2Nf] + 2$ .

Tracé de la réponse du goniomètre : Après focalisation des vecteurs sources à la fréquence  $f_0$ , la matrice de bruit  $\underline{Q}_b$  n'est plus colinéaire à l'identité, de sorte que la focalisation des sources corrèle le bruit. Le tracé de la réponse du goniomètre en présence de bruit corrélé est effectué habituellement en projetant l'image du vecteur source par  $\underline{Q}_b^{-1/2}$  sur les N-P plus petits vecteurs propres de la matrice blanchie  $\underline{Q}_b^{-1/2} \hat{\underline{Q}} \underline{Q}_b^{-1/2}$ . Si  $\underline{U}_b$  désigne la matrice  $N \times (N-P)$  formée par ces vecteurs, on trace ainsi la fonction

$$G(\theta) = \frac{\left| \underline{Q}_b^{-1/2} \underline{d}(f_0, \theta) \right|^2}{\left| \underline{U}_b^* \underline{Q}_b^{-1/2} \underline{d}(f_0, \theta) \right|^2} \quad (14)$$

Dans l'application présente, la matrice  $\underline{Q}_b$  a ses plus petites valeurs propres proches de zéro, et le procédé ne donne pas des résultats satisfaisants. Le mauvais conditionnement de la matrice  $\underline{Q}_b$  est résolu pratiquement par un traitement du couple  $\{\underline{Q}_b, \hat{\underline{Q}}\}$  par les  $M = [2Nf_0] + 1$  premières suites sphéroïdales de paramètre  $(N, f_0)$ . Si  $\underline{S}_M = \underline{S}_M(f_0)$  désigne la matrice (6), on forme ainsi :

$$\tilde{\underline{Q}}_b = \underline{S}_M^* \underline{Q}_b \underline{S}_M, \quad \tilde{\underline{Q}} = \underline{S}_M^* \hat{\underline{Q}} \underline{S}_M,$$

la matrice blanchie  $\tilde{\underline{Q}}_b^{-1/2} \tilde{\underline{Q}} \tilde{\underline{Q}}_b^{-1/2}$ , le tableau  $\underline{U}_b$  de ses M-P plus petits vecteurs propres, puis on applique la relation (14) en y remplaçant  $\underline{Q}_b^{-1/2}$  par  $\tilde{\underline{Q}}_b^{-1/2}$  et  $\underline{d}(f_0, \theta)$  par  $\tilde{\underline{d}}(f_0, \theta) = \underline{S}_M^* \underline{d}(f_0, \theta)$ . En raison des propriétés de parité des suites sphéroïdales, les matrices  $\tilde{\underline{Q}}_b$ ,  $\tilde{\underline{Q}}$  et le vecteur  $\tilde{\underline{d}}(f_0, \theta)$  sont réels, de sorte que le tracé de la réponse peut être effectué en arithmétique réelle.

### 3. CHOIX DE LA BANDE TRAITÉE

Dans la méthode précédente, l'accroissement de l'erreur de focalisation et l'augmentation brutale des coefficients de prédiction dès qu'on cherche à extrapoler le signal utile le long de l'axe de l'antenne obligent à choisir pratiquement la fréquence de référence  $f_0$  proche de la fréquence basse de la bande traitée. Supposons  $f_0$  égal à  $f_{\min}$ . Si pour  $f_{\max}$  fixé, nous faisons décroître  $f_{\min} = f_0$ , l'optimisation du pouvoir séparateur conduit à trouver un compromis entre deux phénomènes contradictoires :

• si  $f_{\min}$  décroît, le nombre de termes mis en jeu dans l'estimation de la matrice spectrale focalisée augmente, la matrice est mieux estimée, donc la résolution augmente ;

• si  $f_{\min}$  décroît, les vecteurs sources deviennent davantage colinéaires, il devient plus difficile de les séparer, donc la résolution diminue.

La valeur optimale de la fréquence basse peut être évaluée grossièrement en considérant le biais d'estimation du gisement observé sur la réponse moyenne du goniomètre à bande étroite à la fréquence  $f_0$ . Dans l'hypothèse d'un bruit blanc spatialement et d'une loi de Wishart non rectifiée pour la matrice spectrale, le biais sur la  $p^{i\text{ème}}$  source est donné par l'expression générale [4, p.41] :

$$\Delta\theta_p = -\frac{N-P}{K} \times \frac{1}{\rho_p \beta_p} \times \text{Re} \left[ \left( \underline{\Sigma}^{-1} + \underline{\Sigma}^{-1} \underline{p}^{-1} \underline{\Sigma}^{-1} \right) \underline{D}^* \underline{D}^{(1)} \right] (p, p) \quad (15)$$

dans laquelle :

• tous les vecteurs sources sont supposés normés à un ;

•  $K$  est le nombre de degrés de liberté de la loi de Wishart ;

•  $\rho_p$  est le rapport S/B de la  $p^{i\text{ème}}$  source,  $\underline{p}$  la matrice diagonale des rapports S/B :

$$\underline{p} = \text{diag} \{ \rho_1, \dots, \rho_p \} ;$$

•  $\beta_p$  est la norme au carré de la projection de la dérivée du  $p^{i\text{ème}}$  vecteur source sur l'espace bruit :

$$\beta_p = \left\| \underline{U}_b \underline{d}_p^{(1)} \right\|^2 ;$$

•  $\underline{D}$  est la matrice à N lignes et P colonnes des vecteurs sources normés à 1,  $\underline{D}^{(1)}$  la matrice de leurs dérivées par rapport au gisement ;

•  $\underline{\Sigma}$  est la matrice des produits scalaires des vecteurs sources

$$\underline{\Sigma} = \underline{D}^* \underline{D} .$$

Considérons le cas de deux sources proches de gisements  $\theta$  et  $\theta'$ . On a alors :

$$\underline{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{d}_{\theta}^* \underline{d}_{\theta'} \\ \underline{d}_{\theta'}^* \underline{d}_{\theta} & 1 \end{bmatrix} .$$

En raison de la forme particulière des vecteurs sources, le produit scalaire  $\underline{d}_{\theta}^* \underline{d}_{\theta}$  est réel, et vaut

$$\underline{d}_{\theta'}^* \underline{d}_{\theta} = \frac{\sin N A f_0}{N \sin A f_0} = 1 - a_2 (A f_0)^2 + a_4 (A f_0)^4 + \dots$$

avec

$$A = \pi(\sin\theta - \sin\theta')$$

$$a_2 = \frac{N^2-1}{3!}, \quad a_4 = \frac{N^4-1}{5!} - \frac{N^2-1}{(3!)^2} .$$

Les deux sources étant supposées proches, le terme prépondérant dans la relation (15) provient de la matrice  $\underline{\Sigma}^{-1} \underline{p}^{-1} \underline{\Sigma}^{-1}$ . Comme de plus  $\underline{d}_{\theta}^* \underline{d}_{\theta}^{(1)} = 0$ , le biais de la première source prend la forme

$$\Delta\theta \approx \frac{N-P}{K} \frac{1}{\rho} \left( \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} \right) \frac{1}{\beta} \frac{\underline{d}_{\theta'}^* \underline{d}_{\theta} \underline{d}_{\theta'}^* \underline{d}_{\theta}^{(1)}}{\left[ 1 - \left| \underline{d}_{\theta'}^* \underline{d}_{\theta} \right|^2 \right]^2} . \quad (16)$$

Des développements limités élémentaires amènent alors les relations :

$$\underline{d}_{\theta'}^* \underline{d}_{\theta}^{(1)} \approx -2 a_2 \pi A \cos\theta f_0^2 ,$$

$$\left[ 1 - \left| \underline{d}_{\theta'}^* \underline{d}_{\theta}^{(1)} \right|^2 \right]^2 \approx 4 a_2^2 (A f_0)^4 ,$$

$$\beta \approx \pi^2 \cos^2\theta (6a_4 - a_2^2) A^2 f_0^4 .$$

En portant ces expressions dans (16), on obtient :

$$\Delta\theta = -\frac{N-P}{2K} \times \frac{1}{\rho} \times \left( \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} \right) \times \frac{1}{f_0^6} \times \frac{1}{\pi^6 a_2 (6a_4 - a_2^2) \cos\theta (\sin\theta - \sin\theta')^5} \quad (17)$$

qui montre que  $K \Delta\theta$  varie comme  $1/f_0^6$ .

Dans l'application présente, le nombre  $K$  varie linéairement avec  $f_0$ , suivant une relation du type

$$K = C (f_{\max} - f_0) ,$$

où  $C$  est une constante. Il s'ensuit que la loi de variation du biais  $\Delta\theta$  est de la forme



$$\Delta\theta = \frac{C'}{(f_{\max} - f_0)f_0^6}, \quad C' = C \frac{te}{f_0}$$

de sorte que le biais est minimum pour

$$f_0 = \frac{6}{7} f_{\max}$$

Pour  $f_{\max} = 0.44$ , on obtient  $f_0 = 0.377$ , la bande optimale est proche du tiers supérieur de l'octave [0.22,0.44].

**Remarque** : On obtient la même conclusion en raisonnant sur la variance. Celle-ci est donnée en effet par l'expression générale [4, p. 33]

$$\text{var } \hat{\theta}_p = \frac{1}{2K} \frac{1}{\beta_p} \frac{1}{\rho_p} \left[ 1 + \frac{1}{\rho_p} \Sigma^{-1}(p,p) \right]$$

qui devient dans le cas de deux sources proches :

$$\text{var } \hat{\theta} \approx \frac{1}{4K} \times \frac{1}{\rho} \times \frac{1}{f_0^6} \times \frac{1}{\pi^6 a_2 (6a_4 - a_2^2) \cos^2\theta (\sin\theta - \sin\theta')^4} \quad (18)$$

Comme les deux membres des relations (17) et (18) varient tous deux comme  $1/f_0^6$ , la conclusion reste inchangée.

**4. EXTENSION AU CAS D'UNE ANALYSE PAR SECTEURS**

La méthode précédente s'étend aisément au cas d'une analyse par secteurs. Considérons par exemple le secteur angulaire d'angle au centre  $\theta_0$

$$| \sin\theta - \sin\theta_0 | \leq \varepsilon$$

A la fréquence  $f$ , il lui correspond l'intervalle des fréquences spatiales centré sur  $v_0 = f \sin\theta_0$  :

$$J = [v_0 - f\varepsilon, v_0 + f\varepsilon]$$

Pour interpoler à la fréquence  $f$  les sources du secteur, il suffit de minimiser la fonction (11) en y remplaçant l'intervalle d'intégration  $[-f,+f]$  par l'intervalle  $J$ . La solution du problème vaut :

$$\underline{T}(f) = \underline{A}_0 \underline{B}(f\varepsilon, \alpha) \underline{A}^{-1}(f\varepsilon) \underline{\Delta}^*$$

où  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  sont les matrices (5-c) et (5-d), et où  $\underline{\Delta}$  et  $\underline{A}_0$  désignent les matrices diagonales de déphasages

$$\underline{\Delta} = \underline{\Delta}(f) = \text{diag} \left\{ e^{2i\pi x_n f \sin\theta_0} \right\}$$

$$\underline{A}_0 = \underline{\Delta}(f_0)$$

Comme dans le cas d'une interpolation panoramique, la matrice  $\underline{A}^{-1}$  est calculée par pseudo-inverse, les vecteurs propres mis en jeu étant maintenant les  $[2Nf\varepsilon] + 2$  premières suites sphéroïdales de paramètre  $(N, f\varepsilon)$ . Après focalisation, les matrices  $\underline{Q}_0$  et  $\underline{Q}$  sont rectifiées, puis ramenées à des sous-matrices de taille  $M < N$  par un traitement à l'aide des  $M$  premières suites sphéroïdales de paramètre  $(N, f_0\varepsilon)$ . On prend maintenant  $M = [2Nf_0\varepsilon] - 1$ , afin de filtrer spatialement les sources hors du secteur considéré.

Les Figures 1 et 2 comparent le procédé précédent à la méthode algébrique développée récemment [5]. L'antenne comprend 32 capteurs, la bande traitée est la bande [0.37,0.44] analysée au pas de  $\Delta f = 0.005$ . Pour chacun de 15 bins de la bande, les matrices spectrales sont estimées selon une loi de Wishart à 40 degrés de liberté, puis rectifiées. Les matrices focalisées sont également rectifiées. Il y a 9 sources, réparties en 4 doublets et une source isolée. Les couples (gisement, puissance) valent respectivement  $(-45^\circ, -20\text{dB})$ ,  $(-40^\circ, -5\text{dB})$ ,  $(-9^\circ, -5\text{dB})$ ,  $(-7^\circ, -15\text{dB})$ ,  $(0^\circ, -15\text{dB})$ ,  $(2^\circ, -10\text{dB})$ ,  $(33^\circ, -5\text{dB})$ ,  $(35^\circ, -15\text{dB})$ ,  $(45^\circ, 0\text{dB})$ . On sait que la méthode algébrique nécessite la donnée préalable de gisements estimés. Dans le cas

des doublets, on a considéré que les estimées sont égales aux gisements des sources les plus puissantes. Dans notre méthode, on a pris trois secteurs :  $[-90, -20]$ ,  $[-20, 20]$ ,  $[20, 90]$ . Les figures présentent les traces obtenues en seillant les maxima sur 100 épreuves successives. On voit que les deux méthodes fournissent des résultats équivalents.

**Conclusion** : Cette étude a démontré la possibilité concrète d'effectuer la localisation HR de sources à large bande en effectuant la décomposition par vecteurs propres d'une matrice spectrale synthétique reconstruite par une simple technique d'interpolation. On s'est limité précédemment au cas d'une antenne linéaire uniforme légèrement suréchantillonnée spatialement. En appliquant systématiquement l'analyse par secteurs, la méthode peut toutefois s'étendre au cas d'une antenne linéaire sous-échantillonnée spatialement, ou même d'une antenne de géométrie quelconque. On obtient ainsi un procédé qui s'applique dans les mêmes conditions que la méthode algébrique [5], tout en restant beaucoup plus simple à mettre en œuvre puisqu'il ne nécessite pas la donnée d'informations a priori sur la direction des sources que l'on souhaite localiser.

**REFERENCES**

- [1] P. FUERXER, "Haute Résolution et Large Bande", note technique DRET, juillet 1985.
- [2] D. SLEPIAN, BSTJ, vol. 57, n° 5, 1978, pp. 1371-1429.
- [3] D.R. MORGAN, A. ARIDGIDES, IEEE Trans., vol. ASSP-35, n° 1, 1987, pp. 43-47.
- [4] P. FORSTER, thèse de l'université de Rennes 1, 1988.
- [5] H. HUNG, M. KAVEH, IEEE Trans., vol. ASSP-36, n° 8, 1988, pp. 1272-1281.

Fig.1:interpolation par secteurs

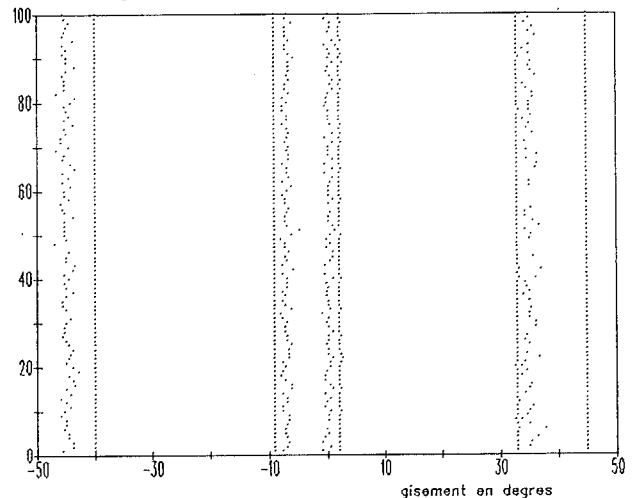


Fig.2:methode algebrique

