LOCALISATION DE SOURCES LARGE BANDE PAR DES METHODES TEMPORELLES

Y. GRENIER **PH. LOUBATON**

Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications
46 rue Barrault. 75634 Paris CEDEX 13

RESUME.

Les méthodes temporelles de localisation large bande reposent sur l'emploi de modélisations raisonnables du processus de génération des données. Dans cet article, nous mettons en évidence les liens existant entre deux méthodes qui correspondent à des façons différentes d'approximer les retards sur les signaux sources. Dans le premier modèle, l'effet des retards est assimilé à celui de filtres de fonction de transfert rationnelle; dans ce cas, nous montrons que le sous-espace bruit $B(f)$ de la matrice interspectrale est engendré par des polynômes correspondant à des vecteurs du sous-espace bruit de la matrice de covariance spatio-temporelle. Dans le deuxième modèle qui provient d'analogies avec la modélisation des signaux non stationnaires, les vecteurs de $B(f)$ sont supposés posséder un développement d'ordre fini dans une base de fonctions. Nous établissons que si les fonctions de la base sont orthogonales, les coefficients du développement d'un vecteur de $B(f)$ correspondent à un vecteur du sous-espace bruit de la matrice de covariance d'un ensemble de signaux obtenus à partir des signaux capteurs par préfiltrage de sorte que les deux méthodes relèvent de la même problématique.

SUMMARY.

Broadband source location methods in the time domain are based on models of the received signals. In this paper, we show the connexions between two methods corresponding to different ways of approximating the time delay effects on the source signals. In the first model, the time delays are approximated by digital filters with rational transfer function; in this case, we establish that the noise subspace $B(f)$ of the spectral density matrix is generated by polynomials vectors the coefficients of which correspond to elements of the noise subspace of the spatio-temporal covariance matrix. In the second model that we borrow from the non-stationary signal domain, the vectors of $B(f)$ are supposed to have a finite order expansion with respect to a basis of functions. When the basis is orthogonal, we show that the coefficients of the expansion of$B(f)$ correspond to elements of the noise subspace of a covariance matrix obtained by filtering the sensors outputs .Consequently, the two methods are strongly connected.

INTRODUCTION.

Le problème de la localisation de sources large bande par l'intermédiaire d'un réseau linéaire de capteurs équidistants se pose dans de nombreuses applications (sonar, sismique, échographie..). La majorité des méthodes proposées consiste à se ramener au cas de sources bande étroite en estimant à diverses fréquences la matrice interspectrale du signal prélevé et à y appliquer des méthodes d'estimation spectrale haute résolution 1-D; les informations obtenues à chaque fréquence doivent être alors fusionnées afin de dériver des estimateurs du nombre de sources et de leur direction d'arrivée ([14], [13]).

Les méthodes temporelles de localisation, plus récemment introduites, présentent comme avantages d'intégrer implicitement les informations disponibles à chaque fréquence et de pouvoir fonctionner sur des signaux de durée brève. Compte tenu du fait qu'il n'existe pas de relation simple entre la fonction d'autocorrélation du signal temporel vectoriel prélevé sur le réseau de capteurs et les paramètres directionnels des sources, ces méthodes nécessitent l'emploi de diverses modélisations. Dans [10], [11] et [12], les sources sont supposées être à spectre rationnel et l'effet des retards sur chacune d'entre elles est assimilé à l'action d'un filtre numérique de fonction de transfert rationnel. Fuchs ([4]) propose de modéliser les sources par des processus ARMA à temps continu ce qui a pour avantage de pouvoir traduire de façon exacte l'effet des retards. Enfin, Buckley et Griffiths ([2]), reprenant des ideés de Coker et Ferrara ([3]), s'intéressent au cas où les sources sont des bruits blancs à bande limitée; la matrice de covariance spatio-temporelle est alors numériquement dégénérée et son sous-espace source est engendré par des vecteurs directionnels obtenus grace à un développement de Karhunen-Loeve tronqué des sources considérées.

Dans tous ces travaux, les sources sont modélisées et l'estimation de leurs paramètres directionnels doit être couplée avec celle de leurs paramètres spectraux, de sorte qu'il est naturel de penser qu'il en résulte une perte de robustesse. Dans [8], on se contente d'assimiler l'effet des retards avec celui de l'action d'un filtre passe-tout de fonction de transfert rationnelle; dans ce cas, la matrice de projection sur le sous-espace bruit de la matrice interspectrale est, en tant que fonction de la fréquence, rationnelle et ses coefficients peuvent être identifiés grâce au sous-espace bruit de la matrice de covariance spatio-temporelle. On en déduit immédiatement une fonction de localisation 2-D censée représenter l'énergie à chaque fréquence et dans chaque direction d'arrivée ([9]). Ces résultats sont similaires à ceux obtenus par Bienvenu ([1]) dans un cadre différent. Dans [6], les coefficients $a_k(f)$ du modèle AR spatial associé à la matrice interspectrale du signal prélevé sont supposés posséder, en tant que fonction de la fréquence, un développement d'ordre fini dans une base de fonctions fixée; une telle hypothèse revient également à ne modéliser que l'effet des retards mais d'une façon qui dépend de la base choisie. En interprétant les fonctions de la base utilisée comme des fonctions de transfert de filtre, les coefficients des fonctions $a_k(f)$ sont estimés dans le domaine temporel ([7]) et une fonction de localisation 2-D peut être calculée.

Le but de cet article est de mettre en évidence les connexions entre ces deux approches. Après avoir énoncé les hypothèses, nous reformulons les résultats de [8] et [9] dans la première partie. Dans la deuxième partie, nous montrons comment l'approche de [7] peut s'étendre aux méthodes de type MUSIC en développant les vecteurs du sous-espace bruit $\mathcal{B}(f)$ de la matrice interspectrale à la fréquence f dans une base de fonctions orthogonales. Les coefficients du développement correspondant définissent alors un vecteur appartenant au sous-espace bruit de la matrice de covariance instantanée d'un ensemble de signaux obtenus à partir des signaux capteurs par préfiltrage. Lorsque la base de fonctions se réduit à celle des exponentielles complexes, la matrice de covariance précédemment introduite n'est autre que la matrice de covariance spatio-temporelle et les deux méthodes que nous proposons coïncident. Par conséquent, la seconde approche peut être vue comme une généralisation de la première obtenue en remplaçant des retards purs par des filtres dont les fonctions de transfert sont des fonctions orthogonales.

HYPOTHESES.

Dans ce travail, on considère un réseau linéaire de capteurs équidistants numérotés de 0 à N, qui reçoit P sources large bande à front d'onde plan. Les enveloppes complexes $(s_k(t))_{k=1,P}$ des contributions des P sources sur le capteur numéro 0 sont supposées être des signaux stationnaires non corrélés entre eux dont les densités spectrales $(S_k(f))_{k=1,P}$ sont limitées à l'intervalle [-1/2,1/2] afin de pouvoir choisir une fréquence d'échantillonnage égale à 1. L'enveloppe complexe $y_{m,n}$ du signal prélevé à l'instant m derrière le capteur numéro n est alors un processus stationnaire 2-D qui s'écrit sous la forme

$$(1) \qquad y_{m,n} = \sum_{k=1}^{P} s_k(m+n\tau_k) + w_{m,n}$$

où les $(\tau_k)_{k=1,P}$ sont les retards caractérisant les directions d'arrivée des sources et où w est un bruit blanc, temporellement et spatialement de variance σ^2 (i.e $E(w_{m+k,n+l}w^*_{k,l}) = \sigma^2 \delta_{m,n}$).

Les $(\tau_k)_{k=1,P}$ sont classiquement estimés en exploitant le fait que le sous-espace source de la matrice de densité spectrale $S_Y(f)$ du vecteur $Y(m) = (y_{m,0},\ldots, y_{m,N})^T$ est engendré par les vecteurs directionnels $E_N(e^{2i\pi f\tau_k})$ pour k = 1,P où on pose $E_N(z) = (1, z,\ldots,z^N)^T$

Les méthodes temporelles par contre opèrent directement sur la fonction d'autocorrélation $R_Y(m) = E(Y_{m+k}Y^*_k)$ du processus vectoriel Y ou de façon équivalente sur la fonction d'autocorrélation $R_y(m,n) = E(y_{m+k,n+l}y^*_{k,l})$ du processus stationnaire 2-D y. Cependant, il n'y a pas de relation simple entre les $(\tau_k)_{k=1,P}$ et les valeurs prises par R_y lorsque y est donné par (1); par conséquent, la dérivation de techniques d'identification des τ_k à partir de R_y nécessite l'emploi de modèles raisonnables du processus de génération de y.

I. MODELISATION RATIONNELLE DE L'EFFET DES RETARDS.

Notre première modélisation consiste à assimiler l'effet des retards τ_k sur les signaux s_k à celui de filtres de fonction de transfert rationnelle $d_k(z)$; dans ce cas, le sous-espace source $\mathcal{S}(f)$ et le sous-espace bruit $\mathcal{B}(f)$ de $S_Y(f)$ sont de type rationnel en ce sens qu'il existe des vecteurs $(U_k(z))_{k=1,P}$ et $(V_k(z))_{k=1,N+1-P}$ dont les composantes sont des fractions rationnelles et qui vérifient $\mathcal{S}(f) = \mathrm{sp}\,\{U_k(e^{2i\pi f}) \,/\, k=1,P\}$ et $\mathcal{B}(f) = \mathrm{sp}\,\{V_k(e^{2i\pi f}) \,/\, k=1,N+1-P\}$ où la notation sp signifie "espace engendré par". Le sous-espace source et le sous-espace bruit de $S_Y(f)$ sont donc décrits de façon paramétrique par les coefficients de vecteurs rationnels qui les engendrent. Notre approche consiste à identifier dans le domaine temporel les paramètres définissant une base du sous-espace bruit constituée de vecteurs à composantes polynomiales; cette procédure d'identification est ici particulièrement simple car il existe une correspondance biunivoque entre l'ensemble des vecteurs $V(z) = (v_0(z),\ldots,v_N(z))^T$ dont les composantes sont des polynômes de degré au plus M tels que $V(e^{2i\pi f})$ appartient à $\mathcal{B}(f)$ $\forall f$, et les vecteurs propres associés à la plus petite valeur propre de la matrice de covariance du vecteur aléatoire $Y_M(m)$ défini par

$$(2) \qquad Y_M(m) = (y_{m,0},\ldots, y_{m-M,0},\ldots, y_{m,N},\ldots, y_{m-M,N})^T.$$

On peut alors calculer une fonction de localisation de l'énergie à une fréquence f et à un angle d'arrivée donné en utilisant l'orthogonalité approximative de $\mathcal{B}(f)$ avec les vecteurs directionnels $E_N(e^{2i\pi f\tau_k})$ pour k = 1,P qui correspondent au mode de génération exact de y.

Modéliser l'effet des retards par l'action des filtres de fonction de transfert $d_k(z)$ revient à remplacer l'équation d'observation (1) par

$$(3) \qquad y_{m,n} = \sum_{k=1}^{P} [d_k(z)]^n s_k(m) + w_{m,n}$$

où d'une façon générale on désigne par [H(z)] s(m) la valeur à l'instant m de la sortie du filtre de fonction de transfert H(z) excité par s(m). En posant $D_k(z) = (1, d_k(z), \ldots, d_k^N(z))^T$, et $D(z) = (D_1(z),\ldots, D_P(z))$, (3) peut s'écrire sous la forme plus compacte suivante

$$(4) \qquad Y(m) = [D(z)]\, S(m) + W(m)$$

avec $S(m) = (s_1(m),\ldots, s_P(m))^T$ et $W(m) = (w_{m,0},\ldots,w_{m,N})^T$. Pour que le modèle de génération (3) conserve la stationnarité spatiale, il est nécessaire et suffisant que les signaux $[d_k(z)]^n s_k(m)$ et $[d_k(z)]^{n'} s_k(m)$ aient les même densités spectrales pour n et n' compris entre 0 et N, ce qui a lieu si et seulement si $|d_k(e^{2i\pi f})| = 1$ $\forall f$. Nous imposerons donc aux filtres $d_k(z)$ d'être des filtres passe-tout.

Les propriétés algébriques de la matrice de covariance R_M du vecteur aléatoire $Y_M(m)$, étudiées dans [8], jouent un rôle important dans la suite. Compte tenu du fait que le bruit est blanc temporellement et spatialement, sa contribution à R_M est égale à $\sigma^2 I$ où I désigne la matrice identité. Nous désignerons donc par sous-espace bruit (noté $\mathcal{B}_M$) de la matrice R_M l'espace propre associé à la valeur propre σ^2; le sous-espace source $\mathcal{S}_M$ est bien entendu défini comme l'orthogonal de $\mathcal{B}_M$. Nous allons à présent mettre en évidence les vecteurs de $\mathcal{B}_M$ et établir le lien entre $\mathcal{B}_M$ et $\mathcal{B}(f)$. Nous supposerons pour simplifier que les densités spectrales des sources $S_k(f)$ sont strictement positives dans un intervalle ce qui revient concrètement à supposer qu'il n'y a pas de source sinusoïdale; le cas général est traité dans [8].

Soit $U = (u_{0,0},\ldots, u_{M,0},\ldots, u_{0,N},\ldots, u_{M,N})^T$; alors, U appartient à $\mathcal{B}_M$ ssi

$$(5) \quad E|U^* Y_M(m)|^2 = \sigma^2 U^* U.$$

Mais, en posant $U_k = (u_{k,0},\ldots, u_{k,N})^T$, et $U(z) = \sum_{k=0}^{M} U_k z^k$, on a

$$(6) \quad E|U^* Y_M(m)|^2 = \int_{-1/2}^{1/2} U^*(e^{2i\pi f})\, S_Y(f)\, U(e^{2i\pi f})\, df$$

de sorte que (5) équivaut à

$$(7) \quad \int_{-1/2}^{1/2} \sum_{k=1}^{P} S_k(f) U^*(e^{2i\pi f})\, D_k(e^{2i\pi f}) D_k^*(e^{2i\pi f}) U(e^{2i\pi f})\, df = 0$$

c'est-à-dire au fait que $U(e^{2i\pi f})$ appartient à $\mathcal{B}(f)$. Autrement dit, U appartient à $\mathcal{B}_M$ ssi $U(e^{2i\pi f})$ appartient à $\mathcal{B}(f)$ $\forall f$. Mais ceci a lieu ssi $D_k^*(e^{2i\pi f})U(e^{2i\pi f}) = 0$ pour tout f appartenant au support de $S_k(f)$ pour tout k; compte tenu du caractère rationnel de $D_k^*(e^{2i\pi f})U(e^{2i\pi f})$ et du fait que $S_k(f)$ est strictement positive dans un intervalle, ceci implique que $D_k^*(e^{2i\pi f})U(e^{2i\pi f}) = 0$ $\forall f$ et pour tout k. Si on pose

$$u(z,w) = \sum_{k,l=0}^{M,N} u_{k,l}\, z^k w^l ,$$

ceci s'écrit sous la forme

$$(8) \quad u(e^{2i\pi f}, d_k^*(e^{2i\pi f})) = 0 \quad \forall f.$$

Soient $b_k(z)$ et $c_k(z)$ les polynômes premiers entre eux définis par $d_k(z) = b_k(z)/c_k(z)$; compte tenu du fait que $|d_k(e^{2i\pi f})| = 1$, $d_k^*(e^{2i\pi f}) = 1/d_k(e^{2i\pi f})$ et il est établi dans [9] que (8) a lieu ssi u(z,w) est un multiple du polynôme a(z,w) défini par:

$$a(z,w) = \prod_{k=1}^{P} (\, b_k(z)w - c_k(z)).$$

En désignant par K le degré par rapport à z de a, il résulte de ce qui précède que $\mathcal{B}_M \neq \{0\}$ ssi $M \geq K$ et $N \geq P$, et que la dimension de $\mathcal{B}_M$ est égale à $(M+1-K)(N+1-P)$.

Ces résultats, quand ils sont interprétés en terme d'estimation spectrale 2-D apparaissent comme une généralisation de ceux que l'on obtient en analysant les propriétés des matrices de covariance de signaux 1-D constitués de sinusoïdes bruitées. Enfin, il est intéressant de noter que l'on peut utiliser ce qui précède pour mettre en évidence la forme du sous-espace source $\mathcal{S}_M$; en effet, en conjuguant (8) et en étendant l'égalité qui en résulte du cercle unité au plan complexe, on voit que $U \in \mathcal{S}_M$ ssi U est orthogonal aux vecteurs $E_M(z^{-1}) \otimes D_k(z)$ quand z décrit $\mathbb{C} - \{0\}$ et quand k=1,P. Par conséquent,

$$(9) \quad \mathcal{S}_M = \mathrm{sp}\{E_M(z^{-1}) \otimes D_k(z) \,/\, z \neq 0, k=1,P\}.$$

Il convient à présent de montrer comment ces résultats peuvent être utilisés en pratique. Tout d'abord, il faut être conscient du fait que le calcul de la dimension de $\mathcal{B}_M$ ne correspond pas toujours à la réalité; en effet, il peut apparaitre des dégénérescences numériques dues à des signaux s_k à bande étroite, donc presque parfaitement prédictibles sur un horizon temporel d'ordre M, et qui vont s'ajouter à l'effet du nombre de capteurs pour augmenter la dimension de $\mathcal{B}_M$ ([3], [2]). Il ne faut donc pas espérer se fier à un test sur les valeurs propres de R_M pour détecter le nombre de sources; pour ceci, il sera nécessaire d'exploiter les valeurs prises par une fonction de localisation. On peut donc procéder comme suit:

M étant supposé fixé, on estime la matrice R_M à partir des observations; on diagonalise l'estimée $\hat{R}_M$ et par un test sur ses valeurs propres ([15]), on estime le sous espace bruit. L'expression (9) suggère alors de calculer des fonctions de localisation de l'énergie à une fréquence f et dans une direction d'arrivée correspondant au retard τ de la même façon que dans le cadre des traitements bande étroite, mais en utilisant comme vecteur directionnel générique $E_M(e^{-2i\pi f}) \otimes E_N(e^{2i\pi f\tau})$; la fonction de localisation correspondant à la méthode MUSIC s'écrit alors

$$L_1(f,\tau) = \| E_M(e^{-2i\pi f}) \otimes E_N(e^{2i\pi f\tau}) \,/\, \hat{\mathcal{B}}_M \|^{-2}$$

tandis que celle qui correspondrait au vecteur de norme minimale a de $\hat{\mathcal{B}}_M$ est donnée par

$$L_2(f,\tau) = |\, a^* \,(E_M(e^{-2i\pi f}) \otimes E_N(e^{2i\pi f\tau}))|^{-2}.$$

Cette dernière expression est similaire à celle que l'on obtiendrait en modélisant le processus y par un modèle AR 2-D, à ceci près que le vecteur de prédiction a appartient au sous-espace bruit.

II DEVELOPPEMENT DES VECTEURS DE $\mathcal{B}(f)$ DANS UNE BASE DE FONCTIONS.

La seconde modélisation que nous considérons ici provient d'analogies mises en évidence dans [6] entre le problème de la localisation large bande et la modélisation des signaux non stationnaires par des modèles paramétriques à coefficients variables ([5]).

L'estimation du spectre spatio-temporel du signal reçu y peut en effet être abordé comme un problème d'identification de modèle AR dont les coefficients $(a_n(f))_{n=1,N}$ dépendent de la fréquence. Dans le cadre d'une généralisation des méthodes présentées dans [5], il est proposé dans [6] de chercher les $(a_n(f))_{n=1,N}$ sous la forme

$$(10) \quad a_n(f) = \sum_{k=0}^{M} a_{k,n}\, g_k(e^{2i\pi f})$$

où les fonctions g_k sont fixées à l'avance. Les coefficients $(a_{k,n})$ peuvent alors être déterminés dans le domaine temporel ([7]) en minimisant un critère quadratique mettant en jeu la matrice de covariance R_g du vecteur aléatoire $Y_g(m)$ défini par

$$Y_g(m) = ([g_0^*(z)]y_{m,0},..,[g_M^*(z)]y_{m,0},..[g_0^*(z)]y_{m,N},..,[g_M^*(z)]y_{m,N})^T$$

où $g_k^*(z)$ désigne la fonction de transfert du filtre défini par $g_k^*(e^{2i\pi f}) = (g_k(e^{2i\pi f}))^*$.

Nous allons montrer que cette problématique peut être étendue aux méthodes de type MUSIC à condition de choisir des fonctions g_k vérifiant

$$(11) \qquad \int_{-1/2}^{1/2} g_k(e^{2i\pi f})\,(g_l(e^{2i\pi f}))^*\,df = \delta_{k,l}\,.$$

Nous supposerons à partir de maintenant que les fonctions g_k vérifient (11) et que tout vecteur $V(e^{2i\pi f})$ du sous-espace bruit $B(f)$ de $S_Y(f)$ se développe sous la forme

$$(12) \quad V(e^{2i\pi f}) = \sum_{k=0}^{M} V_k\, g_k(e^{2i\pi f}).$$

Il convient de remarquer que ce qui précède apparait comme un cas particulier de la situation considérée maintenant obtenu en posant $g_k(z) = z^k$. Dans ces conditions, il suffit d'adapter la démarche utilisée dans la partie I pour mettre en évidence des résultats tout à fait similaires, exception faite de la mise en évidence de la dimension du sous-espace bruit de R_g.

Tout d'abord, il existe une correspondance biunivoque entre les vecteurs de $B(f)$ et le sous-espace bruit de la matrice R_g.En effet, un vecteur $V(e^{2i\pi f})$ donné par (12) appartient à $B(f)$ pour tout f ssi

$$(13) \quad V(e^{2i\pi f})^*\,(S_Y(f) - \sigma^2 I)\,V(e^{2i\pi f}) = 0 \;\; \forall f.$$

Mais compte tenu de la forme de $V(e^{2i\pi f})$, le membre de gauche de cette égalité coïncide avec la densité spectrale du signal x dont la valeur à l'instant m est donnée par

$$(14) \quad x_m = \sum_{k=0}^{M} V_k^*\,[g_k^*(z)](Y(m) - W(m)).$$

Par conséquent, si on pose $V_k = (v_{k,0},....., v_{k,N})^T$, $V(e^{2i\pi f})$ appartient à $B(f)$ ssi

$$(15) \quad \sum_{k,l=0}^{M,N} v_{k,l}^*\,[g_k^*(z)]y_{m,l} = \sum_{k,l=0}^{M,N} v_{k,l}^*\,[g_k^*(z)]w_{m,l}$$

ce qui s'écrit de façon plus compacte sous la forme

$$(16) \quad V^*\,Y_g(m) = V^*\,W_g(m)$$

où $W_g(m)$ est défini de la même façon que $Y_g(m)$ et où V est le vecteur $(v_{0,0},..., v_{M,0},...,v_{0,N},..., v_{M,N})^T$. En vertu de l'orthogonalité des fonctions g_k, $E(W_g(m)W_g^*(m)) = \sigma^2 I$ de sorte que comme dans le cas de la matrice de covariance spatio-temporelle, la contribution du bruit à la matrice R_g se réduit à $\sigma^2 I$; on peut donc définir le sous-espace bruit B_g de R_g comme le sous-espace propre associé à σ^2 et son sous-espace source S_g comme l'orthogonal de B_g. Alors, d'après (16), il est clair que $V(e^{2i\pi f})$ appartient à $B(f)$ si et seulement si V appartient à B_g.

En supposant que l'hypothèse que tout vecteur de $B(f)$ se développe sous la forme (12) soit équivalente à modéliser les vecteurs directionnels $E_N(e^{2i\pi f\tau_j})$ j=1,P par des vecteurs $D_j^g(e^{2i\pi f})$, on peut montrer comme dans la section I que le sous-espace source S_g est donné par

$$(17) \quad S_g = sp\{g^*(e^{2i\pi f}) \otimes D_j^g\,(e^{2i\pi f}) \,/\, j = 1,P,\; f\in [-1/2, 1/2]\}$$

où on pose $g^*(e^{2i\pi f}) = (g_0^*(e^{2i\pi f}),......,g_M^*(e^{2i\pi f}))^T$.

La mise en oeuvre pratique de ces résultats est analogue à celle de la section I à ceci près qu'il convient de former le vecteur aléatoire $Y_g(m)$ en faisant agir les filtres de fonction de transfert $(g_k^*(z))_{k=0,M}$ sur chacun des signaux capteurs. Ensuite, on estime R_g , son sous-espace bruit et les fonctions de localisation 2-D sont obtenues à partir de celles de la section précédente en remplaçant le vecteur directionnel $E_M(e^{-2i\pi f})\otimes E_N(e^{2i\pi f\tau})$ par le vecteur $g^*(e^{2i\pi f})\otimes E_N(e^{2i\pi f\tau})$.

REFERENCES.

[1] G.Bienvenu, "Propriétés hautes résolutions de la matrice de corrélation spatiale", *9ième Colloque GRETSI*, pp. 239-245, Nice, 1983.

[2] K.M.Buckley, L.J. Griffiths, "Eigenstructure based broadband source location", *Proc. of ICASSP'86*, pp. 35.14.1-35.14.4, Tokyo, 1986.

[3] M.Coker, E.Ferrara, "A new method for multiple source location", *Proc. of ICASSP '82*, pp. 411-415, Paris, 1982.

[4] J.J.Fuchs, "State-space modeling and estimation of time difference of arrival", *IEEE Trans on ASSP*, vol 34, n°2, pp. 232-244, 1986.

[5] Y.Grenier, "Time-dependent ARMA modeling of non-stationary signals", *IEEE Trans on ASSP*, vol 31, n°4, pp. 899-911, 1983.

[6] Y.Grenier, "Broadband source location using frequency-dependent models", *4th ASSP Workshop on Spectral Estimation and Modeling*, pp. 13-16, 1988.

[7] Y.Grenier, "Wideband source location in the time domain", *22nd Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computer*, 1988.

[8] Ph.Loubaton, "A 2-D spectral estimation approach for source detection in array processing", *Proc. of Eusipco '88*, pp. 63-66, 1988.

[9] Ph.Loubaton, "Prévision et Représentation Markovienne des Processus Stationnaires Vectoriels sur Z^2. Utilisation de techniques d'estimation spectrale 2-D en traitement d'antenne", *Thèse de Doctorat ENST*, Juillet 1988.

[10] B.Porat, B.Friedlander, "Estimation of spatial and spectral parameters of multiple sources", *IEEE Trans on IT*, vol. IT-29, pp. 412-425, 1983.

[11] M.Sidahmed, "Les Modèles ARMA Multivariables: Une Approche Temporelle pour le Traitement d'Antenne", *Thèse de Doctorat ENST*, 1984.

[12] G.Su, M.Morf, "Modal decomposition signal subspace algorithms", *Proc. of ICASSP '83*, pp. 340-343, 1983.

[13] H.Wang, M.Kaveh, "Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources", *IEEE Trans on ASSP*, vol. 33, n°4, pp. 823-831, 1985.

[14] M.Wax, T.Shan, T.Kailath, "Spatio-temporal analysis by eigenstructure methods", *IEEE Trans. on ASSP*, vol.32, n°4, pp.817-827, 1984.

[15] M.Wax, T.Kailath, "Detection of signals by information theoretic criteria", *IEEE Trans. on ASSP*, vol.33, n°2, pp. 387-392,