METHODES D'ESTIMATION SPECTRALE 2D POUR LE TRAITEMENT D'ANTENNE BANDE ETROITE

Ph.LOUBATON **J.P.DELMAS** *

TELECOM Paris 46 rue Barrault 75634 Paris Cédex 16
Institut National Des Telecommunications 9 rue Charles Fourier 91011 Evry *

RESUME: Deux méthodes d'estimation spectrale haute résolution 2D adaptées au problème de l' imagerie de sources bandes étroites non sinusoidales en traitement d'antenne sont presentées dans cet article.La première basée sur les propriétes algébriques de la matrice de covariance spatio-temporelle est une extention 2D de la méthode du goniomètre.La deuxième: généralisation de la méthode TAM intoduite par Kung exploite la propriété que toute factorisation minimale de la matrice de covariance spatio-temporelle en l'absence de bruit coincide avec la matrice d'observabilité d'un systène linéaire 2D réalisable par un modèle d'Attasi.Des résultats de simulations comparent les performances de l'extension 2D du goniomètre à celles obtenues en exploitant la matrice de covariance spatiale et la matrice interspectrale.

SUMMARY: This paper treats two high resolution 2D spectral analysis methods fitted to frequency and bearing estimates of non sinusoidal narrowband signals in array processing.The first is a 2D extension of the " goniomètre" method based on the algebraic properties of the spatio-temporal covariance matrix. The second is a generalisation of the TAM method introduced by Kung.It exploits the property that every minimal factorisation of the noise free spatio-temporal covariance matrix coincides with the observability matrix of 2D linear system realised by an Attasi model.Computer simulations are presented which compare the performances of the "goniomètre" 2D extension with the spatial covariance and interspectral matrix high resolution methods.

INTRODUCTION:

Le problème de la surveillance de canaux radio-électriques à bande étroite se pose dans de nombreuses applications liées au domaine des radiocommunications et du radar. Dans ce cadre,il est utile de pouvoir disposer d'un réseau de capteurs,que nous considèrons toujours linéaire à capteurs équidistants pour pouvoir détecter et localiser les sources présentes dans la bande d'analyse.Ce problème de traitement d'antenne bien spécifique apparaît au prime abord particulièrement simple dans la mesure où,compte tenu du caractère bande étroite du canal analysé le déphasage d'un capteur à l'autre apparaissant sur chaque signal source caractérise sa direction d'arrivée et ne dépend pas de la fréquence.Dans ces conditions,la struture de la matrice de covariance spatiale du signal reçu par le réseau de capteurs fait apparaître en présence de bruit temporellement et spatialement blanc un sous espace bruit et un sous espace source dès que le nombre de capteurs est supérieur au nombre de sources,la mise en évidence de ces sous espaces permet alors de détecter et de localiser les sources par le biais de méthodes diverses,goniomètre [15],[4],vecteur de norme minimale [9] ou TAM [10]...Cependant la matrice de covariance spatiale ne dépend des densités spectrales des souces que par l'intermédiaire de leur puissance;on peut donc raisonnablement penser que cette statistique est"trop peu exhaustive" et qu'il est préférable d'utiliser des quantités qui dépendent de la fontion d'autocorrélation de chaque source.Les méthodes de localisation qui reposent sur une estimation préalable du spectre spatio-temporel du signal reçu utilisent nécessairement ce type de statistiques;il est donc légitime de penser qu'elles permettent d'améliorer les performances des méthodes spatiales.

La méthode de ce type la plus simple consiste à estimer empiriquement la matrice interspectrale du signal reçu à diverses fréquences et à appliquer des méthodes haute résolution;on dispose ainsi d'estimateurs du spectre spatial aux fréquences considérées qui doivent ensuite être fusionnés pour détecter et localiser les sources dans toute la bande analysée.Cependant,l'inconvénient des méthodes interspectrales est de ne pas être adaptées aux signaux de durée brève,particulièrement fréquents en radiocommucations ou en radar,il est donc préférable d'utiliser des méthodes haute résolution 2D.L'utilisation de méthodes haute résolution spatio-temporelle a été envisagée par divers auteurs dans le cas où les signaux sources se réduisent à des porteuses pures,ce qui a bien lieu en pratique lorsque la bande passante sélectionnée par les récepteurs (i.e. celle des signaux à traiter) est très supérieure à celle des sources.Le signal 2D $y_{m,n}$ représentant le signal présent derrière le capteur n à l'instant m est alors une somme de sinusoides 2D noyées dans du bruit blanc.Dans ces conditions [17], la structure de la matrice de covariance spatio-temporelle,i.e la matrice de covariance du vecteur aléatoire: $(y_{m,o},\ldots,y_{m-M,o},\ldots,y_{m,N},\ldots y_{m-M,N})^t$ (où (N+1) est le nombre de capteurs et où M est un entier suffisamment grand) fait apparaître un sous espace source dont la dimension est égale au nombre de sources et qui est engendré par l'équivalent 2D des vecteurs directionnels apparaissant en traitement spatial.Dès lors,la méthode du goniomètre [17] et la méthode du vecteur de norme minimale se généralisent immédiatement.On peut également généraliser la méthode TAM introduite par Kung en remarquant [2],[14] qu'en absence de bruit,toute factorisation de dimension minimale de la matrice de covariance spatio-temporelle coincide avec la matrice d'observabilité d'un système linéaire 2D réalisable par un modèle d'Attasi [1] i.e. une matrice du type $[H^t,(HF_1)^t,\ldots(HF_1{}^M)^t,\ldots(HF_2{}^N)^t,\ldots(HF_1{}^M F_2{}^N)^t\,]^t$ où F_1 et F_2 sont deux matrices de transition qui commutent;dans le cas qui nous intéresse,les valeurs propres de F_1 et F_2 ne dépendent pas de la factorisation minimale choisie et sont égales aux $e^{i2\pi f_k}$ et aux $e^{i\theta_k}$ où les f_k (resp.les θ_k) désignent les fréquences (resp.les déphasages) des sources.En pratique,on utilise la matrice d'observabilité $\mathbf{O}$ obtenue en tronquant le développement en éléments propres de la matrice de covariance spatio-temporelle estimée à ses plus grandes valeurs propres et on identifie F_1 et F_2 en faisant agir comme dans de cas 1D des opérateurs de décalage vers le haut et vers le bas sur $\mathbf{O}$.L'appariement des valeurs propres de F_1 et F_2 mal résolu dans [2] peut s'effectuer en cherchant d'emblée F_2 comme fonction polynomiale de F_1 [13] ou de façon plus simple en remarquant que les vecteurs propres de F_1 coincident avec les vecteurs directionnels $(1, e^{i2\pi f_k}, .., e^{i2\pi M f_k})^t \otimes (1, e^{i\theta_k} .., e^{iM\theta_k})^t$ [14] où la notation $\otimes$ représente le produit de Kronecker .

Le but de cet article est de montrer comment on peut généraliser ces résultats quand la bande passante analysée est comparable à celles des sources,ce qui correspond au cas où les signaux sources ne se réduisent pas à des sinusoides pures.Après avoir exposé les hypothèses, nous montrons dans la première partie que la matrice de covariance spatio-temporelle possède un sous espace bruit et un sous espace source dont la dimension est plus grande que le nombre de sources,ce qui pourraît être également établi en utilisant des résultats obtenus dans le cas large bande sous certaines hypothèses [3],[12],[5],[6].Comme dans la méthode du goniomètre,nous mettons en évidence une fonction de localisation de l'énergie à chaque fréquence f et dans chaque direction θ en projetant un vecteur directionnel correspondant à une source sinusoidale de fréquence f et de direction d'arrivée θ sur le sous espace bruit.La donnée de cette fonction de deux variables permet de mettre en évidence une fonction de localisation spatiale qui peut être utilisée pour la détection des sources et l'estimation de leurs directions d'arrivée.Nous montrons également que la méthode du vecteur de norme minimale se généralise de façon immédiate à la situation que nous considérons.

Dans la deuxième partie,nous indiquons comment on peut généraliser la méthode TAM au cas de sources non sinusoidales.En utilisant le fait que toute matrice deToeplitz (M+1)(M+1) définie positive coincide avec la matrice de covariance d'un signal (non unique) constitué de (M+1) sinusoides[7],nous montrons que comme dans le cas évoqué plus haut,toute factorisation de dimension minimale de la matrice de covariance spatio-temporelle coincide avec la matrice d'observabilité $\mathbf{O}$ d'un système linéaire 2D réalisable par un modèle d'Attasi dont les matrices de transition F_1 et F_2 ont des valeurs propres de module 1.La matrice F_2 est définie de façon unique par la donnée de $\mathbf{O}$ et admet comme valeurs propres les $e^{i\theta_k}$ avec des ordres de multiplicité supérieurs à 1.Il existe par contre une infinité de matrices de transition F_1 associées à $\mathbf{O}$,chacune d'entre elles correspondant à un choix particulier de fréquences dans la decomposition harmonique des matrices de covariance associées aux sources.Puis nous montrons comment on peut lever ces difficultés pour mettre en évidence une fonction de localisation spatiale et des estimateurs des matrices de covariance des signaux sources.

Dans la troisième partie,nous présentons des résultats de simulation qui comparent les performances de notre généralisation de la méthode du goniomètre avec celles obtenues en exploitant la matrice de covariance spatiale et la matrice interspectrale à diverses fréquences.

HYPOTHESES ET NOTATIONS:

Dans cet article,on considère un réseau linéaire de N+1 capteurs équidistants numérotés de 0 à N,munis chacun d'un organe de réception sélectionnant un canal fréquentiel $[f_0\text{-}F/2, f_0+F/2]$ à bande étroite (i.e.F est très inférieur à f_0) et formant l'enveloppe complexe par rapport à f_0 du signal correspondant,soit y(t,n) le signal formé derrière le capteur n que nous supposerons pouvoir échantillonner à la fréquence F=1 pour simplifier les notations.La bande d'analyse contient P sources statistiquement indépendantes et dont les directions d'arrivée sont caractérisées par les angles d'incidences $(\varphi_j)_{j=1,P}$.L'hypothèse d'étroitesse du canal implique que les enveloppes complexes $(s_j(t))_{j=1,P}$ des contributions des sources sur le capteur numéro 0 restent constantes lors de la traversée des ondes correspondantes dans le réseau ; dans ces conditions,y(t,n) s'écrit sous la forme:

$$(1) \qquad y(t,n) = \sum_{j=1}^{P} s_j(t) e^{i2\pi n f_0 \frac{d}{c} \sin\varphi_j} + w(t,n)$$

où d désigne la distance entre deux capteurs consécutifs et où w(t,n) est un bruit blanc temporellement et spatialement de variance σ^2.

Nous appellerons dans la suite $\theta_j = 2\pi f_0 \frac{d}{c} \sin\varphi_j$ le déphasage caractérisant la direction d'arrivée de la j^{eme} source.Le problème de la détection et de la localisation des sources présentes dans la bande d'analyse est classiquement résolu en exploitant le fait que le sous espace source de la matrice de covariance spatiale (i.e.la matrice de covariance du vecteur aléatoire $Y(t)=(y(t,0),...y(t,N))^t$ est engendré par les vecteurs directionnels $(E_N(\theta_j))_{j=1,P}$ où l'on pose: $E_N(\theta) = (1, e^{i\theta}, .., e^{iN\theta})^t$ .Cependant cette matrice ne dépend pas des densités spectrales des sources et les méthodes qui sont basées sur son exploitation ne peuvent pas profiter d'éventuelles différences entre les contenus spectraux des sources.La manière la plus naturelle de pallier à cet inconvénient est de chercher à estimer la répartition de l'énergie rayonnée dans chaque direction,à chaque fréquence (autrement dit,le spectre du processus 2D $y_{m,n}$,et d'en déduire le nombre de sources et leur paramètres directionnels en intégrant les informations disponibles à chaque fréquence.La technique d'estimation spectrale 2D la plus simple et la plus utilisée dans le contexte du traitement d'antenne consiste à estimer la matrice de densité spectrale S_Y du processus Y à diverses fréquences par le biais de méthodes non paramétriques et à y appliquer des méthodes haute résolution 1D.On obtient ainsi des estimateurs de spectre spatial qui doivent ensuite être fusionnés.On peut cependant penser que cette technique n'est pas adaptée aux signaux de durée brève très fréquents dans les applications télécommunication et radar,et que l'utilisation de méthodes haute résolution 2D est préférable.

I ETUDE DE LA STRUCTURE DE LA MATRICE DE COVARIANCE SPATIO-TEMPORELLE:

La dérivation de méthodes d'estimation spectrale 2D haute résolution repose sur la structure de la matrice de covariance spatio-temporelle dans le cas où les sources sont des sinusoides pures [17],[16],ou sur des propriétés approchées de cette matrice dans le cadre du traitement d'antenne large bande [3],[12],[5],[6].

Soit M un entier fixe,nous appelons dans la suite matrice de covariance spatio-temporelle,la matrice de covariance notée R, du vecteur aléatoire $(y(m,0),..y(m\text{-}M,0),..,y(m,N),...y(m\text{-}M,N))^t$. Dans le cas qui nous intéresse,il est immédiat de constater que:

$$(2) \qquad R = \sum_{j=1}^{P} \Gamma_j \otimes [E_N(\theta_j) E_N^*(\theta_j)] + \sigma^2 I$$

où Γ_j est la matrice (de Toeplitz) de covariance du vecteur $(s_j(m),.,s_j(m\text{-}M)^t$ où I désigne la matrice unité d'ordre (M+1).(M+1)

Il est alors élémentaire d'établir que si les θ_j sont distincts, $R_S = R\text{-}\sigma^2 I$ est dégénérée dès que P<N+1 et que son rang noté rgR_S est donné par:

$$(3) \qquad rgR_S = \sum_{j=1}^{P} rg\Gamma_j.$$

Par conséquent ,dès que P<N+1, σ^2 est valeur propre de R avec un ordre de multiplicité $(M+1).(N+1)\text{-}rgR_S$ .Dans la suite nous appellerons sous espace bruit $\mathfrak{B}$ de R, le sous espace propre correspondant à σ^2 et sous espace source (ou signal) $\mathfrak{S}$ de R l'orthogonal de $\mathfrak{B}$ autrement dit le sous espace constitué par les vecteurs de l'image de la matrice R_S.Le sous espace source est donné par:

$$(4) \qquad \mathfrak{S} = sp \{ (Img\Gamma_j) \otimes E_N(\theta_j) \,/\, {}_{j=1..P} \}$$

où $Img\Gamma_j$ désigne le sous espace image de la matrice Γ_j et où la notation sp{ } signifie espace vectoriel engendré par.

En théorie,les matrices Γ_j sont non singulières exception faite du cas où l'un des signaux sources serait une somme de moins de M+1 sinusoides,en excluant a priori ce cas pour simplifier ce qui va suivre, $\mathfrak{S}$ est un sous espace de dimension (M+1)P.Cependant il faut être conscient du fait que les matrices Γ_j peuvent présenter des "dégénérescences" numériques si les densités spectrales $S_j(f)$ des signaux $s_j(t)$ n'occupent pas la totalité de la bande analysée [6].Ce phénomène se quantifie par exemple [5] dans le cas de signaux à spectre plat dans une bande de largeur B puisqu'il est en effet bien connu que le rang numérique d'une matrice de covariance d'ordre (M+1) correspondante est égale à [(M+1)B]+1 où [x] désigne la partie entière de x.Par conséquent l'expression théorique de la dimension de $\mathfrak{S}$ ne peut pas être à la base d'un test de détection du nombre de sources,contrairement au cas où toutes les sources sont des sinusoides pures [17].Il est donc nécessaire d'exploiter les valeurs prises par une fonction de localisation pour évaluer le nombre de sources dans le cadre de ce type de méthodes.

Considérons à présent le problème de la mise en évidence d'un estimateur du spectre spatio-temporel.La méthode du goniomètre classique consiste à projeter un vecteur engendrant le sous espace signal d'une source générique provenant d'une direction θ sur le sous espace bruit.Dans notre cas,le sous espace signal associé à une source générique est (au plus)l'espace $C^{M+1} \otimes E_N(\theta)$,ce modèle ne dépend pas de la fréquence et il s'agit de l'adapter de façon à pouvoir localiser les fréquences occupées par une source correspondant au déphasage θ.Il suffit pour cela de se convaincre que si une telle source est presente dans la bande d'analyse,le vecteur générique $E_M(2\pi f) \otimes E_N(\theta)$ est d'autant plus orthogonal au sous espace bruit $\hat{\mathfrak{B}}$ d'une estimée $\hat{R}$ de R que l'amplitude de la densité spectrale du signal correspondant est élevée à la fréquence f .On peut donc considérer la fontion de localisation 2D:

(5) $L_1(f,\theta) = || [E_M(2\pi f) \otimes E_N(\theta)] / \hat{\mathcal{B}} ||^{-2}$

D'une façon plus générale on peut considérer les vecteurs propres ($V_k(f)$) associés aux M_1 plus grandes valeurs propresde la matrice de covariance d'ordre (M+1) correspondant à un signal générique dont la densité spectrale est une fonction étroite centrée sur la fréquence f et calculer la fonction de localisation:

(6) $L_2(f,\theta) = || \sum_{k=1}^{M_1} [V_k(f) \otimes E_N(\theta)] / \hat{\mathcal{B}} ||^{-2}$

La méthode du vecteur de norme minimale se généralise également de façon immédiate.Soit a le vecteur de norme minimale de $\hat{\mathcal{B}}$ de première composante égale à 1, la fonction de localisation donnée par:

(7) $L_3(f,\theta) = || a^*[E_M(2\pi f) \otimes E_N(\theta)] ||^{-2}$

est également un estimateur du spectre spatio-temporel de y.Sa forme est identique à celle des estimateurs basés sur une modélisation AR 2D,à ceci près que le vecteur de prédiction appartient au sous espace bruit,ce qui est bien entendu préférable.

Les valeurs prises par une fonction de localisation 2D $L(f,\theta)$ peuvent être exploitées pour détecter le nombre de sources et estimer leur direction d'arrivée en calculant une fonction de localisation purement spatiale $L_S(\theta)$ à partir de $L(f,\theta)$.Dans les simulations que nous avons effectuées,nous avons considéré la fonction définie par:

(8) $L_S(\theta) = \int L(f,\theta)[\int L(f,\theta)d\theta]df$

qui représente par rapport à $\int L(f,\theta)df$ l'avantage de privilégier les fréquences affectées à de fortes énergies,et qui est apparue plus robuste que la fonction $\sup_f L(f,\theta)$

II GENERALISATION DE LA METHODE TAM:

Nous allons à présent indiquer comment on peut généraliser au cas qui nous intéresse la méthode présentée dans [2],[14] valable uniquement dans le cas où les signaux sources sont des sinusoides pures.Ce qui va suivre repose sur le fait [7] que toute matrice deToeplitz positive (M+1).(M+1) Γ admet une décomposition harmonique du type:

(9) $\Gamma = \sum_{k=1}^{M+1} \gamma_k^2 E_M(\omega_k) E_M^*(\omega_k)$

Lorsque Γ est singulière, Γ est la matrice de covariance d'un signal purement harmonique dont le nombre de composantes est égal à $rg\Gamma$ et la décomposision unique se réduit à un développement ne faisant apparaître que $rg\Gamma$ termes,les (ω_k) correspondants alors aux pulsations du signal.Lorsque Γ est définie positive, Dégerine [7] a montré qu'il existe des décompositions (9) qui sont toutes obtenues en imposant un coefficient de réflexion de module 1 dans l'itération (M+2) de l'algorithme de Levinson ; dans ce cas il n'y a évidemment pas unicité de la représentation .L'ensemble de ces décompositions peut être caractérisé en utilisant le cadre habituellement réservé au cas où Γ est singulière.Soit en effet G une racine carrée de Γ i.e. une matrice (M+1).(M+1) G telle que $\Gamma = GG^*$,alors il est clair qu'à toute décomposition harmonique de Γ correspond un vecteur ligne H et une matrice unitaire (M+1).(M+1) F dont les valeurs propres correspondent aux pulsations ω_k tels que:

(10) $G = [H^t,(HF)^t,....,(HF^M)^t]^t$

Mais cette égalité a lieu ssi H est égale à la première ligne de G et si F vérifie la relation:

(11) $G^{\downarrow}F = G^{\uparrow}$

où $G^{\downarrow}$et $G^{\uparrow}$désignent conformément aux notations habituelles les matrices M.(M+1) obtenues à partir de G en supprimant la dernière ligne et la première ligne respectivement .Par consequent,l'ensemble des fréquences possibles dans une décomposition harmonique est en correspondance biunivoque avec les matrices F unitaires vérifiant (11).

Considérons à présent la matrice de covariance spatio-temporelle R donnée par (2) et $R_S = R - \sigma^2 I$.Pour simplifier ce qui va suivre,nous allons supposer que les matrices de covariance Γ_j correspondant aux signaux sources sont de rang plein de sorte que $rgR_S = P(M+1)$.En utilisant pour chacune d'elles la décomposition harmonique de Dégerine et en désignant par $(\gamma_{k,j}, \omega_{k,j})_{k=0...M}$ un jeu de paramètres associés , R_S se factorise sous la forme:

(12) $R_S = \mathbf{O}\,\mathbf{O}^*$

où

$\mathbf{O} = [H^t,(HF_1)^t,..,(HF_1^M)^t,(HF_2)^t,..,(HF_1^M F_2)^t,..,(HF_1^M F_2^N)^t]^t$

avec $H = (\gamma_{0,1},...,\gamma_{M,1},...,\gamma_{0,P},...,\gamma_{M,P})^*$,

$F_1 = \mathrm{diag}(e^{i\omega_{0,1}},..,e^{i\omega_{M,1}},..,e^{i\omega_{0,P}},..,e^{i\omega_{M,P}})$ et

$F_2 = \mathrm{diag}(e^{i\theta_1},..,e^{i\theta_1},..,e^{i\theta_P},..,e^{i\theta_P})$,la notation diag( ) signifiant matrice diagonale.Cela implique que toute factorisation G de dimension minimale de R_S (i.e. toute matrice (M+1)(N+1).(M+1)P telle que $R_S = GG^*$ coincide avec une matrice d'observabilité 2D associée à un triplet (H,F_1,F_2) se déduisant du précédant par changement de base,de sorte qu'en particulier $F_1F_2 = F_2F_1$.Un triplet (H,F_1,F_2) correspondant à G vérifie nécessairement:

(13) H=première ligne de G, $G^{1,\downarrow}F_1 = G^{1,\uparrow}$, $G^{2,\downarrow}F_2 = G^{2,\uparrow}$ où $G^{2,\downarrow}$ et $G^{2,\uparrow}$ sont obtenues en retirant les (M+1) dernières lignes et les (M+1) premières lignes de G,tandis que $G^{1,\downarrow}$ et $G^{1,\uparrow}$ le sont en retirant à G la dernière ligne et la première ligne de chaque bloc (M+1).(M+1)P la constituant.Il est élémentaire de constater que le rang de $G^{2,\downarrow}$ est égal à P(M+1) de sorte que F_2 est définie de façon unique par $F_2 = (G^{2,\downarrow})^{\#} G^{2,\uparrow}$ où # désigne la pseudoinverse.Par contre $G^{1,\downarrow}$est de rang MP et F_1 n'est pas uniquement déterminée comme la non unicité des décompositions harmoniques des Γ_j le laissait pré- voir,il est bon de remarquer à ce propos que la matrice $(G^{1,\downarrow})^{\#} G^{1,\uparrow}$ n'est pas unitaire puisqu'il est facile d'établir qu'elle possède P valeurs propres nulles.

Ces résultats sont intéressants dans la mesure où ils permettent de mettre en évidence une technique d'estimation conjointe des angles d'arrivée et des coefficients d'autocorrélation de chaque source qui peut également être interprétée comme un procédé d'approximation d'une estimée $\hat{R}$ de R par l'un des éléments de l'ensemble des matrices de la forme:

$\sum_{j=1}^{P} \Gamma_j \otimes [E_N(\theta_j)E_N^*(\theta_j)]$ où Γ_j sont des matrices de Toeplitz positives.Soit $\hat{R}$ une estimée de R construite à partir de l'observation disponible que nous supposerons positive (si ce n'est pas le cas il suffit de remplacer les décompositions en éléments propres par des décompositions en valeurs singulières.Après avoir estimé le sous espace source de $\hat{R}$ en utilisant par exemple un critère de type Akaike sur les valeurs propres de $\hat{R}$ [18],on considère la matrice $\hat{R}_S$ calculée à partir de $\hat{R}$ en éliminant les valeurs propres correspondant au sous espace bruit et $\hat{G}$ la factorisation minimale de $\hat{R}_S$ obtenue à partir de sa décomposition en éléments propres.L'idée consiste à approximer $\hat{G}$ par la matrice d'observabilité d'un triplet (H,F_1,F_2) tel que $F_1F_2 = F_2F_1$ mais où la matrice F_2 n'est pas contrainte d'être unitaire. L'exploitation de la fonction de localisation $\varphi(\theta) = \det(F_2 - e^{i\theta}I)$ permet de détecter le nombre de sources et d'estimer leurs directions d'arrivée,mais aussi de regrouper par source les valeurs et les vecteurs propres de F_2 ; puisque F_1 commute avec F_2 , F_1 se diagonalise dans la base des vecteurs propres de F_2 et le regroupement effectué précédemment permet également d'affecter les valeurs propres de F_1 à chaque source et donc de faire apparaître des estimateurs de factorisation des matrices Γ_j d'autocorrélation des sources.Pour contraindre F_1 et F_2 à commuter on peut comme dans [13] chercher directement F_2 comme fonction polynomiale de F_1 (l'inverse n'est pas conseillé dans la mesure où F_2 ayant en théorie des valeurs propres multiples,son commutant ne coincide pas avec l'ensemble des $\varphi(F_2)$).Dans ce cadre,il est nécessaire de commencer par estimer H et F_1.Conformément à [10],on choisit pour H la première ligne de $\hat{G}$; il est par contre exclu d'utiliser comme estimateur de F_1,la matrice $(\hat{G}^{1,\downarrow})^{\#} \hat{G}^{1,\uparrow}$ dans la mesure où la matrice théorique $(G^{1,\downarrow})^{\#} G^{1,\uparrow}$ n'est pas unitaire .Pour lever cette difficulté,il suffit d'imposer à F_1 la contrainte d'être unitaire et donc de minimiser $||\hat{G}^{1,\downarrow}F_1 - \hat{G}^{1,\uparrow}||^2$ sous la contrainte F_1 unitaire.La solution de ce problème d'obtimisation a été mis en évidence dans [11]:

(14) $F_1 = U^* V$

où U et V sont les matrices isométriques intervenant dans la décomposition en valeurs singulières de $(\hat{G}^{1,\uparrow})^* \hat{G}^{1,\downarrow}$ .H et F_1 ayant été déterminés,on cherche F_2 sous la forme d'une fonction polynomiale de F_1 dont les coefficients sont obtenus en minimisant:

(15) $||\hat{G}^{2,\downarrow}F_2 - \hat{G}^{2,\uparrow}||^2$

III SIMULATIONS:

Nous présentons quelques résultats de simulation qui permettent de comparer les performances de la méthode du goniomètre 2D correspondant à la fonction de localisation $L_1(f,\theta)$ donnée par (5) avec celles qui sont basées sur la matrice de covariance spatiale et sur la matrice interspectrale.Nous nous plaçons d'emblée dans le cas où le nombre de capteurs est 3 (N=2) où 2 sources (P=2) correspondants à : (θ_1=-10°,θ_2 =+10°) sont présentes dans la bande d'analyse et où le nombre d'observations est faible (K=100).Nous avons généré 100 réalisations indépendantes,pour chacune d'elles et pour chaque méthode, nous avons estimé les angles d'arrivée en cherchant les 2 plus grands maximuns locaux de chaque fonction de localisation spatiale.

Pour la méthode du goniomètre 2D,nous avons considéré le cas où M=4 et nous avons calculé la fonction de localisation $L_1(f,\theta)$ en projetant d'emblée sur le sous espace propre associé aux (N+1-P) (M+1) plus petites valeurs propres de $\hat{R}$ (les résultats n'ayant été que peu affectés par la prise en compte d'un noyau de taille plus importante correspondant à la bande passante des sources).La matrice interspectrale a été estimée en 32 fréquences équidistantes. Afin d'obtenir des résultats qui ont valeur de référence,une fonction de localisation spatiale (associée aux seules fréquences occupées par les signaux) correspondant à la méthode du goniomètre a été calculée en projetant le vecteur directionnel sur le sous espace propre associé aux N(resp N-1) plus petites valeurs propres pour les fréquences occupées par 1 seul signal (resp 2 signaux).Les informations ainsi obtenues sont ensuite intégrées en calculant la fonction de localisation purement spatiale définie par (8).La fonction de localisation associée à la matrice de covariance spatiale est également calculée en projetant sur le sous espace propre associé aux N+1-P plus petites valeurs propres.

Trois configurations ont été considérées dans lesquelles les 2 sources ont des spectres plats centrés autour des fréquences ($+f_i$ et $-f_i$) $_{i=1,3}$,de même largeur $(B_i)_{i=1,3}$,et de puissances égales de rapport signal sur bruit (par source) 'ρ'.

Le tableau ci dessous donne les biais et les racines carrés des erreurs quadratiques moyennes estimés dans chaque configuration.Le nombre de détection 'det' correspond aux cas où la fonction de localisation présente 2 maximuns locaux.

Les bornes de Cramer Rao des angles θ_1 et θ_2 sont calculées en utilisant l'expression asymptotique de l'information de Fisher correspondant à l'approximation de Whittle [8] i.e

$$J_{k,l} = K \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} tr[\, S_Y(f) \frac{\partial S_Y(f)}{\partial \theta_k} S_Y^{-1}(f) \frac{\partial S_Y(f)}{\partial \theta_l}]\, df \qquad (k,l) = 1,2$$

	Interspectral	Spatiotemporel	Spatial
f_1=+/- 0,3 B_1=0,4 ρ=10db CRao=0,912°	b_1=6,1 b_2=-5,4 e_1=8,8 e_2=9,0 det=100	b_1=0,8 b_2=-1,1 e_1=2,9 e_2=3,5 det=100	b_1=-5,7 b_2=4,5 e_1=13,9 e_2=10,9 det=46
f_2=+/- 0,1 B_2=0,4 ρ=20db CRao=0,395°	b_1=4,3 b_2=-5,3 e_1=12,5 e_2=10,3 det=100	b_1=1,3 b_2=-1,5 e_1=2,8 e_2=3,2 det=76	b_1=0,37 b_2=-0,1 e_1=3,0 e_2=3,4 det=87
f_3=+/- 0,1 B_3=0,1 ρ=10db CRao=0,907°	b_1=1,4 b_2=-0,8 e_1=7,3 e_2=8,8 det=95	b_1=-0,03 b_2=0,13 e_1=1,4 e_2=1,7 det=100	b_1=-4,3 b_2=2,8 e_1=10,0 e_2=9,1 det=31

Les résultats attestent de l'intérêt des méthodes haute résolution 2D pour des sources spatialement proches à support spectral disjoint pour des échantillons courts (100).

REFERENCES

[1] S Attasi,"Modelisation et Traitement des Suites à Deux Indices",Thèse d'état,Université Paris VI,1975.

[2] DV Bhaskar Rao,SY Kung,"A State space approach for the 2.D harmonic retrieval problem",Proc of ICASSP 84 pp 4.10.1-4.10.4,1984.

[3] G Bienvenu,"Propriétes hautes resolutions de la matrice de corrélation spatiale",9ème Colloque GRETSI , pp 239-245,1983.

[4] G Bienvenue,L Kopp,"Principe de la goniométrie passive adaptative", 7eme Colloque GRETSI , pp 106-110,1979.

[5] KM Buckley, LJ Griffiths,"Eigenstructrure based broadband source location",Proc of ICASSP, pp 35.14.1-35.14.4,1986.

[6] M Coker,E Ferrara,"A new method for multiple source location",Proc of ICASSP 82 , pp 411-415,1982.

[7] S Degerine,"Décompositions spectrales d'une matrice d'autocovariace et applications",G.R.Acad.Sci.Paris,t.296,Série I , pp 565,568.

[8] B Friedlander,"On the computation of the Cramer Rao bound for ARMA parameter estimation", IEEE Trans on ASSP vol 32,N°4 , pp 721-727,August 1984.

[9] R Kumaseran,DW Tufts,"Frequency estimation of multiple sinusoids:making linear prediction perform like maximun likelihood",Proc IEEE vol 70 N°9 , pp 975-989 September 1982.

[10] SY Kung,KS Arun,DV Bhaskar Rao,"State space and singular value decomposition based approximation methods for the harmonic retrieval problem",Journal of Optical Society of America,vol 73,N°12 , pp 1789-1811,1983.

[11] JP Le Cadre,P Ravazzola,"Utilisation de modélisation d'état en traitement d'antenne",11éme Colloque GRETSI , pp 385,388,1987.

[12] Ph Loubaton,"A 2.D Spectral estimation approach for source detection in array processing",Proc of EUSIPCO 88 , pp 63-66,1988.

[13] Ph Loubaton,"Prédiction et Représentation Markovienne des Processus Stationnaires Vectoriels sur Z^2.Utilisation de techniques d'estimation spectrale 2.D en traitement d'antenne".Thèse de doctorat ENST , Juillet 1988.

[14] S Mayrargues,"Estimation spectrale 2.D",12ème Colloque GRETSI 1989.

[15] RO Schmidt,"Multiple emitter location and signal parameter estimation",Proc RADC Spectrum Estimation Workshop , pp 243-258,1979.

[16] DW Tufts,R Kumaseran,"Estimating the angles of arrival of multiples planes waves", IEEE Trans.on AES,vol 19,N°1 , pp 134,139,1984.

[17] M Wax,T Shan,T Kailath,"Spatio-temporal analysis by eigenstructure methods", IEEE Trans on ASSP vol 32 N°4 , pp 817-827 August 1984.

[18] M Wax,T Kailath,"Detection of signals by information theoretic criteria",IEEE Trans on ASSP vol 33 N°2 , pp 387-382 April 1985