METHODE LARGE-BANDE DE LOCALISATION DANS LE DOMAINE TEMPOREL

FUCHS JEAN-JACQUES

IRISA / UNIVERSITE DE RENNES I, CAMPUS DE BEAULIEU
35042 RENNES CEDEX

RESUME

On considère une antenne linéaire à capteurs équirépartis et on propose une méthode large-bande d'estimation du gisement des sources. Par opposition aux méthodes large-bande fréquentielles dérivées plus ou moins directement des méthodes haute résolution à bande-étroite, notre approche tente d'utiliser toute l'information disponible dans la bande de fréquences temporelles utile sans la discrétiser en un nombre fini de sous-bandes disjointes.

Les signaux issus des capteurs sont filtrés de manière à isoler une bande de fréquences et on estime la matrice de covariance spatio-temporelle des signaux qui en résultent. Cette matrice est de rang "quasi-déficient" et on peut donc isoler un espace bruit et un espace signal. La méthode proposée consiste à projeter sur l'espace signal de cette matrice convenablement débruitée un vecteur direction unique dépendant principalement du gisement et de la bande de fréquence isolée. Il s'agit donc d'une méthode du type goniomètre étendu au cas de signaux large-bande.

La méthode est comparée aux autres méthodes large-bande fréquentielles à l'aide de simulations pour des signaux-source à spectre plat dans la bande. Les performances sont tout à fait comparables pour une charge de calcul, en général, moindre.

We consider the multiple source location problem and propose an extension of the signal-subspace processing approach to the wide-band case. While most methods proposed so far are more or less straightforward extensions of the narrow-band MUSIC algorithms, our approach tries to use all the information contained in the frequency-band without splitting it into a finite number of disjoint sub-bands.

The outputs of the sensors are filtered in order to isolate the frequency-band of interest and the spatio-temporal covariance matrix of the resulting signals is estimated. This Toeplitz-bloc-Toeplitz matrix is almost rank deficient and one can thus define a signal-subspace and a noise-subspace. The method, we propose, starts by removing the contribution of the noise in that matrix and proceeds by projecting on its signal-subspace one single steering-vector which depends mainly on the direction and the isolated frequency band. It is thus typically an extension of MUSIC-like algorithm to the wideband case.

The approach is compared to existing ones on simulated examples in the case where the source-spectra are identical and flat over the isolated frequency-band. The performances appear to be satisfactory.

HYPOTHESES ET MODELISATIONS

Nous considérons une antenne linéaire constituée de N capteurs équidistants éclairée par P sources ponctuelles en présence de bruit. Les signaux temporels issus des capteurs $\{y_i(t)\ ;\ i = 1 \text{ à } N\}$:

$$Y(t) = [y_1(t)\ y_2(t)\ \ldots y_N(t)] \tag{1}$$

sont supposés stationnaires et centrés sur l'intervalle de temps considéré. Par filtrage passe-bande on isole la bande de fréquences temporelles utiles. On notera f_c la fréquence centrale et df la largeur de bande isolée. Ces grandeurs étant normalisées par rapport à la fréquence d'échantillonnage, on supposera en général que les capteurs sont distants d'une demi-longueur d'onde minimale correspondant à la fréquence temporelle f = 0,5 maximale et que la bande isolée ($f_c \pm df/2$) se trouve dans l'octave supérieure.

Il semble alors réaliste d'approximer dans cette bande de fréquence, les signaux émis par les sources par des processus à spectre plat dans la bande [1,2]. Il est en effet relativement difficile de localiser par des méthodes paramétriques des fréquences de résonance à l'intérieur de cette bande étant donné le nombre d'échantillons généralement disponibles. Dans la suite nous supposerons donc que le spectre des sources est plat dans la bande (f_c,df) et nous indiquons quelques propriétés d'un tel processus. Pour en simuler des échantillons s_n on peut faire passer du bruit blanc e_n dans un filtre numérique non-causal de réponse impulsionnelle paire $\{h_k\}$:

$$s_n = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_k\ e_{n-k} \tag{2}$$

$$h_k = \frac{2}{\pi|k|}\ \cos(2\pi f_c \cdot k)\ \sin(\pi \cdot df \cdot |k|)\ . \tag{3}$$

Cette réponse impulsionnelle est aussi, pour une variance σ_e^2 du bruit blanc d'entrée égale à un, la suite d'autocovariance du signal simulé :

$$\gamma_i = E(s_n\ s_{n+i})$$
$$= \left(\sum_{-\infty}^{+\infty} h_k\ h_{k+i}\right)\ \sigma_e^2 \tag{4}$$
$$\gamma_i = h_i\ \sigma_e^2$$

Cette propriété provient du fait que le spectre du signal considéré vaut 1 dans la bande isolée et que par conséquent $\gamma(\mu)$ sa fonction d'autocovariance, la transformée de Fourier inverse du spectre

$$\gamma(\tau) = 2\int_{f_c+df/2}^{f_c+df/2} \cos(2\pi f\tau)\, df$$

vérifie $\gamma(\cdot) = \gamma(\cdot) * \gamma(*)$, où * désigne le produit de convolution. On en déduit qu'il est possible de simuler le signal source retardé $s_{n-\Delta}$ d'un retard Δ non entier à l'aide de la relation :

$$s_{n-\Delta} = \sum_{-\infty}^{+\infty} \gamma(k-\Delta)\ s_{n-k} \tag{5}$$

ou encore

$$s_{n-\Delta} = \sum_{-\infty}^{+\infty} \gamma(k-\Delta)\ e_{n-k}$$

et que dans les deux cas on aura bien

$$E(s_n\ s_{n+i-\Delta}) = \gamma(i-\Delta)$$

Dans la pratique quand on désire simuler le signal retardé on ne garde qu'un nombre fini de termes dans (4) et ils existent alors des méthodes d'interpolations donnant des résultats bien meilleurs à nombre de termes fixés [3].

LE SOUS-ESPACE SIGNAL

Dans l'optique d'étendre au cas large-bande des techniques du type goniométre, de nombreux auteurs [4-8] ont proposé d'utiliser la matrice de covariance spatio-temporelle T(L) définie de la façon suivante :

$$T(L) = \begin{bmatrix} \Gamma_0 & \Gamma_1 & \Gamma_2 & \ldots & \Gamma_L \\ \Gamma_1^T & \Gamma_0 & \Gamma_1 & & \\ \Gamma_2^T & \Gamma_1^T & \Gamma_0 & & \\ & & & & \Gamma_1 \\ \Gamma_L^T & \ldots & \Gamma_1^T & & \Gamma_0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

où $\Gamma_i = E(Y_t\ Y_{t-i}^T)$

$\Gamma_i = \Gamma_{-i}^T$.

Il s'agit d'une matrice Toeplitz-bloc-Toeplitz réelle symétrique d'ordre (L+1)N construite sur la suite des matrices de covariance du vecteur des sorties capteurs (1). Il y a diverses manières de montrer que cette matrice est de rang quasi-déficient dans le cas de signaux à support borné. Elles donnent toutes des résultats concordants, qui ne sont valides que quand l'ordre de la matrice tend vers l'infini, mais constituent une bonne approximation dès que la dimension de la matrice est de l'ordre de quelques dizaines.

Pour la matrice de covariance Toeplitz d'un processus scalaire, on sait montrer que, quand son ordre L tend vers l'infini, ses valeurs propres tendent vers les valeurs de sa densité spectrale aux L fréquences normalisées k/L. Dans le cas où le spectre occupe une largeur de bande 2df on en déduit qu'environ 2.df.L valeurs propres seront différentes de zéro. Par ailleurs le théorème d'échantillonnage appliqué à la fonction d'autocavariance (3,4) d'un tel processus nous dit qu'elle peut être échantillonnée sans perte d'information pourvu que la période utilisée soit inférieure ou égale à 1/(2.df). Cela signifie que l'information contenue dans un tel signal de durée L, qui est la durée couverte par une matrice de covariance scalaire d'ordre L, se réduit à celle contenue dans les 2.df.L échantillons.

C'est cette dernière observation qu'il est facile d'étendre au cas de la matrice de covariance spatio-temporelle (6). Considérons le cas d'une source unique, la quantité qui vient remplacer la durée d'observation de la fonction d'autocovariance est le temps de parcours du signal-source le long de l'antenne et de ses mémoires $t(\theta)$. On peut vérifier que pour remplir la matrice bloc T(L) il faut connaître la fonction d'autocovariance du signal-source sur un intervalle $(-t(\theta), t(\theta))$, où le temps de parcours $t(\theta)$ vaut :

$$t(\theta) = (N-1)\ |\tau(\theta)| + L \tag{7}$$

avec $\tau(\theta)$ le retard de propagation du signal-source entre deux capteurs voisins ; $\tau(\theta) = \sin\theta$ pour une antenne dont les capteurs sont à une demi-longueur d'onde minimale et les gisements θ définis par rapport au travers de l'antenne. Pour un signal source réel de largeur de bande normalisée df, le rang $r(\theta)$ de T(L) (6) est donc approximativement :

$$r(\theta) = \perp 2\cdot df\cdot t(\theta) + 1 \perp \tag{8}$$

où $\perp x \perp$ désigne la partie entière de x. Pour un nombre P de sources décorrélées, la matrice T(L) étant la somme des matrices correspondant à chacune des sources, le rang sera en général la somme des rangs.

Notons que dans la pratique ce résultat qui établit que l'on peut distinguer un sous-espace signal, ne permet pas de décider de la dimension à lui donner, ni même cette dimension étant choisie d'en déduire le nombre de sources présentes. Dans les configurations difficiles, aux limites des possibilités de la méthode, le choix de la dimension du sous-espace signal peut devenir crucial et la méthode perdre toute robustesse vis à vis de ce paramètre.

MODELE SOURCE LARGE-BANDE

Ayant vérifier que l'on pouvait distinguer un sous-espace signal et un sous-espace bruit, il nous reste à indiquer par quoi remplacer le vecteur-direction unique du goniomètre à bande-étroite, dans le cas de la matrice de covariance spatio-temporelle. La solution la plus simple consiste à considérer le signal large-bande comme une juxtaposition de signaux bande-étroite et à prendre comme modèle source large-bande l'ensemble des vecteurs direction ainsi obtenus. Mais il reste alors à décider de la manière de pondérer les différentes courbes qui en résultent pour aboutir à une courbe réponse unique. Diverses solutions sont envisageables et ont été proposées [4,5,7]. Il s'agit là d'un problème délicat qui intervient directement sur les performances de la méthode : comment combiner l'information présente aux différentes fréquences temporelles ?

Une autre approche [8] consiste à comparer le sous-espace signal estimé à celui d'une matrice de covariance spatio-temporelle de même dimension, exacte, correspondant à une source unique ayant le spectre supposé et placée à un gisement variable. On peut, par exemple, tracer l'évolution de l'angle entre les deux sous-espaces en fonction du gisement de la source candidate. Une façon différente d'exploiter cette idée est proposée dans [2,6]. Elle consiste à prendre pour modèle source large-bande les premiers vecteurs propres orthogonaux de la matrice de covariance candidate qui peuvent être vus comme une partie du développement de Kahrunen-Loeve du signal source. Dans les deux cas le modèle source est complexe et sa dimension devrait varier avec la direction visée car nous avons vu (8) que le rang induit par une source unique était fonction du gisement.

Nous allons maintenant indiquer une manière originale de construire un modèle source large-bande constitué d'un vecteur unique. Dans le cas du goniomètre à bande étroite le vecteur direction unique est de la forme

$$d\theta^T(\varphi) = [1 \; e^{-i\varphi} \; e^{-2i\varphi} \; . \; . \; . \; e^{-i(N-1)\varphi}] \qquad \varphi = 2\pi f\tau \tag{7}$$

avec τ le retard fonction du gisement θ et f la fréquence temporelle. Comme $T(0) = \Gamma_0$ (6) est la partie réelle de la matrice de densité spectrale associée à une telle source, on peut noter que cette matrice est de rang double et que le vecteur direction correspondant à (7) est :

$$[1 \; \cos\varphi \; \cos 2\varphi \; \ldots \; \cos(N-1)\varphi]$$

Appliqué à T(0) ce vecteur-direction ne permet pas de distinguer des sources symétriques par rapport au travers de l'antenne, mais cette ambiguité disparaît dès que L+1, le nombre de blocs utilisés dans la matrice de covariance spatio-temporelle est supérieur à 1. Si on s'intéresse alors à la façon d'étendre le vecteur-direction (7) dans le cas d'une telle matrice-bloc, on obtient :

$$D\theta(\varphi) = V_{L+1} \otimes d\theta(\varphi) \tag{8}$$

avec V_{L+1} un vecteur colonne à (L+1) composantes

$$V^T_{L+1} = [1 \; \exp(2i\pi f) \; \exp(4i\pi f_c) \; \ldots \; \exp(2i\pi f_c L)] \tag{9}$$

et $\otimes$ désignant le produit de Kronecker. On peut maintenant utiliser ce vecteur pour donner une expression de T(L) dans le cas d'une source unique large-bande de densité spectrale S(f) :

$$T(L) = 2 \, \Re e \int_0^{1/2} D\theta(\varphi) \; D\theta^*(\varphi) \; S(f) df \quad . \tag{10}$$

Cette expression mène alors assez naturellement à proposer le vecteur suivant comme vecteur source large-bande :

$$V(\theta) = 2 \, \Re e \int_0^{1/2} D\theta(\varphi) \; S(f) \; df \quad . \tag{11}$$

On peut noter que ce vecteur n'est autre que la première colonne de la matrice T(L) (6) et qu'en appelant $\gamma(t)$ la fonction d'autocovariance du signal-source considéré, la transformée de Fourier inverse de S(f) on peut reconstruire ce vecteur à un facteur multiplicatif près à l'aide d'échantillons de $\gamma(t)$ pris aux instants suivants :

$$0, \; 2\pi f_c\tau, \; 4\pi f_c\tau \; , \ldots , \; 2\pi(N-1)f_c\tau$$

$$2\pi f_c, \; 2\pi f_c|1+\tau|, \; 2\pi f_c|1+2\tau| \; , \ldots , \; 2\pi f_c|1+(N-1)\tau| \tag{12}$$

etc...

On peut également remarquer qu'utiliser ce vecteur-source (11) pour tracer une courbe de réponse en gisement unique, pouvait être vu comme une façon de pondérer les réponses aux différentes fréquences temporelles qui tient compte par l'intermédiaire de S(f) de l'énergie présente.

Dans la pratique, S(f) est inconnue et différent d'une source à l'autre, mais dans la bande de fréquence isolée ($f_c \pm df/2$) nous supposerons pour l'évaluation du vecteur-source large-bande unique que ce spectre est plat et nous construirons donc le vecteur $V(\theta)$ à l'aide d'échantillons de la fonction d'autocovariance

$$\gamma(\tau) = \frac{2}{\pi|\tau|} \cos(2\pi f_c\tau) \; \sin(\pi df \cdot |\tau|) \tag{13}$$

pris aux instants spécifiés par (12) avec $\tau = \sin\theta$.

L'ALGORITHME PROPOSE

Pour estimer les covariances (6) nécessaires à la construction de la matrice de covariance spatio-temporelle (6) on peut procéder de deux manières différentes. Notons que dans tous les cas, seules 2 ou 3 matrices de covariance vont être utilisées. Après un filtrage passe-bas et un échantillonnage des sorties-capteurs, les signaux discrets correspondant peuvent être filtrés numériquement de manière à isoler la bande utile (f_c,df) et les covariances estimées de manière habituelle sur les signaux résultants :

$$\hat{\Gamma}_i = \frac{1}{T-i} \Sigma \; \bar{Y}_t \; \bar{Y}^T_{t-i} \qquad i = 0,1,2,3. \tag{14}$$

ou alors on peut obtenir des estimées de ces mêmes quantités en passant dans le domaine fréquentiel. On réalise les transformées de Fourier des signaux échantillonnés et on estime les matrices de densité spectrale aux différents bins de fréquence appartenant à la bande que l'on désire isolée. On termine en prenant la transformée de Fourier inverse de la suite des matrices de densité spectrale pour construire des estimées des covariances $\hat{\Gamma}_i$. Dans la pratique, sur les simulations réalisées, les résultats sont comparables. La première approche a l'avantage de préserver les échantillons temporels, mais la deuxième permet de réaliser à un coût relativement limité la focalisation spatiale de l'antenne [2].

Cette technique qui consiste à orienter synthétiquement l'antenne dans une (ou un certain nombre de) direction en retardant les différentes sorties-capteurs est proposée assez fréquemment dans les méthodes de traitement large-bande [1,2,9]. Ses bienfaits dans ce contexte se comprennent aisément si l'on se souvient qu'une source placée par le travers de l'antenne peut toujours être considérée comme étant à bande étroite et que par conséquent il en sera de même d'une source proche de la direction vers laquelle on aura focalisé l'antenne. Dans les exemples qui suivent nous n'utilisons pas cette technique qui permettrait d'améliorer les performances notamment dans le cas de sources à gisement élevé.

Si, avant traitement, le bruit ambiant est temporellement blanc, après avoir isolé la bande utile, il est devenu coloré et à spectre plat dans la bande. Comme nous le supposons, par ailleurs, spatialement blanc, sa contribution aux matrices de covariance Γ_k est de la forme $\gamma_k I$ où γ_k est le k-ième échantillon de la suite scalaire d'autocovariance d'un processus plat dans la bande (f_c,df) (13). Sur les matrices $\hat{\Gamma}_k$ estimées la contribution ne sera qu'approximativement de ce type, mais on peut néanmoins "débruiter" ces matrices en leur retirant un terme de la forme $\hat{\gamma}_k I$ où $\hat{\gamma}_k$ est estimé à l'aide des plus petites valeurs propres de $\hat{\Gamma}_k$ ou déduite de l'estimée de $\hat{\gamma}_0$ à l'aide de (13) [3]. Dans les exemples traités plus loin les matrices de covariance utilisées pour construire $\hat{T}(L)$ (6) sont ainsi débruitées. Elles sont également rendues de Toeplitz en "moyennant les diagonales".

La matrice de Toeplitz-bloc-Toeplitz ainsi obtenue est symétrique et réelle, on réalise sa décomposition en valeurs et vecteurs propres. Son rang est alors "quasi-déficient" et on isole une base $\hat{U}_s$, de dimension N_s, de son sous-espace signal en gardant les vecteurs propres associés aux valeurs propres "non nulles". Comme nous l'avons déjà signalé ce choix est relativement arbitraire et dans les cas difficiles il peut malheureusement devenir crucial.

Nous projetons ensuite sur ce sous-espace le vecteur-source unique -noté $\hat{V}(\theta$ (11)- de norme 1, construit sur la fonction d'auto-covariance exacte (13) dont le (k+1)-ème sous-vecteur d'ordre N s'écrit avant normalisation :

$$[\gamma_k \; \gamma_{|k+\tau|} \; \gamma_{|k+2\tau|} \; \ldots . \; \gamma_{|k+(N-1)\tau|}]^T$$

avec $\tau = \sin\theta$ pour une antenne "classique". Les gisements des sources sont alors repérés par l'argument des maxima de la courbe :

$$P(\theta)=\left(1 - \sum_{i=1}^{N_s} \left(\bar{v}(\theta)^T \quad \hat{u}_i\right)^2\right)^{-1} \quad . \qquad (15)$$

RESULTATS DE SIMULATION

Dans l'exemple qui suit, proposé dans [1] et de nombreuses fois repris depuis [2], les données ont été générées dans le domaine temporel et les covariances estimées à l'aide de (14). Ses caractéristiques sont les suivantes :

$N = 16$ capteurs
$T = 12288$ données temporelles
$f_c = 0{,}5\text{-}1/2$; $df = 1/6$
nombre de sources : 2
gisements θ : 9 et 12 degrés
retards τ : 0,187 et 0,249.

Notons que les retards vérifient $\tau = 1{,}2 \sin\theta$ carl'antenne [1] réalise un léger sous-échantillonnage spatial. Dans [1] on considère un rapport signal à bruit de 0dB pour chacune des sources, dans [2] on prend -6dB mais on focalise synthétiquement l'antenne à 10,5° exactement au milieu des deux sources. Pour notre méthode, cet exemple est facile et nous simulons un rapport signal à bruit de -10dB sans focalisation.

Les résultats obtenus sont très satisfaisants. Les deux sources sont toujours bien apparentes et séparées. Dans le tableau qui suit, nous indiquons la valeur moyenne et l'écart type des retards estimés pour 10 simulations pour une matrice de covariance spatio-temporelle (6) à 2 blocs, construite à l'aide d'estimées de Γ_0 et Γ_1 uniquement. Comme nous l'avons signalé plus haut, le choix de la dimension de l'espace signal -notée N_S- est parfois crucial dans des configurations difficiles. Il n'en est rien pour cet exemple et nous présentons dans le tableau les résultats obtenus pour N_S variant entre 6 et 16 pour une matrice de dimension 32.

	$\tau_{moy.}$	σ_τ	$\tau_{moy.}$	σ_τ
Valeur exacte	0,187		0,249	
$N_S = 6$	0,1915	0,0045	0,2555	0,0052
8	0,19	0,0054	0,255	0,0050
10	0,1895	0,0065	0,255	0,0044
12	0,189	0,0066	0,2535	0,0070
14	0,189	0,0066	0,254	0,0070
16	0,189	0,0066	0,255	0,0059

Les résultats sont parfaitement stables par rapport à la valeur de N_S, mais pour le même exemple et un rapport signal à bruit de -15dB cette robustesse vis à vis de N_S est déjà bien moindre [3].

CONCLUSION

Nous avons proposé une manière de localiser les sources à l'aide d'une antenne linéaire à capteurs équirépartis. Le traitement proposé a été développé en supposant que dans la bande de fréquences temporelles isolées le spectre des signaux sources est plat, mais on peut vérifier qu'il s'applique même quand cette hypothèse n'est pas satisfaite. La méthode est basée sur la matrice de covariance spatio-temporelle et consiste à projeter un vecteur-direction unique sur le sous-espace signal de cette matrice. Ce vecteur-source large bande unique est construit à l'aide d'échantillons de la fonction d'autocovariance d'un signal à spectre plat dans la bande isolée. Les performances de cette méthode large-bande du type goniomètre sont très satisfaisantes pour une charge de calcul plutôt faible.

REFERENCES

[1] **WANG H., KAVEH M.** : "Coherent signal subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources". IEEE-ASSP, vol. 33, pp. 823-831, August 1985.

[2] **BUCKLEY K.M., GRIFFITHS L.J.** : "Broad-band signal subspace spatial spectrum estimation". IEEE-ASSP, vol. 36, pp. 953-964, July 1988.

[3] **FUCHS J.J.** : "Une méthode large-bande d'estimation du gisement dans le domaine temporel", Rapport de convention, Univesité de Rennes I/DCAN-GERDSM ; Novembre 1988.

[4] **BIENVENU G.** : "Eigensystem properties of the sampled space correlation matrix". Proc. ICASSP, pp. 332-335, Boston 1983.

[5] **BIENVENU G.** : "Propriétés haute-résolution de la matrice de corrélation spatiale". 9ème Colloque GRETSI, pp. 239-245, 1983.

[6] **BUCKLEY K.M., GRIFFITHS L.J.** : Eigenstructure based broadband source location estimation". Proc. ICASSP, pp. 1869-1872, Tokyo 1986.

[7] **WAX M., SHAN T.J., KAILATH T.** : "Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods". IEEE-ASSP, vol. 32, pp. 817-827, August 1984.

[8] **COKER M., FERRARA E.** : A new method for multiple source location". Proc. ICASSP, pp. 411-415, Paris 1982.

[9] **SWINGLER B.N., WALKER R.S., KROLIK J.** : High resolution broadband beamforming using a doubly steered coherent signal subspace approach". Proc. ICASSP, pp. 2658-2661, NY, 1988.

Etude réalisée dans le cadre d'une convention avec la DCAN-Toulon (GERDSM).