

ESTIMATION D'UN MODELE DU BRUIT RECU SUR UNE ANTENNE DE GRANDE DIMENSION

P. GOUNON*, J.P. LE CADRE**, P. RAVAZOLLA***

*CEPHAG, UA346 CNRS, ENSIEG, BP46, F-38402 St Martin d'Hères Cedex

**IRISA, Campus de Beaulieu, Avenue Gal Leclerc, 35042 Rennes CEDEX

*** GERDSM, Le brusc, 83140, Six Fours Les Plages

RÉSUMÉ

On présente une nouvelle méthode d'estimation des corrélations spatiales du bruit additif reçu sur une antenne de grande dimension. Cette méthode repose sur la maximisation d'une fonctionnelle dite d'entropie relative et utilise comme observations les sorties de formation de voies. Après avoir défini cette fonctionnelle, on présente une extension de la méthode à l'identification multifréquence. Enfin, des résultats de simulation confirment l'intérêt de la méthode.

SUMMARY

We present here a new method to estimate the spatial correlations of the additive noise received on a large array of sensors. The method is based on the maximization of a functional called Relative Entropy Functional and uses the outputs of beamforming as observations. After the functional definition, we propose an extension to the multifrequency identification. Finally, results of simulations confirm the interest of the method.

1 INTRODUCTION

Le problème de l'estimation des corrélations spatiales (intercapteurs) du bruit additif reçu sur une antenne se pose de manière cruciale pour l'utilisation directe des méthodes haute résolution [1] en sortie des capteurs. Un exemple typique est celui des signaux d'acoustique sous-marine où le bruit additif peut être fortement corrélé; ainsi même un bruit isotrope sphérique conduit à des corrélations spatiales non nulles.

Les corrélations du bruit additif se traduisent alors par les propriétés spatio-temporelles (ou directivité) de celui-ci. Cette directivité est en général non plate dans le cas d'un bruit spatialement corrélé et peut, suivant la nature du bruit, la forme de l'antenne, conduire à des variations très importantes de cette directivité (en terme de fréquences spatiales). Ce phénomène traduit la coloration spatiale du bruit [1]. A partir de l'étude de cette fonction de directivité spatiale, il est relativement aisé de quantifier l'influence de la corrélation spatiale du bruit sur les divers traitements d'antenne. Si les conséquences de cette directivité peuvent apparaître catastrophiques pour les méthodes dites à haute résolution, elles sont moins dramatiques pour les méthodes classiques (analyse de Fourier, méthode de Capon, prédiction linéaire). Elles peuvent toutefois être importantes dans la pratique car elles induisent des variations locales du gain

d'antenne pouvant être considérables. Ces variations locales pourront avoir comme effets néfastes la non détection des sources faibles en sortie de T.A. classique.

Les remèdes classiques à cela s'appellent algorithmes de normalisation et reposent en général sur l'étude des variations locales de la puissance en sortie de formation de voies. Ces algorithmes sont le plus souvent heuristiques et effectuent un traitement local avec tous les dangers que cela comporte. On s'attache ici à développer une méthode globale (i.e. sur l'ensemble des fréquences spatiales ou encore sur tout l'horizon en gisement) d'estimation de la directivité du bruit vue par l'antenne. Le traitement proposé utilisera donc comme observation les sorties de formation de voies (et non les capteurs) qui constituent les données de référence pour tout sonariste.

La méthode proposée devra donc être utilisable directement en sortie de formation de voies, de plus elle devra posséder les qualités suivantes sans lesquelles son intérêt pratique serait nul: robustesse, faible coût de calcul, convergence assurée.

La méthode repose sur la définition d'une fonctionnelle dite d'entropie relative. La maximisation de cette fonctionnelle nécessite des algorithmes itératifs (méthode de gradient). On présente l'extension de cette méthode à l'identification multifréquences (pseudo large-bande) du modèle du bruit additif.



Des résultats de simulation mettent en évidence l'intérêt de la méthode en traitement d'antenne ainsi que l'utilité de l'analyse multifréquence.

2 DEFINITION DE LA FONCTIONNELLE D'ENTROPIE RELATIVE DANS LE CAS D'UNE ANTENNE DE GRANDE DIMENSION

2.1 REPRÉSENTATION DE LA FONCTIONNELLE D'ENTROPIE RELATIVE

Considérons une antenne linéaire constituée de n_c capteurs équirépartis. On se place à une fréquence donnée f_0 , on souhaite estimer la matrice interspectrale B du bruit additif. On appellera (abusivement) corrélations du bruit les interspectres de celui-ci. Pour celà, les seules observations disponibles sont les sorties des capteurs de l'antenne, dont un résumé exhaustif à la fréquence f_0 est la matrice interspectrale R . Algébriquement, le problème s'énonce très simplement par l'équation ci-dessous :

$$(1) \quad R = S + B$$

(S étant la matrice interspectrale des sources)

Sans hypothèses supplémentaires, ce problème n'a aucun sens. On est alors amené à faire les hypothèses suivantes:

- le nombre de sources est majoré
- B correspond à une hypothèse de corrélation courte

Cette dernière hypothèse est fondamentale. Utilisant le fait que l'on dispose de plusieurs échantillons vectoriels indépendants du bruit additif sur l'antenne et le concept d'information mutuelle [2], on définit une fonctionnelle dite d'entropie relative par la formule ci-dessous [1], [3]:

$$(2) \quad H(B) = \log \det(R-B) + L \log \det(B)$$

(det: signifiant déterminant)

Dans cette formule, L est un facteur scalaire appelé facteur de redondance (pour l'information relative à la structure du bruit). Le problème numérique qui se pose est l'estimation de la matrice B définie positive qui maximise la fonctionnelle H. Pour que ce problème ait un sens numérique, il est nécessaire de supposer une paramétrisation de B : cela peut être un modèle Toeplitz-bande, un modèle M.A. spatial, etc ...

Cette méthode nécessite cependant en pratique l'usage de techniques d'analyse numérique matricielle qui présente d'une part l'inconvénient d'avoir un coût de calcul croissant comme approximativement le cube de la dimension de R et d'autre part de ne pas utiliser directement les sorties de formation de voies. Par passage à la limite (nombre de capteurs élevé), il va être possible de définir une méthode dérivée de celle-ci et ne possédant pas ces deux inconvénients. La formulation matricielle précédente de la fonctionnelle d'entropie relative sera traduite en une fonctionnelle de termes scalaires.

2.2 Analyse en fréquences spatiales

Définissons en premier lieu les grandeurs qui seront utilisées par la suite. On considèrera un processus $X(t,M)$ doublement indicé par le temps et l'espace, stationnaire temporellement et spatialement, de fonction de corrélation spatio-temporelle:

$$(3) \quad R(t,r) = E \{ X(t,M) \cdot \bar{X}(t-t,M-r) \}$$

Sa densité spectrale spatio-temporelle, fonction de la fréquence f et du vecteur k des nombres d'onde (ou fréquences spatiales), est définie par :

$$(4) \quad P(f,k) = \int_{R^4} R(\tau,r) e^{-2i\pi(f.\tau + k^*.r)} d\tau dr$$

Cette définition correspond à une double transformation de Fourier (temps, espace) de la fonction de corrélation $R(\tau,r)$. La fréquence temporelle f étant omise pour la suite, $R(k)$ et $B(k)$ sont respectivement les densités spatiales des observations et du bruit additif.

De plus, par le théorème de Szegő [4] on a:

$$(5) \quad \lim_{nc \rightarrow \infty} \frac{1}{nc+1} \log \det(R) = \frac{1}{2w} \int_{-w}^w \log R(k) dk$$

où w est la largeur de bande spatiale i.e $w = \frac{d}{\lambda}$

Par conséquent, en supposant que l'on dispose d'un nombre de capteurs élevé, la fonctionnelle d'entropie relative (FER) définie par (2) prend la forme ci-dessous:

$$(6) \quad H = \int_{-w}^w \log [R(k) - B(k)] dk + L \int_{-w}^w \log B(k) dk$$

Le problème consiste désormais à estimer la densité spatiale $B(k)$ qui maximise l'expression (6) de la FER. A son tour, la résolution de ce problème nécessite une paramétrisation de cette densité. De nombreux choix sont possibles. Parmi ceux-ci, un modèle MA spatial présente de nombreux avantages ; il est défini de la façon suivante:

$$(7) \quad \begin{cases} B(k) = \sigma^2 F(z) \cdot \bar{F}(z) \\ \text{avec} \\ F(z) = 1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_p z^{-p} \\ z = e^{2i\pi kd} \end{cases}$$

Comme il a été montré en [1], tous les bruits d'origine physique (i.e : engendrés par des hypothèses physiques de répartition des sources élémentaires de bruit) peuvent être modélisés par un modèle MA spatial d'ordre raisonnable.

Après avoir présenté la formulation en termes de fréquences spatiales, nous allons étudier les méthodes pratiques de maximisation de la FER.

2.3 Algorithmes de maximisation de la FER

Le problème pratique consiste à déterminer les coefficients du modèle de bruit maximisant la fonctionnelle définie par (6). Dans la pratique, on ne dispose pas de $R(k)$ (valeur exacte de la densité spatiale des observations). Deux types de méthodes sont alors utilisables.

a) estimation simultanée de $R(k)$ et de $B(k)$:

Supposant les sources et le bruit indépendants:

$$R(k) = S(k) + B(k)$$

il est possible de modéliser $S(k)$ par un modèle AR spatial (avec des pôles proches du cercle unité), i.e:

$$(8) \quad S(k) = \frac{\sigma^2}{|A(z)|^2}$$

Le problème numérique revient à estimer simultanément les polynômes $A(z)$ et $B(z)$ ce qui conduit au problème de maximisation sous contrainte énoncé ci-dessous:

$$\begin{cases} \text{Max } H(A,B) \\ \text{sous les contraintes:} \\ w \\ \int_{-w}^w R(k) \exp(2i\pi kjd) dk = \hat{r}(jd) \end{cases}$$

$\hat{r}(jd)$: interspectres de deux capteurs espacés de jd

Cette formulation, assez analogue dans son énoncé à celle de la méthode du maximum d'entropie, ne peut certainement pas conduire à une solution aussi simple (un système linéaire). La solution de ce problème nécessitera l'emploi de méthodes itératives de maximisation sous contraintes; de ce fait on préfère retenir une approche plus simple.

b) R(k) est remplacée par une estimée:

Il est évidemment possible de remplacer R(k) (dans la formule (6)) par une estimée. Celle-ci peut être la transformée de Fourier spatiale discrète définie par:

$$(9) \quad \hat{R}(k) = \sum_{j=-n_c+1}^{n_c-1} \hat{r}(jd) w(j) \exp(2i\pi kjd)$$

Dans la formule (9), les $w(j)$ représentent la pondération de l'antenne; celle-ci s'avère indispensable dans la pratique car (9) ne garantit pas la positivité de $\hat{R}(k)$ alors que la formule (6) utilise fondamentalement cette propriété. Une pondération utile s'avère être celle donnée par la formule classique du calcul de la puissance moyenne en sortie de formation de voies, i.e:

$$(10) \quad \hat{R}(k) = D_k^* \cdot \hat{R} \cdot D_k$$

(D_k : vecteur direction associé à k)

Cette pondération correspond au vecteur de pondération suivant: $(1, \frac{n_c-1}{n_c}, \dots, \frac{1}{n_c})$. Elle a l'inconvénient d'élargir considérablement les lobes principaux mais elle a le grand avantage d'assurer la positivité de $\hat{R}(k)$ si on suppose \hat{R} définie positive.

Dans la plupart des cas, l'élargissement du lobe principal des sources du fait de la pondération choisie n'altère pas les performances de l'estimateur du modèle du bruit; cependant, comme on le verra plus loin, quelques problèmes peuvent se produire pour certaines configurations, auquel cas l'analyse multifréquence apporte généralement une solution satisfaisante .

Le calcul du gradient s'effectue sans difficulté à partir de (6), (7), (9) ou (10) . Il est alors possible d'utiliser des algorithmes itératif (méthodes de gradient à pas optimal) pour maximiser la fonctionnelle .

3 ESTIMATION MULTIFREQUENCES D'UN MODELE DE BRUIT ADDITIF

L'hypothèse suivant laquelle le bruit additif peut être décrit par un modèle unique sur une gamme de fréquence assez large semble être vérifiée dans de nombreuses situations en acoustique sous-marine[1]. Nous allons donc développer une méthode permettant de tirer profit de cette hypothèse; les avantages attendus sont non seulement liés à

une meilleure estimation des coefficients du bruit grâce à l'accroissement du nombre d'observations indépendantes (augmentation du produit BT), mais aussi au fait que la densité spatiale (directivité) d'un bruit de coefficients donnés évolue suivant la fréquence, ce qui n'est évidemment pas le cas de la position des sources. Ce dernier point est particulièrement important pour réduire (très efficacement) les problèmes d'estimation des paramètres du bruit induits par des "paquets" de sources fortes.

On considérera une analyse multifréquences sur une octave $[f_0, 2f_0]$. Le modèle du bruit sera défini à la fréquence de référence f_0 . Par interpolation, les interspectres du bruit seront déduit de ce modèle pour les fréquences supérieures à f_0 , puis en utilisant l'hypothèse de décorrélation des sorties de transformation de Fourier (pour des fréquences suffisamment éloignées) on définira une FER multifréquence.

On se place à la fréquence f_0 et on suppose que le bruit peut être décrit par un modèle MA spatial, soit:

$$(11) \quad B(f_0, k) = \sigma^2 \left| 1 + b_1 z + \dots + b_{1z} z^p \right|^2$$

avec $z = e^{-2i\pi k d}$ et $k = \frac{f_0}{c} \cdot \cos \theta$

Le nombre d'onde k varie de $-\frac{f_0}{c}$ à $+\frac{f_0}{c}$, soit de $-\frac{1}{2d}$ à $+\frac{1}{2d}$ dans l'espace réel . On en déduit par TF inverse une estimation des interspectre du bruit $r_b(f_0, l)$, soit :

$$(12) \quad r_b(f_0, l) = c \cdot \int_{-\frac{1}{2d}}^{\frac{1}{2d}} B(f_0, k) e^{-2i\pi k l} dk$$

Ce procédé consiste donc à interpoler les interspectres du bruit ou encore à rajouter des capteurs fictifs. Supposant le modèle de bruit identique à toutes les fréquences, on obtient:

$$r_b(f_i, nd) = r_b(f_0, n d \frac{f_i}{f_0})$$

En effet, $n d \frac{f_i}{f_0} = n d \frac{\lambda}{\lambda_i}$; on peut alors calculer les matrices interspectrales B_{fi} définies par:

$$B_{fi}(k, l) = r_b(f_i, (l-k) d)$$

Avec l'hypothèse d'indépendance des sorties de TF, la FER multifréquence s'écrit:

$$(13) \quad H = \sum_{f_i = f_0}^{2f_0} \int_{-W}^W \log \left[\hat{R}(f_i, k) - B(f_i, k) \right] + L \cdot \log B(f_i, k) dk$$

$\hat{R}(f_i, k)$ et $B(f_i, k)$ étant calculés à partir de (10) par exemple.

4 RESULTATS DE SIMULATION

Pour vérifier l'efficacité de l'estimation du bruit, nous avons simulé des sorties de formation de voies d'antennes linéaires.

Une première étape consiste à créer une matrice de covariance simulant le bruit et les sources désirées. Les



sources sont définies par leur gisement et leur puissance; le bruit est défini par les coefficients d'un processus MA.

Le vecteur signal est obtenu de la façon suivante:

$$S = \sum_1^{ns} a_i D\theta_i$$

avec ns : nombre de sources
 $a_i : N(0, \sigma^2)$ où $\sigma =$ puissance de la source i
 $D\theta_i$: vecteur direction associé à la source i

Le vecteur bruit s'obtient à partir de la décomposition de Choleski de la matrice de covariance exacte du bruit:

$$B = T X$$

avec $T T^* = B$
 $X^t = (N(0,1), N(0,1), \dots)$

La matrice de covariance est alors obtenue par la méthode du périodogramme moyenné sur plusieurs réalisations de signal et de bruit. La matrice \hat{R} est enfin rendue de Toeplitz en effectuant la moyenne des composants sur chacune des diagonales.

La densité spatiale simulée s'obtient par (10).

Le modèle de bruit estimé permet ensuite de blanchir les données [1].

La figure 1, montre les résultats obtenus sur simulation. La courbe en trait plein représente le DSP simulée, celle en pointillé la DSP après blanchiment par le modèle de bruit estimé. Les paramètres de la simulation sont les suivants: 30 capteurs, 200 moyennes, 2 sources de gisement 45° et 100° et de puissance 0.1 et 0.05. Le bruit simulé est un modèle MA d'ordre 4 : $b_0=1.0, b_1=0.5, b_2=0.2, b_3=-0.7$; ce qui donne comme covariances : $\Gamma_0=1.78, \Gamma_1=0.46, \Gamma_2=-0.15, \Gamma_3=-0.7$. Le coefficient L est égal à 5. La maximisation de la fonctionnelle a été obtenue en 16 itérations d'un algorithme de gradient à pas optimal. Le bruit estimé a pour coefficients: $b_0=1.12, b_1=0.28, b_2=-0.03, b_3=-0.47$; ce qui donne comme covariances estimées: $\Gamma_0=1.64, \Gamma_1=0.31, \Gamma_2=-0.16, \Gamma_3=-0.53$. On constate donc que le bruit est très bien estimé dans la mesure où les covariances simulées et estimées sont très similaires. La DSP après blanchiment permet ainsi d'identifier les deux sources.

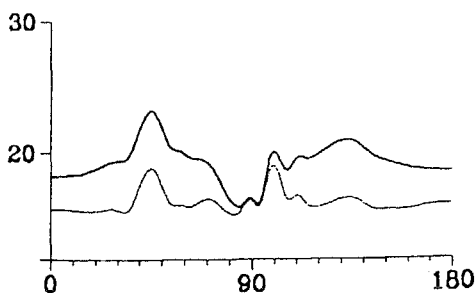


Fig 1 : DSP avant et après blanchiment (echelle log)

Sur la figure 2, nous avons simulé deux "paquets" de sources réparties symétriquement par rapport à 90°. Cette configuration est relativement défavorable car la DSP d'un processus MA est elle aussi symétrique par rapport à 90° et les deux paquets de sources peuvent être assimilés à du bruit. Les courbes en trait plein représentent les DSP simulées Sources + Bruit, celles en pointillés courts les DSP Bruit simulé seul et celles en pointillés longs les DSP Bruit estimé. Sur la figure 2a, le bruit a été estimé à une seule fréquence ($\lambda=0.5$ d) alors que

sur la fig 2b, on a utilisé deux fréquences pour l'estimation du bruit ($\lambda=0.5$ d et $\lambda=0.25$ d) L'estimation du bruit est meilleure avec deux fréquences comme prévu au §3.

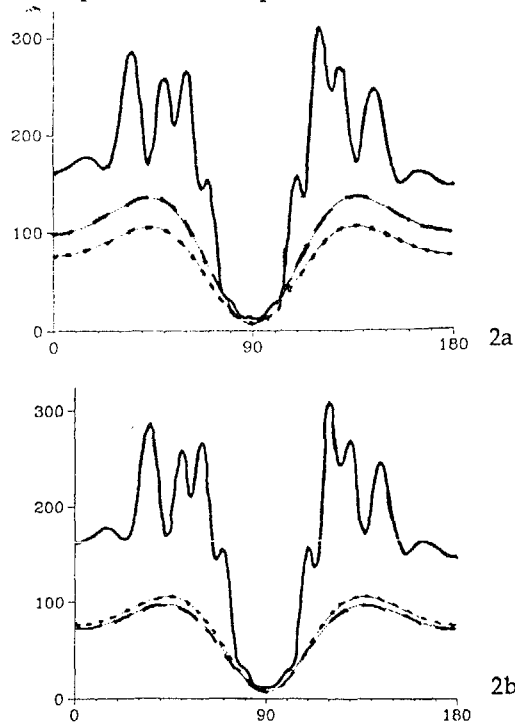


Fig 2 : DSP avant et après blanchiment (echelle lin)
 2a : estimation à une seule fréquence
 2b : analyse multifréquencielle

5 CONCLUSION

Une méthode originale a été développée pour l'estimation d'un modèle de bruit additif reçu sur une antenne de grande dimension, en présence de sources. L'approche présentée ici est utilisable directement en sortie de formation de voies et donc applicable à des antennes de grande dimension, le coût de calcul ne dépendant pas du nombre de capteur. Cette méthode nécessite l'utilisation d'algorithme de gradient pour la maximisation de la fonctionnelle d'entropie relative. Une extension à l'analyse multifréquence a été présentée; celle-ci peut être fort utile dans la pratique.

La méthode proposée devrait permettre d'améliorer sensiblement les performances de la chaîne sonar quelque soit le post-traitement au prix d'un coût de calcul très modeste.

REFERENCE:

[1] J.P. Le Cadre, "contribution à l'utilisation des méthodes paramétriques en traitement d'antenne", Thèse d'état, INPG-USMG, oct 1987
 [2] C.R Rao, "The use and interpretation of principal components analysis in applied research", Sankhya Series A26, pp 329-358, 1964
 [3] J.P. Le Cadre, "High resolution in presence of noise correlated sensor output; a relative entropy approach, method and result" soumis à IEEE trans on ASSP
 [4] U Grenander and G Szegö " Toeplitz forms and their applications", University of California press, San Francisco, 1958