

Filtres récursifs pour la détection de contours "lignes de crêtes" et "marche"

Djemel ZIOU
Brigitte WROBEL-DAUTCOURT

CRIN-INRIA Lorraine - BP 239 - Boulevard des aiguillettes
54500 Vandœuvre-les-Nancy CEDEX - FRANCE

RÉSUMÉ

Dans une image, on rencontre plusieurs types de contours ; chacun d'entre eux nécessite un détecteur approprié. Nous présentons dans cet article deux détecteurs : le premier est destiné aux contours de type "lignes de crêtes", le second aux contours fermés de type "marche". Ils ont l'avantage d'être rapides de par leur implantation sous forme de filtres récursifs à impulsion infinie. De plus, le détecteur de lignes de crêtes présenté est optimal et le détecteur de contours fermés peut être utilisé avec un histogramme d'image multi-modal et peut être étendu facilement au cas multi-échelle.

SUMMARY

There are various kinds of edges in a single image: each of them needs a well-adapted detector. This paper presents two edge detectors: the first one concern extracts of the "ridge-lines", whereas the second one is adapted to find closed "step edges". The use of recursive filtering improves the efficiency of the two detectors. The "ridge-lines" detector is also optimal, and the closed "step edge" detector may be used with a multi-modal histogram and can be easily extended to a multi-scale case.

1 Introduction

L'extraction des points de contours dans une image a été de très nombreuses fois abordée et résolue, mais les algorithmes développés sont généralement adaptés à la détection d'un seul type de contour. Dans une image naturelle, les contours sont de différents types [Pon 85] : "marche" (*step*), "toit" (*roof*), "arête" (*ridge*). ... Ils possèdent des caractéristiques et des propriétés différentes en fonction du phénomène physique qui les engendre ; tous ont cependant leur signification et leur importance dans un système général de vision.

Notre propos est de concevoir un outil très général faisant appel à plusieurs détecteurs simples et rapides pour trouver **tous les contours** d'une image. Dans ce contexte, nous présentons ci-après deux détecteurs de contours : le premier recherche les lignes de crêtes (contours de type "toit" et "arête"), le second les contours fermés de type "marche".

2 Détecteur de lignes de crêtes

Les contours de type "lignes de crêtes" sont particulièrement utiles lors de la représentation d'images de traits (empreintes digitales, caractères, ...) et permettent aussi une représentation en terme de primitives (*primal sketch*) [Pon 85]. Notre méthode de détection des lignes de crêtes est fondée sur les travaux de Canny [Can 83] : à partir des propriétés souhaitées pour un "bon" détecteur de contours, c'est-à-dire une détection complète

et l'exactitude de la localisation, Canny a montré, en procédant par optimisation numérique, que le détecteur optimal des contours de type lignes de crêtes doit avoir la forme de la figure 1.

A partir du graphe de ce filtre monodimensionnel, nous proposons :

- une fonction permettant de représenter le filtre monodimensionnel.
- l'extension de ce filtre en deux dimensions,
- la réalisation de ce filtre sous forme d'un filtre récursif à impulsion infinie (IIR).

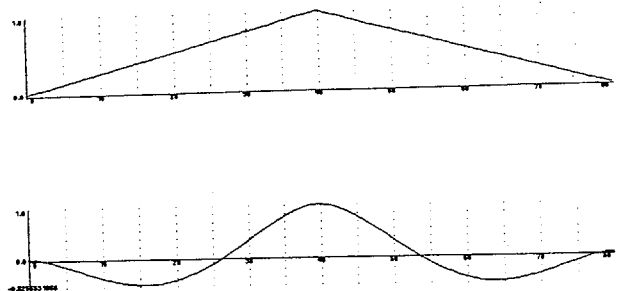


Figure 1: Filtre optimal de détection des contours de type "lignes de crêtes" [Can 83].



2.1 Modélisation du filtre par une fonction

La fonction modélisant le filtre donné doit être paire et fournir zéro en réponse au signal constant. Une inspection de la figure 1 nous conduit à proposer comme fonction la deuxième dérivée d'une gaussienne, mais pour des raisons d'efficacité nous lui préférons une autre fonction donnée en (1), de forme similaire, qui a la particularité de pouvoir être facilement réalisée par un filtre IIR :

$$f(x) = (-c\alpha \sin(w|x|) + cw \cos(w|x|))e^{-\alpha|x|} \quad (1)$$

où c , α et w sont des constantes.

2.2 Extension du filtre en deux dimensions

L'extension du filtre en deux dimensions nécessite la prise en compte de l'orientation du contour en un point donné. L'orientation d'un contour correspond à l'orientation normale à la direction qui maximise la variance des niveaux de gris ; le calcul de cette orientation nécessite d'effectuer deux convolutions de masques 2D orthogonaux sur l'image. Un masque, dans la direction x , est le résultat du produit de la fonction de détection (1) dans la direction x , par une fonction de projection (2) dans la direction y :

$$g(x) = \frac{k}{\alpha^2 + w^2} (\alpha \sin(w|x|) + w \cos(w|x|))e^{-\alpha|x|} \quad (2)$$

Le masque dans la direction des x s'écrit alors : $X(x, y) = f(x)g(y)$, le masque dans la direction des y s'obtient symétriquement : $Y(x, y) = f(y)g(x)$.

2.2.1 Réalisation du filtre par un filtre IIR

La représentation d'un filtre par un autre filtre récursif est souhaitable pour deux raisons : l'efficacité et l'optimisation de l'erreur d'approximation [Der 87]. Cette représentation doit cependant conserver les propriétés du filtre utilisé, comme la stabilité et la réponse fréquentielle. Pour qu'un filtre puisse être représenté par un filtre IIR, il lui faut être stable et causal ; le filtre utilisé n'est pas causal mais il peut facilement le devenir.

2.2.2 Représentation de la fonction de détection

Considérons la fonction $f(n)$ obtenue par échantillonnage de $f(x)$. La transformée en Z de $f(n)$ fournit les équations aux différences suivantes :

$$y^+(n) = a_0x(n) + a_1x(n-1) - b_1y^+(n-1) - b_2y^+(n-2)$$

$$y^-(n) = a_2x(n+1) + a_3x(n+2) - b_1y^-(n+1) - b_2y^-(n+2)$$

$$y(n) = y^-(n) + y^+(n)$$

$$\text{avec } a_0 = cw, \quad a_1 = -c(w \cos(w) + \alpha \sin(w))e^{-\alpha}, \quad a_2 = a_1 - a_0b_1, \quad a_3 = -a_0b_2, \quad b_1 = -2e^{-\alpha} \cos(w) \text{ et } b_2 = e^{-2\alpha}$$

La stabilité est assurée pour les $\alpha > 0$. La normalisation de la fonction de détection s'écrit :

$$c = \frac{2b_1 + 2b_2}{w - we^{-2\alpha} - 2\alpha \sin(w)e^{-\alpha}}$$

2.2.3 Représentation de la fonction de projection

En suivant le même raisonnement pour la fonction de projection, on obtient les équations aux différences suivantes :

$$y^+(n) = a_0x(n) + a_1x(n-1) - b_1y^+(n-1) - b_2y^+(n-2)$$

$$y^-(n) = a_2x(n+1) + a_3x(n+2) - b_1y^-(n+1) - b_2y^-(n+2)$$

$$y(n) = y^-(n) + y^+(n)$$

$$\text{avec } a_0 = c_2, \quad a_1 = (-c_2 \cos(w) + c_1 \sin(w))e^{-\alpha}, \quad a_2 = a_1 - c_2b_1, \quad a_3 = -c_2b_2, \quad b_1 = -2e^{-\alpha} \cos(w), \quad b_2 = e^{-2\alpha}, \quad c_1 = \frac{k\alpha}{\alpha^2 + w^2}$$

$$\text{et } c_2 = \frac{kw}{\alpha^2 + w^2}$$

La stabilité est assurée pour les $\alpha > 0$. La normalisation de la fonction de projection s'écrit :

$$k = \frac{(1 - 2e^{-\alpha} \cos(w) + 2e^{-2\alpha})(\alpha^2 + w^2)}{2\alpha e^{-\alpha} \sin(w) + w - we^{-2\alpha}}$$

2.2.4 Algorithme de détection des lignes de crêtes

L'algorithme implanté se déroule en trois étapes :

- Filtrage d'une image I de nbl lignes et nbc colonnes dans la direction horizontale. D et P sont deux images intermédiaires de calcul, et I_x est l'image résultat.

$$D^+(i, j) = a_0I(i, j) + a_1I(i, j-1) - b_1D^+(i, j-1) - b_2D^+(i, j-2) \\ i = 1, 2, \dots, nbl \quad j = 3, 4, \dots, nbc$$

$$D^-(i, j) = a_2I(i, j+1) + a_3I(i, j+2) - b_1D^-(i, j+1) - b_2D^-(i, j+2) \\ i = 1, 2, \dots, nbl \quad j = nbc - 2, \dots, 1$$

$$D(i, j) = D^-(i, j) + D^+(i, j) \quad i = 1, 2, \dots, nbl \quad j = 1, 2, \dots, nbc$$

$$P^+(i, j) = a_0D(i, j) + a_1D(i-1, j) - b_1P^+(i-1, j) - b_2P^+(i-2, j) \\ i = 3, 4, \dots, nbl \quad j = 1, 2, \dots, nbc$$

$$P^-(i, j) = a_2D(i+1, j) + a_3D(i+2, j) - b_1P^-(i+1, j) - b_2P^-(i+2, j) \\ i = nbl - 2, \dots, 1 \quad j = 1, 2, \dots, nbc$$

$$I_x(i, j) = P^-(i, j) + P^+(i, j) \quad i = 1, 2, \dots, nbl \quad j = 1, 2, \dots, nbc$$

- Filtrage symétrique de l'image dans la direction verticale. Soit I_y l'image résultat.

- Suppression, par l'algorithme donné dans [Can 83], des non-maxima dans la direction qui maximise la variance. Nous calculons initialement l'orientation optimale de chaque point de contour :

Le module M et l'orientation θ qui maximise la variance s'écrivent :

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{W*(IxIy) + (W*Ix)(W*Iy)}{W*I^2x + (W*Ix)^2 - W*I^2y - (W*Iy)^2} \right)$$

$$M = \sqrt{(W*(IxIy) + (W*Ix)(W*Iy))^2 + (W*I^2x + (W*Ix)^2 - W*I^2y - (W*Iy)^2)^2}$$

où $W(x, y)$ est une gaussienne utilisée comme une fonction de pénalisation.

Cette opération de filtrage nécessite $28 N^2$ additions et $32 N^2$ multiplications sur une image de $N \times N$ points.

3 Détecteur de contours de type marche

Dans certaines applications de la vision, nous avons à traiter des images contenant un ou plusieurs objets sur un fond. Si les distributions des niveaux de gris des points des surfaces des objets et du bord sont de faibles variances et de moyennes différentes, alors l'histogramme de l'image comporte plusieurs modes distincts.

Etant donné cette caractéristique, les méthodes pour segmenter ces images doivent être simples et rapides. La littérature est abondante sur le sujet [Sah 88] ; les algorithmes diffèrent par le critère de sélection des seuils, le domaine d'application : histogramme bimodal ou multi-modal, la vision : globale ou locale, et la primitive utilisée : point ou groupement de points.

Nous proposons un détecteur de contours fermés procédant par seuillage de l'histogramme d'une image, qui est rapide, global, multi-seuillage et peut être facilement étendu pour fonctionner en multi-échelle. Le seuil entre deux modes est calculé en deux passes : estimation des paramètres de chaque mode, puis détermination de seuils, ceci d'une façon rapide contrairement à Nakagawa [Nak 79] et sans les problèmes d'initialisation et de convergence de celui de Kittler [Kit 86].

Nous présentons ci-après l'estimation des paramètres puis le calcul des seuils. Le marquage des points de contours comme frontière entre deux régions n'est pas un problème majeur et n'est donc pas détaillé.



3.1 Estimation des paramètres

Nous supposons que la forme de la densité de probabilité de chaque mode suit une loi normale. Nous avons alors besoin d'estimer les moyennes, les variances et les probabilités a priori de chaque mode ; ceci nous permet ensuite de calculer les seuils de l'histogramme. La méthode du maximum de vraisemblance utilisée permet une estimation non biaisée, efficace et suffisante ; elle permet de calculer itérativement les paramètres jusqu'à convergence, de la façon suivante :

L'estimation de la probabilité a priori, de la moyenne et de la variance sont données par les équations :

$$\hat{p}(i) = \frac{\sum_{n=1}^N \hat{p}(i/x_n)}{N}, \quad \hat{\mu}(i) = \frac{\sum_{n=1}^N \hat{p}(i/x_n)x_n}{\sum_{n=1}^N \hat{p}(i/x_n)}$$

$$\hat{\delta}(i) = \frac{\sum_{n=1}^N \hat{p}(i/x_n)(x_n - \hat{\mu}(i))^2}{\sum_{n=1}^N \hat{p}(i/x_n)}$$

$$\text{avec } \hat{p}(i/x) = \frac{\hat{p}(x/i)\hat{p}(i)}{\sum_{k=1}^M \hat{p}(x/k)\hat{p}(k)} \text{ et } \hat{p}(x/i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta_i} e^{-\frac{(x-\hat{\mu}_i)^2}{2\delta_i^2}}$$

où N est le niveau de gris maximal de l'image et M le nombre de modes.

Pour être capable d'estimer ces paramètres, il est nécessaire de connaître le nombre de modes.

3.1.1 Recherche des modes

Pour s'affranchir des problèmes de recherche des seuils dans des histogrammes comportant des vallées plates, nous ne considérons que les parties des modes qui se trouvent entre deux points d'inflexion. Le point d'inflexion d'une fonction se recherche soit par le maximum de la dérivée première, soit par le passage par zéro de la dérivée seconde. L'équivalence théorique de ces deux méthodes n'est pas vérifiée pour des fonctions discrètes.

D'une façon générale, la dérivée seconde d'une fonction est plus sensible que la dérivée première et fournit donc plus de points de passage par zéro, ceci permet de détecter les petits modes de l'histogramme qui se manifestent sous forme de paires de passage par zéro. En revanche, cette dérivée seconde introduit des "faux" passages par zéro, ceux-ci peuvent cependant être facilement éliminés.

Calcul de la dérivée seconde : Ce calcul est effectué par le filtre exponentiel de Shen [She 86]. Ce filtre lisse tout d'abord l'histogramme afin d'éliminer toutes les irrégularités non significatives ; il est aigu au centre pour préserver la bonne localisation des points anguleux. Il permet ensuite, par soustraction d'images, le calcul rapide de la seconde dérivée. Ce filtre a l'avantage d'être réalisé par un filtre IIR.

Couplage des points de passage par zéro : Chaque point de passage par zéro de la fonction histogramme est étiqueté "positif" ou "négatif" en fonction du signe de la dérivée troisième (directement déterminé en fonction du signe du voisinage du point considéré). La décomposition de l'histogramme en modes positifs consiste à rechercher les couples de points "zéro" de signes différents : on parcourt l'histogramme dans un sens (ici suivant x croissant), chaque "zéro positif" est apparié avec le "zéro négatif" suivant. Remarquons que le nombre de modes est inversement proportionnel au degré de lissage de l'histogramme.

3.1.2 Valeurs initiales des paramètres à estimer

La valeur initiale des paramètres doit être proche du maximum global afin de permettre la convergence rapide et fiable de l'algorithme, soit :

$$\mu_0(i) = \frac{\sum_{j=n_1}^{n_2} jh(j)}{\sum_{j=n_1}^{n_2} h(j)}, \quad \delta_0(i) = \frac{\sum_{j=n_1}^{n_2} (j - \mu_0(i))^2 h(j)}{\sum_{j=n_1}^{n_2} h(j)}$$

où n_1 et n_2 sont les deux points d'inflexion du $i^{\text{ème}}$ mode.

$$p_0(i) = \frac{\sum_{j=v_1}^{v_2} h(j)}{\sum_{j=0}^N h(j)}$$

où v_1 et v_2 sont les points situés au fond des vallées de part et d'autre du $i^{\text{ème}}$ mode, ils correspondent à la moyenne des modes négatifs.

3.2 Détermination des seuils

Nous vérifions la multi-modalité de l'histogramme, puis calculons le seuil qui sépare deux distributions successives. En considérant les probabilités a posteriori, nous utilisons la règle de décision bayésienne limite :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\delta_i^2} - \frac{1}{\delta_{i+1}^2} \right) t^2 + \left(\frac{\mu_{i+1}}{\delta_{i+1}^2} - \frac{\mu_i}{\delta_i^2} \right) t + \frac{\mu_i^2}{2\delta_i^2} - \frac{\mu_{i+1}^2}{2\delta_{i+1}^2} + \ln \left(\frac{p(i)\delta_{i+1}}{p(i+1)\delta_i} \right) = 0$$

où t est le seuil minimisant l'erreur de classification bayésienne. Cette équation permet de déterminer le seuil optimal.

3.3 Résultats et conclusion

Nous présentons quelques résultats pour chaque détecteur; ceux-ci sont satisfaisants et ont l'avantage d'être obtenus rapidement. Notre objectif est de combiner ces détecteurs à d'autres détecteurs plus classiques, et de les intégrer dans un système permettant, entre autre, l'apprentissage : l'opérateur désigne un contour dans l'image, le système sélectionne le ou les détecteurs appropriés et leurs paramètres associés, et détecte ensuite tous les contours similaires dans l'image. Ce système est en cours de développement.

Remerciements : Les auteurs tiennent tout particulièrement à remercier Roger Mohr pour ses idées et ses conseils.

Références

- [Can 83] J.F. Canny. Finding Edges and Lines in Images. Technical report no. 720, Massachusetts Institut of Technology, 1983.
- [Der 87] R. Deriche. Optimal Edge Detection Using Recursive Filtering. *Proceedings of the First International Conference on Computer Vision (ICCV)*, pages 501-505, Londres, 1987.
- [Kit 86] J. Kittler et J. Illingworth. Minimum Error Thresholding. *Pattern Recognition*. 19(1):41-47, 1986.
- [Nak 79] Y. Nakagawa et A. Rosenfeld. Some Experiments On Variable Thresholding. *Pattern Recognition*, 11:191-204, 1979.
- [Pon 85] J. Ponce et M. Brady. Toward a Surface Primal Sketch. *Three Dimensional Vision*, T. Kanade, Ed. New York: Academic Press, 1985.
- [Sah 88] P.K. Sahoo, S. Soltani, A.K.C. Wong, et Y.C. Chen. A Survey of thresholding techniques. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 41:233-260, 1988.
- [She 86] J. Shen. *Filtrage rapide en traitement d'image et vision 3D par ordinateur*. Thèse d'Etat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1986.

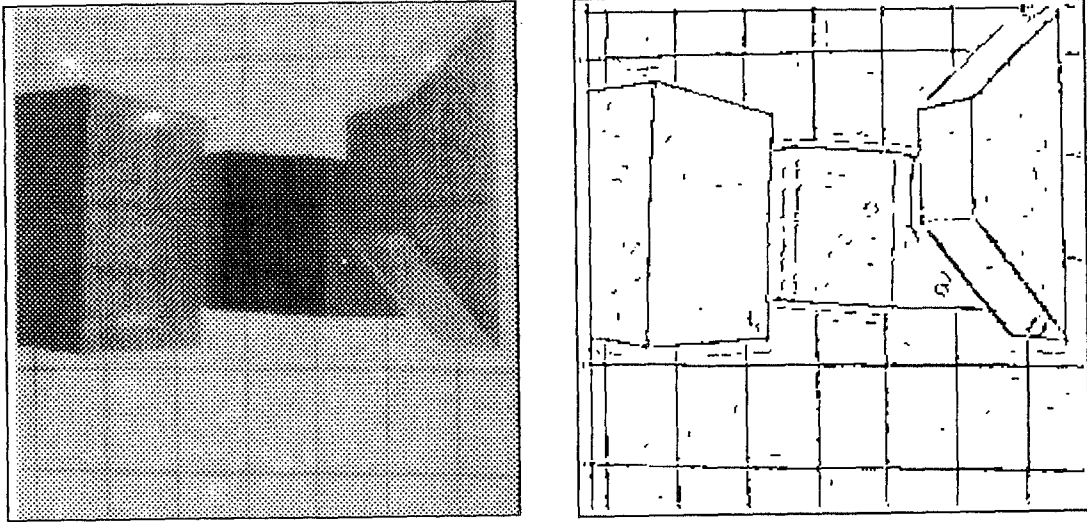


Figure 2: Image originale, objets polyédriques posés sur une mire, image de 256×256 points, 256 niveaux de gris. Extraction des contours de type "lignes de crêtes", les doubles contours dus à l'illumination mutuelle des objets sont éliminés.

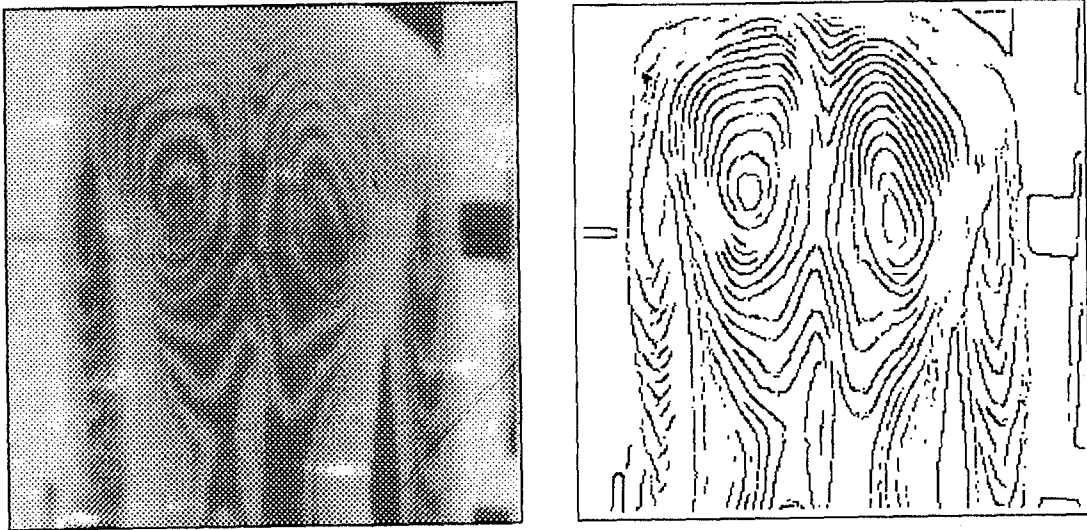


Figure 3 : Image originale de moiré, image de 256×256 points, 256 niveaux de gris. Extraction des "lignes de crêtes".

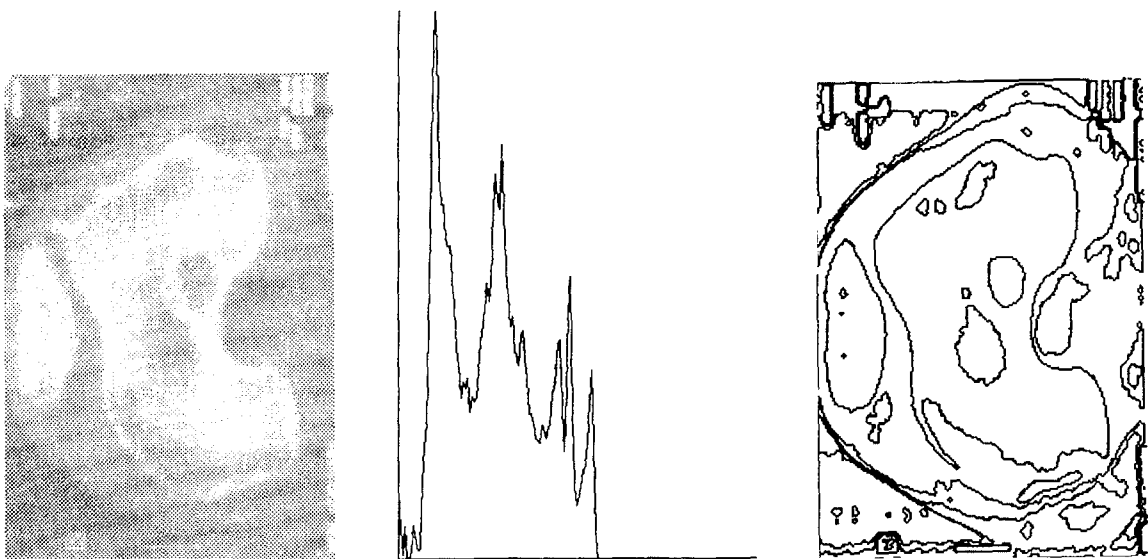


Figure 4: Image originale d'une coupe transversale de tibia, image de 256×176 points, 256 niveaux de gris. Histogramme. Extraction des contours fermés de type "marche".