

## REALISATION OPTIQUE DE LA TRANSFORMEE DE HOUGH EN TEMPS REEL

Pierre AMBS<sup>\*</sup>, Julien Gresser<sup>\*</sup>, Yeshaiahu Fainman<sup>†</sup>, Sing H. Lee<sup>#</sup>

\* Institut de Recherche Polytechnique, Université de Haute Alsace, 34 rue Marc Seguin, 68067 MULHOUSE Cedex FRANCE

† Dept. of Mechanical Engineering and Applied Mechanics, University of Michigan, ANN ARBOR MI 48109-2125 USA

# Dept. of Electrical and Computer Engineering, University of California, San Diego, LA JOLLA CA 92093 USA

### RESUME

La transformée de Hough est un outil puissant pour la détection de courbes. Ce papier présente une implantation optique de la transformée de Hough à l'aide d'une matrice d'hologrammes. Grâce à ce processeur optique, la transformée de Hough de figures de 256 par 256 points a été calculée en temps réel. Le système a été appliqué à la détection de droites, cercles et ellipses. Avec ce processeur, les 3 paramètres d'un cercle ainsi que les 4 paramètres d'une ellipse sont extraits d'un espace des paramètres bidimensionnel.

### SUMMARY

The Hough transform is a powerful tool for curved detection. This paper presents an optical implementation of the Hough transform with a matrix of space-variant holograms. Using this optical processor, the Hough transform of pattern of 256 by 256 pixels is calculated in real time. The system was applied to the detection of straight lines, circles and ellipses. With this processor, all three parameters of a circle and four parameters of an ellipse are extracted from a 2-D parameter domain.

#### 1. Introduction

La transformée de Hough est un outil efficace pour la détection de courbes et de ce fait elle joue un rôle important en traitement numérique des images. La transformée de Hough a été étudiée de façon intensive, elle a été généralisée à la détection de courbes analytiques et de forme arbitraire aussi bien pour des objets bidimensionnels que tridimensionnels [1-4]. Elle a de nombreuses applications en imagerie médicale, contrôle industriel, vision robotique et défense [4]. Le principe de la transformée de Hough est de faire correspondre à chaque point d'un plan image, une courbe dans le plan des paramètres ; l'intersection de ces courbes donnant après seuillage des points définissant les paramètres de la figure du plan image. Une figure simple, telle une droite qui est définie par deux paramètres,

sera détectée par un point dont les coordonnées seront les deux paramètres.

La transformée de Hough est actuellement implantée sur des calculateurs électroniques. Néanmoins son calcul exige un grand espace en mémoire centrale et un important temps de calcul. De ce fait les applications temps réel de la transformée de Hough calculée par calculateur numérique sont souvent limitées à des images de petite taille. Il existe d'autres implantations de la transformée de Hough à l'aide de calculateurs spécialisés avec une architecture dédiée [5], le calcul peut être réalisé avec des circuits VLSI spécialisés [6].

Nous présentons ici une approche entièrement différente, qui même si elle est encore expérimentale pourrait avoir des



développements importants, c'est l'utilisation du calculateur optique. Dans un calculateur optique la lumière constitue le support de l'information, l'image à traiter est transformée en une image lumineuse par un transducteur qui forme le plan entrée, cette image est traitée par un filtre optique qui peut être un hologramme, enfin le résultat de cette opération est détecté dans le plan de sortie par un photodétecteur. La vitesse et le parallélisme sont inhérents au processeur optique, en effet l'information est traitée en parallèle à la vitesse de la lumière, seuls les plans d'entrée et de détection ralentissent le processeur. Ainsi dans un processeur optique cohérent une transformée de Fourier bidimensionnelle est effectuée par une simple lentille convergente. Depuis l'invention du laser et de l'holographie de nombreux processeurs optiques ont été proposés, en particulier des corrélateurs optiques qui ont été utilisés pour divers traitements et détectés [7]. Jusqu'à présent l'essor des processeurs optiques a été ralenti par des problèmes technologiques en particulier l'absence de transducteurs d'entrée performants mais la situation évolue maintenant rapidement. Plusieurs implantations optiques de la transformée de Hough ont été proposées [8,9,10].

Nous présentons une méthode originale, sans élément mobile, pour réaliser optiquement la transformée de Hough à l'aide d'une matrice d'hologrammes variant dans l'espace. La correspondance entre le plan d'entrée image et le plan de sortie des paramètres est réalisée par cette matrice d'hologrammes, à chaque point du plan d'entrée correspond un hologramme dont la réponse impulsionnelle dépend de sa position dans la matrice et du type de transformée de Hough qui est calculée. Les points de la figure d'entrée affichée sur un transducteur électrooptique éclairent les hologrammes dont la reconstruction se fait dans le plan des paramètres; dans ce plan une matrice de photodétecteurs associés à des seuils permet de détecter des maxima de lumière correspondant aux paramètres de la figure du plan d'entrée. Nous avons réalisé un système permettant d'enregistrer des matrices de 256 par 256 hologrammes. En utilisant ces hologrammes nous avons construit un processeur optique de Hough complet pour le traitement en temps réel d'images de 256 par 256 points.

Après un bref rappel de la transformée de Hough, nous décrivons le processeur optique de Hough ainsi que la réalisation du filtre holographique de Hough. Dans le paragraphe 4 et 5 nous présentons des résultats expérimentaux pour la détection de droites, de cercles et d'ellipses.

## 2. La transformée de Hough

Le terme transformée de Hough recouvre toute une série de transformations qui ont toutes pour point commun de faire correspondre un plan des paramètres à un plan image [4]. La transformée de Hough présentée ici est celle pour la détection d'une droite. Une droite est définie par deux paramètres qui sont la pente et l'ordonnée à l'origine dans la représentation cartésienne, l'angle  $\theta$  et la distance  $\rho$  dans la représentation normale. La représentation normale est la plus utilisée car la valeur des paramètres  $\rho$  est bornée. La figure 1a illustre la représentation normale d'une droite définie dans le plan d'entrée par:

$$f(x,y) = 1 \text{ pour } (x,y) \in \rho_0 = x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0$$

$$f(x,y) = 0 \text{ dans les autres cas.}$$

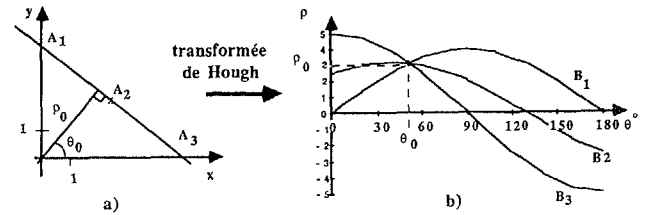


Figure 1: Principe de la transformée de Hough d'une droite définie en paramètres normaux. a) Image d'entrée. b) Domaine des paramètres.

$\rho_0$  est la plus courte distance entre la droite et l'origine et  $\theta_0$  est l'angle que forme  $\rho_0$  avec l'axe  $x$ . Le plan des paramètres est le plan  $(\theta, \rho)$  et la transformée de Hough fait correspondre à chaque point  $(x_i, y_i)$  du plan d'entrée une courbe sinusoidale dans le plan de sortie d'équation :

$$\rho = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta$$

Ainsi 3 points  $A_1, A_2, A_3$  appartenant à une droite de coordonnées  $(\theta_0, \rho_0)$  (Fig.1a) donneront 3 sinusoides, respectivement  $B_1, B_2, B_3$  (Fig.1b). Ces courbes se coupent au point de coordonnées  $(\theta_0, \rho_0)$  qui est détecté en appliquant un seuil sur le plan des paramètres.

## 3. Implantation optique de la transformée de Hough.

L'implantation optique de la transformée de Hough que nous avons réalisé est une application directe de la définition précédente. Un tel processeur de Hough est présenté par la figure 2 [11]. Notre processeur peut traiter des images de 256 par 256 points. L'image à traiter est visualisée sur un tube cathodique haute résolution ayant un diamètre de 2 pouces. Une valve à cristal liquide qui fait office de transducteur d'entrée est accolée sur ce tube, elle est lue par un faisceau laser. Ainsi une image cohérente de la figure à traiter est présente à l'entrée du processeur optique. Cette image est imagée par un jeu de deux lentilles sur une matrice d'hologrammes. Ce filtre holographique est réellement l'opérateur de Hough, il est composé par une matrice de 256 par 256 hologrammes de telle façon qu'à chaque point du plan d'entrée corresponde un hologramme. Lorsqu'il est éclairé par un point lumineux, chaque hologramme de coordonnées  $(x_i, y_i)$  dans la matrice restitue dans le plan de sortie (le domaine des paramètres) une sinusoidale d'équation

$$\rho = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta$$

Ainsi dans le plan de sortie il y aura la superposition de toutes les sinusoides restituées par les hologrammes éclairés par l'image d'entrée. Une caméra ou une matrice de photodétecteurs associés avec un dispositif de seuillage permettent de détecter des pics lumineux dus à l'intersection des sinusoides, déterminant ainsi les paramètres de la figure d'entrée. Ce processeur fonctionne à la vitesse du signal vidéo, ce qui permet pour de nombreuses applications comme la robotique de travailler en temps réel.

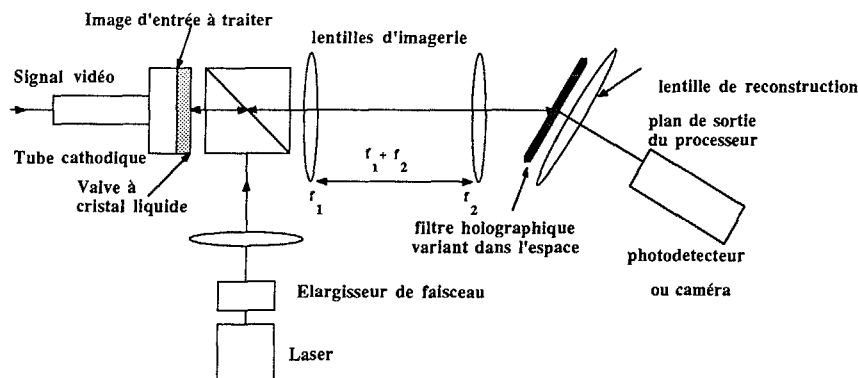


Figure 2: Processeur optique de Hough



Le filtre holographique de Hough est l'une des originalités de notre processeur optique. Nous avons réalisé un montage optique spécial pour l'enregistrer. C'est un montage classique d'holographie entièrement commandé par ordinateur qui allie la vitesse de l'optique pour le calcul des hologrammes, à la souplesse de l'ordinateur pour le contrôle du système et la génération de l'image à enregistrer dans l'hologramme. Chaque hologramme de la matrice a  $250\mu\text{m}$  de coté comme le montre la figure 3 qui représente une vue partielle de la matrice.

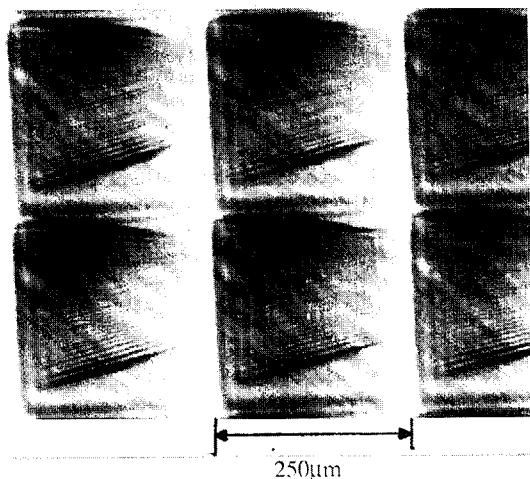


Figure 3: Vue microscopique de quelques hologrammes du filtre

#### 4. Détection de droites

Le processeur optique de Hough a été utilisé pour la détection en temps réel de droites. La figure 4a montre la simulation sur ordinateur de la transformée de Hough d'une droite, tandis que les figures 4b et 4c montrent la sortie du processeur optique avant et après seuillage, le point lumineux qui reste indique les paramètres de la courbe du plan d'entrée. Si le plan d'entrée est un ensemble de droites formant un sommet, leur transformée de Hough sera une suite de points lumineux appartenant à une courbe dont l'équation permet de déduire les coordonnées du sommet (Figure 5).

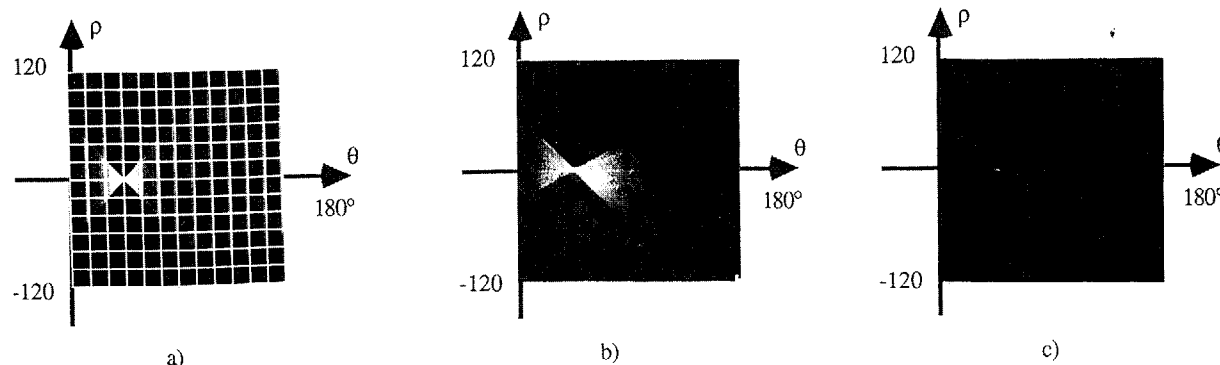


Figure 4: Détection des paramètres d'une droite définie en paramètres normaux par  $\rho = 0$  et  $\theta = 45^\circ$  ( $y=x$ ), Domaine des paramètres de la transformée de Hough: a) simulation sur ordinateur de la transformée de Hough; b) plan de sortie du processeur optique; c) plan de sortie du processeur optique après seuil, seul un point de coordonnées  $\theta = 45^\circ$  et  $\rho = 0$  subsiste.

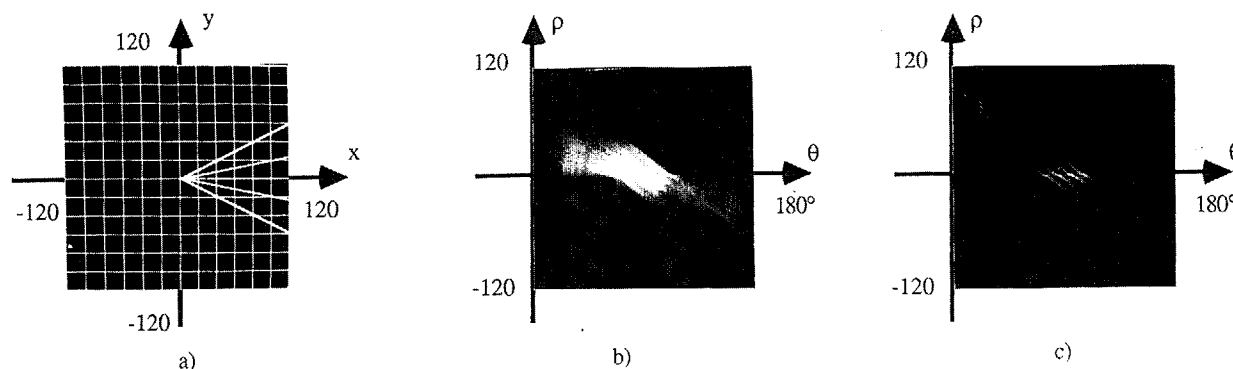


Figure 5: Détection des paramètres d'un sommet composé par 5 droites: a) Figure d'entrée les 5 droites ont pour sommet le point  $(x,y) = (0,0)$ . b) Plan de sortie du processeur optique; c) Plan de sortie du processeur après seuil, 5 points lumineux correspondent aux 5 droites du plan d'entrée. Ils sont alignés sur une droite  $\rho = 0$  dont l'équation correspond aux coordonnées du sommet.

#### 5. Détection de cercles et d'ellipses

La dimension de l'espace des paramètres est égale au nombre de paramètres des courbes à détecter. Ainsi par exemple, un cercle qui est défini par 3 paramètres ( coordonnées du centre, rayon ) a un espace des paramètres tridimensionnel. Ceci rend la détection des paramètres très délicate avec un processeur optique, et augmente l'espace mémoire nécessaire à l'implantation sur calculateur électronique. Divers travaux ont été présentés pour résoudre ce problème [12].

Nous présentons une méthode optique, qui permet de détecter les 3 paramètres d'un cercle dans un espace à deux dimensions avec le processeur de Hough réalisé. Si à la place d'une droite la figure d'entrée est un cercle, toutes les sinusoides engendrées par les points du cercle ne vont pas se couper en un point. Leur superposition sera donnée par l'intégrale suivante:

$$F(\theta, \rho) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy$$

avec  $f(x,y)$  la distribution de l'amplitude lumineuse dans le plan d'entrée,  $F(\theta, \rho)$  la distribution lumineuse dans le domaine des paramètres de la transformée de Hough, et

$\delta(\rho - x \cos \theta + y \sin \theta)$  la réponse impulsionnelle de l'hologramme  $(x,y)$ .

L'intégrale peut être calculée en remplaçant  $f(x,y)$  par l'équation d'un cercle. Sa résolution montre que dans le plan des paramètres pour  $\theta=0$ , les points seront situés sur un segment de droite de longueur  $2r$  centré en  $x_0$ ;  $r$  et  $x_0$  étant respectivement le rayon et l'abscisse du centre du cercle présent dans le plan image comme le montre la figure 6. De la même façon pour  $\theta=90^\circ$ , les points seront situés sur un segment de droite de longueur  $2r$  centré en  $y_0$ ;  $y_0$  étant l'ordonnée du centre du cercle. En analysant le plan de sortie à l'aide de deux barrettes de photodétecteurs, placées respectivement en  $\theta = 0$  et  $\theta = 90^\circ$ , il est simple de connaître les 3 paramètres du cercle présent dans le plan d'entrée.

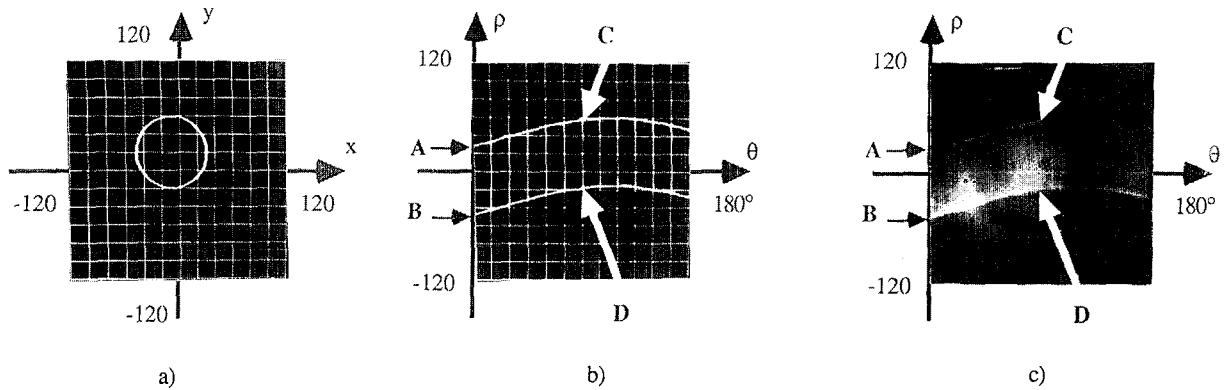


Figure 6: Détection des paramètres d'un cercle avec la transformée de Hough: a) image d'entrée d'un cercle de rayon  $r = 40$  et centré en  $(x_0, y_0) = (-10, 20)$ ; b) simulation du domaine des paramètres avec un ordinateur. Les paramètres du cercle sont déterminés à partir des coordonnées des points A, B, C, D. Des points A et B ayant respectivement pour coordonnées  $(0, 30)$  et  $(0, -50)$ , on extrait les paramètres  $r = 40$  et  $x_0 = -10$ . Pour C et D de coordonnées  $(90^\circ, 60)$  et  $(90^\circ, -20)$ , les paramètres détectés sont  $r = 40$  et  $y_0 = 20$ . c) Sortie du processeur optique à partir de laquelle les paramètres  $r = 40$ ,  $x_0 = -10$  et  $y_0 = 20$  peuvent être détectés.

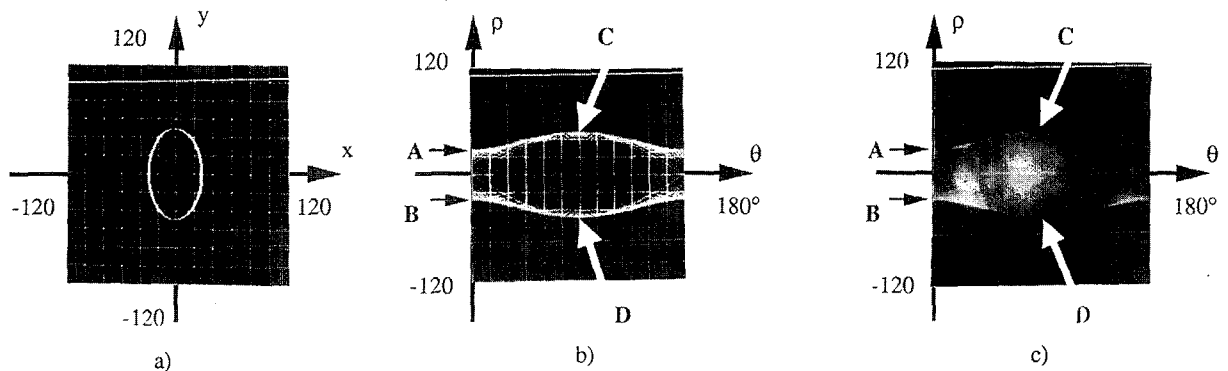


Figure 7: Détection des paramètres d'une ellipse avec la transformée de Hough: a) image d'entrée d'une ellipse d'axe  $a = 30$  et d'axe  $b = 50$ , et centré en  $(x_0, y_0) = (0, 0)$ ; b) simulation du domaine des paramètres avec un ordinateur. Les paramètres de l'ellipse sont déterminés à partir des coordonnées des points A, B, C, D. Des points A et B ayant respectivement pour coordonnées  $(0, 30)$  et  $(0, -30)$ , on extrait les paramètres  $a = 30$  et  $x_0 = 0$ . Pour C et D de coordonnées  $(90^\circ, 50)$  et  $(90^\circ, -50)$ , les paramètres extraits sont  $b = 50$  et  $y_0 = 20$ . c) Sortie du processeur optique à partir de laquelle les paramètres  $a = 30$ ,  $b = 50$ ,  $x_0 = 0$  et  $y_0 = 0$  peuvent être détectés.

Une ellipse est définie par 4 paramètres; les coordonnées du centre  $(x_0, y_0)$ , le grand axe et le petit axe. La procédure de détection des paramètres d'une ellipse est identique à celle des paramètres d'un cercle qui vient d'être décrite. Pour  $\theta = 0$ , les points seront situés sur un segment de droite de longueur  $2a$  centré en  $x_0$ ;  $a$  et  $x_0$  étant respectivement la taille de l'axe horizontal et l'abscisse du centre de l'ellipse présent dans le plan image comme le montre la figure 7. De la même façon pour  $\theta = 90^\circ$ , les points seront situés sur un segment de droite de longueur  $2b$  centré en  $y_0$ ;  $b$  et  $y_0$  étant respectivement la taille de l'axe vertical et l'ordonnée du centre de l'ellipse. La figure 7 montre la détection d'une ellipse simulée sur ordinateur et calculée par le processeur optique.

### Conclusions

Le processeur optique de Hough a permis de détecter en temps réel des figures composées de droites, cercles et ellipses dans des images de 256 par 256 points. Ce processeur pourrait être étendu à la détection de figures de 512 par 512 points en gardant la même vitesse de traitement. La vitesse est un des avantages du processeur optique sur le processeur électronique, ce dernier en revanche est plus précis car il est numérique tandis que le processeur optique est analogique. L'avenir du processeur optique passe par les applications où la vitesse est primordiale, comme la détection de la présence ou non d'un certain objet dans une scène. Le processeur peut servir alors de déclenchement, et être associé avec un calculateur numérique pour effectuer des traitements plus précis. Il est à noter que l'architecture de notre processeur optique permet, en utilisant un autre filtre holographique, de réaliser en temps réel d'autres opérations variantes dans l'espace telles que d'autres types de transformée de Hough, des transformées de coordonnées et des interconnexions optiques [11, 13].

### Remerciements

Les auteurs remercient l'Air Force Office of Scientific Research (AFSOR 85 0371) et l'Université de Haute Alsace pour leur soutien.

### Bibliographie

1. R.O. Duda and P.E.Hart, "Use of the Hough Transform to detect lines and curves in pictures" *Comm. ACM* **15**, 11 (1972)
2. D.H. Ballard, "Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes," *Pattern recognition* **13**, 111 (1981)
3. T.C.Henderson and W.S. Fai, "The 3-D Hough shape transform," *Pattern Recognition Lett.* **2**, 234 (1984)
4. H.Maitre, "Un panorama de la transformée de Hough," *Traitement du Signal*, **2**, 305 (1985)
5. J.C.Lahaye, A. Chehikian, "Localisation en temps réel par transformée de Hough", *Communication à la Semaine Internationale de l'Image Electronique/ deuxième Colloque Image, Nice Avril 1986*
6. M.T. Silberberg, "The Hough transform on the geometric arithmetic parallel processor", *Conf. IEEE Comp. Soc. Work. on Comp. Architecture for Pattern Analy. and Database Manag. Miami Beach 18-20 Nov 1985* p. 387
7. Sing H. Lee, "Optical Information Processing," S.H.Lee Ed. (Springer-Verlag, New York, 1981)
8. G. Eichmann and B.Z. Dong, "Coherent Optical Production of the Hough Transform," *Appl. Opt.* **22**, 830 (1983)
9. W.H. Steier and R.K. Shori, "Optical Hough Transform" *Appl. Opt.* **25**, 2734 (1986)
10. D.P. Casasent, J. Richards, "Optical Hough and Fourier processors for product inspection," *Opt. Eng.* **27**, 258 (1988)
11. P.Ambs, Y.Fainman, S.H.Lee, and J.Gresser, "Computerized design and generation of space-variant holographic filters. I: System design considerations and applications of space-variant filters to image processing," *Appl. Opt.* **27**, 4753 (1988)
12. D. Casasent and R. Krishnapuram, "Curved object location by Hough transformations and inversions," *Pattern Recognition* **20**, 181 (1987)
13. P.Ambs, Y.Fainman, S.Esener and S.H.Lee "Computerized design and generation of space-variant holographic filters. 2: Applications of space-variant filters to optical computing" *Appl. Opt.* **27**, 4761 (1988)