

Proposition d'architecture pour la reconstruction d'images et de volumes à partir de projections.

Christophe CAQUINEAU et Jean-Louis AMANS

CEA/IRDI/Division LETI
CENG 85 X F-38041 GRENOBLE Cedex

RÉSUMÉ

La reconstruction d'images et de volumes à partir de projections a été largement étudiée dans le domaine de l'imagerie médicale et industrielle. L'analyse de ces méthodes permet de différencier deux familles d'algorithmes: les algorithmes de projections et les algorithmes de retroprojections, dans différentes géométries d'acquisition. La mise en œuvre de ces algorithmes nécessitent une puissance de calcul importante. Nous présentons les résultats de l'étude conduite sur ces différents algorithmes en vue d'extraire une structure algorithmique commune. Puis nous proposons une mise en œuvre matérielle qui pourra être utilisée comme module de base dans différentes architectures de reconstruction d'images et de volumes.

SUMMARY

The image and volume reconstruction has been widely studied in the field of medical and industrial imaging. The analysis of these methods allows to distinguish two algorithm families: the projection algorithms and the retroprojection algorithms in various acquisition geometries. The implementation of these operations needs an high computational power. We present the result of the study about these various algorithms in order to extract a common algorithmic structure. Then, we propose an hardware implementation which will be used as a basic modulus within various image and volume reconstruction architectures.

1 Introduction

Le problème de la reconstruction d'une distribution bi ou tridimensionnelle à partir de projections est abordé dans de nombreux domaines scientifiques et médicaux. Les bases mathématiques de la théorie ont été proposées par Radon en 1917. En 1963, Cormack souleva l'importance de ce problème en radiologie; de même, différents problèmes en microscopie électronique trouvèrent une solution en s'appuyant sur ces travaux. A l'heure actuelle, outre l'imagerie médicale, de nombreux domaines s'y intéressent, notamment l'imagerie industrielle avec le contrôle non destructif.

Du point de vue mathématique, la reconstruction d'une fonction à partir de ses projections fait appel à deux grandes classes de méthodes caractérisées par le modèle conceptuel choisi:

- On peut considérer la fonction recherchée et les données de mesures comme dépendantes des coordonnées spatiales et des droites d'intégration; l'étude de l'approche de ce modèle continu, relève de la géométrie intégrale et de l'analyse fonctionnelle et aboutit aux méthodes de reconstruction de type analytique.

- Le problème peut être posé en terme de résolution d'équations linéaires, provenant de l'étude des relations entre les mesures et les données discrétisées de la fonction densité à reconstruire. Ce type de résolution est associé à la classe de méthode de type algébrique. L'utilisation de l'une ou l'autre des familles de méthodes dépend fortement de l'application et notamment des paramètres de l'acquisition: nombre de projections, précision des images à reconstruire, existence d'information a priori, ...

Deux classes de méthodes sont à distinguer dans la famille analytique; elles diffèrent de part leur schéma d'inversion:

- Les méthodes d'inversion directe qui à partir des mesures filtrées reconstruisent la fonction densité directement^{2,12,13}.
- Les méthodes d'inversion par synthèse qui transforment les mesures (transformée de Radon ou transformée de Fourier) avant toute inversion⁷.

De même, les algorithmes de la famille algébrique forment deux sous-classes:

- Les algorithmes de type itératif, dérivés des travaux de Kaczmarz, ont abouti à la réalisation de nombreux algorithmes citons ART(Algebraic Reconstruction Technics)^{3,10} et les dérivés SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technics)⁸ et ILST (Iterative Least-Squares Technics)¹.
- Les algorithmes de reconstruction directe ou DAM (Direct Algebraic Method)⁴.

Pour avoir une vue générale du problème, nous présentons succinctement, dans une première partie les différents algorithmes des familles analytique et algébrique. Suite à cette présentation, nous dégagerons les opérations communes qui sont exécutées lors de la mise en œuvre des programmes associés à ces algorithmes. Dans la troisième partie, nous précisons la quantité d'opérations ainsi que la complexité associée à ces algorithmes et nous proposerons une solution architecturale parallélisable commune à l'ensemble de ces algorithmes.

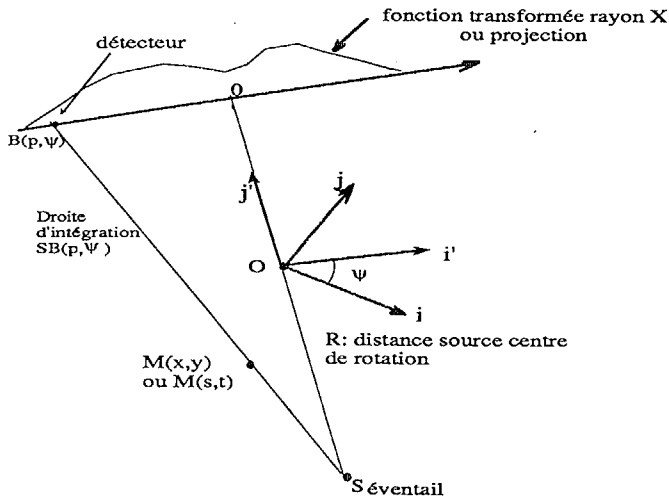


Fig. 1 Acquisition bidimensionnelle (géométrie éventail)

2 Méthodes de reconstruction d'images ou de volumes à partir de projections

Classiquement, les données acquises représentent après prétraitement, l'intégrale sur une droite de la fonction f bi ou tridimensionnelle à reconstruire. Le lieu de cette intégration est une image ou un volume. Nous noterons ici les données ainsi obtenues par la fonction $Xf(p,q,\psi)$, qui est la transformée rayon X de f ; ψ symbolise l'angle de la projection ou de la radiographie, p et q les coordonnées du détecteur. Les projections (fonction Xf) sont acquises selon différentes géométries caractérisées par le système d'acquisition (parallèle, éventail, conique). (Voir figures 1 et 2)

Méthodes analytiques

Classiquement, en 2D, les méthodes analytiques aboutissent au schéma bien connu filtrage-rétroprojection. L'implémentation de ces algorithmes, conduit à plusieurs étapes indépendantes:

- Pondération des projections Xf . (Obtention de la projection modifiée Yf). Cette étape se traduit par une opération de multiplication de Xf par un terme de positionnement angulaire du détecteur.

- Filtrage de Yf . Le filtre classique HD (Hilbert-dérivé) est en général apodisé pour régulariser le problème.

- Rétroprojection pondérée. Elle consiste à redistribuer l'information issue des projections aux pixels image appartenant à une droite d'acquisition.

Pour les méthodes analytiques de reconstruction 3D, les projections sont des fonctions bidimensionnelles appelées radiographies. Deux méthodes ont été considérées dans notre étude: l'algorithme dit éventail généralisé, et la méthode de reconstruction par "synthèse et inversion de la transformée de Radon" de P.Grangéat⁷. L'éventail généralisé, méthode dite directe issue des travaux de L.A Feldkamp², peut être interprétée comme une extension du schéma 2D présenté ci-dessus. La seconde méthode présente un schéma d'inversion original, qui génère en premier lieu la dérivée première de la transformée de Radon de la fonction f à reconstruire; l'obtention de cette transformée facilite le processus d'inversion final, qui se réduit à une série de rétroprojections 2D. Cette méthode se différencie principalement par une étape dite de sommation qui permet d'obtenir cette transformée.

Méthodes algébriques

Le problème de la reconstruction posé en terme de résolution d'équations linéaires conduit à la résolution d'un système du type $MX=y$, M étant la matrice (très creuse) de projection, x représen

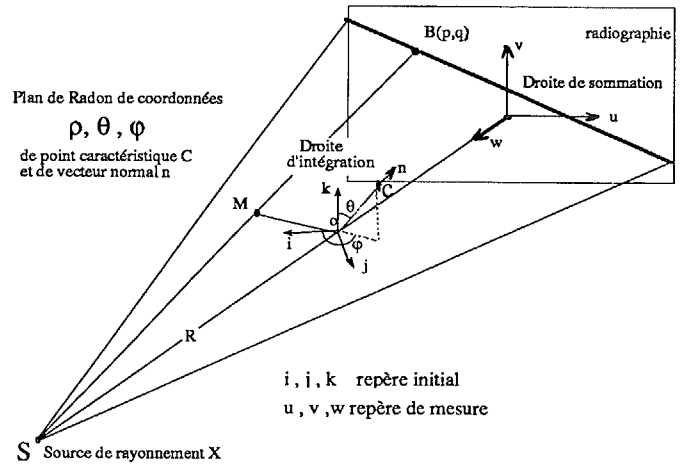


Fig 2 : Acquisition tridimensionnelle (géométrie conique)

tant l'image ou le volume recherché, et y le vecteur des projections Xf connues. Les bons résultats obtenus dans le cas d'un nombre faible de projections, ont encouragé les équipes de recherche dans la voie itérative.

Le principe consiste à modifier le contenu d'un pixel (ou voxel), en fonction de son contenu à l'itération précédente et d'une combinaison entre les valeurs de Xf réelles et synthétisées. Les différentes techniques ART, ILST, SIRT se différencient par la méthode de mise à jour des pixels. Elles peuvent utiliser une projection Xf associée (ART), parfois relaxée (ILST), ou la totalité (sinogramme complet) des données de projection (SIRT). Ces techniques itératives peuvent également différer de part le principe de la projection (pondérée ou non) et de la combinaison (additive ou multiplicative).

L'analyse des méthodes analytiques et algébriques de reconstruction d'images ou de volumes à partir de projections montre que les opérations de base sont la retroprojection et la projection. L'implémentation de ces opérations est étroitement liée à la géométrie d'acquisition.

3 Opérations de projections et de rétroprojections

La retroprojection (ou épandage) et la projection (ou la reprojec-tion) sont deux opérations basées sur des changements d'espace:

- dans la rétroprojection, l'espace projection est connu et l'espace image ou volume est à calculer,
- dans la projection, l'espace image ou volume est connu et l'espace projection est à calculer.

Les algorithmes de projection ou de rétroprojection se caractérisent par un ensemble de boucles imbriquées. Dans la suite, nous détaillerons les opérations effectuées dans la boucle de plus bas niveau: la boucle de base. Cette boucle de base est répétée N^3 fois (respectivement N^4 fois) lors de la reconstruction d'une image (respectivement d'un volume). L'ensemble des étapes caractérisant cette boucle se traduit, par le calcul d'une adresse dans l'espace connu, suivi du calcul de la contribution par une interpolation sur les données avoisinant cette adresse, et se termine par une opération de pondération de cette contribution. Ces 3 opérations mises en évidence précédemment sont exposées ci-dessous:

- Le calcul d'adresse. Cette opération consiste, en fonction de l'adresse d'un point de l'espace à calculer, à déterminer l'adresse du point correspondant dans l'espace connu. Le calcul d'adresse est étroitement lié à la géométrie d'acquisition et fait intervenir les formules affines de changement de repère. Ainsi, dans la mesure où on effectue un parcours prédéterminé de l'espace à calculer, l'évaluation de l'adresse peut se réduire à un calcul très simple faisant

appel à des coefficients précalculés.

Soit un point M dont on cherche à calculer la contribution apportée par une projection d'angle ψ (voir figure 1). Ce point est repéré par 2 couples de coordonnées dans le cas bidimensionnel: (x,y) dans le repère fixe et (s,t) dans le repère tournant. Dans le cas parallèle le calcul d'adresse revient à déterminer l'abscisse $s(x,y,\psi)$; pour une projection d'angle ψ , on peut montrer que 3 coefficients $\Delta x(\psi)$, $\Delta y(\psi)$, $s_0(\psi)$ suffisent à déterminer l'adresse s de n'importe quel point d'indice i et j de l'espace à calculer:

$$s(i,j,\psi) = i \Delta x(\psi) + j \Delta y(\psi) + s_0(\psi).$$

Dans le cas éventail, en utilisant la formule de conservation de l'angle d'acquisition que fait le droite SB(p,ψ) avec la droite SO. On obtient une formule du type:

$$p = \alpha. (s(i,j,\psi) / (R + t(i,j,\psi))).$$

Dans ce cas, par projection d'angle ψ , 3 coefficients sont nécessaires pour le calcul de s , et 3 pour le calcul de t .

Paradoxalement, pour les algorithmes éventail généralisé (rétroprojection et projection en géométrie conique), le traitement par colonne du volume à calculer (ensemble d'éléments parallèle à l'axe de rotation du système) facilite l'adressage dans la boucle de base. En effet, cet ensemble d'éléments se projette selon une droite parallèle à l'axe dirigé par k ou v (voir figure 2). Le calcul d'adresse est alors une fonction affine qui se traduit dans la boucle de base par une simple incrémentation identique au calcul d'adresse en géométrie parallèle.

L'opération de sommation quant à elle, peut se ramener à une projection parallèle (2D). Dans l'algorithme par synthèse et inversion de la transformée de Radon, cette opération doit être suivie par une étape de rééchantillonnage de l'espace de Radon.

L'étude de tous ces algorithmes révèle que le calcul d'adresse est une opération simple, qui se traduit par l'utilisation d'opération de type affine et de coefficients précalculés. Ce calcul peut être suivi le cas échéant d'une division généralisant ainsi l'ensemble des méthodes d'adressage. On peut noter que sous certaines conditions, l'opération de division peut s'implémenter efficacement à l'aide d'une table d'inverse.

-Le calcul de la contribution utilise les points avoisinant l'adresse précédemment calculée pour effectuer une interpolation. Les procédés d'interpolation usuels sont de type Plus Proches Voisins (PPV) ou interpolation linéaire. Généralement, la méthode du PPV conduit à suréchantillonner les projections pour éviter un mauvais comportement en haute fréquence. Ce suréchantillonnage, qui doit être effectué lors de l'opération de filtrage, entraîne une augmentation de la mémoire nécessaire au traitement des données. Pour ces raisons, nous préconisons comme Joseph⁵ et Crawford⁶, l'interpolation linéaire qui, nous le verrons plus tard, ne ralentit pas le processus de reconstruction.

-La pondération intervient dans les algorithmes de rétroprojection éventail ou conique (3D), et dans tous les algorithmes de projections (2D et 3D). Nous différencions 2 types de pondération:

- la pondération liée aux algorithmes de projections qui se traduit par un terme de pondération issu de l'évaluation du pas d'intégration numérique. Il fait intervenir le sinus ou le cosinus de l'angle que fait la droite d'intégration avec le repère image ou volume. Cette pondération peut donc être exécutée à l'extérieur de la boucle de base.

- la pondération associée aux algorithmes de rétroprojection doit, a contrario, faire partie intégrante de la boucle de base. En effet, dans ce cas, la pondération est fonction des coordonnées du voxel traité, et fait appel à des informations issues du calcul d'adresse.

La reconstruction éventail 2D (au niveau adressage et pondéra-

tion) généralise l'ensemble des algorithmes présentés ci-dessus. L'ensemble des opérations de la boucle de base de cet algorithme fera l'objet de notre proposition.

4 Proposition d'architecture et parallélisation

Le volume de données à traiter, et la complexité algorithmique, qui caractérisent les méthodes de reconstruction, en font un problème nécessitant le développement de machines spécifiques. Des processeurs de rétroprojection bidimensionnelle spécifiques ont été réalisés dans le cadre de systèmes tomographiques. Par exemple, la société Star Technology¹⁶ diffuse un rétroprojecteur (géométrie éventail) associé à un processeur vectoriel; le CEA/D.LETI¹⁵ développe une famille de projecteur-réprojecteur pour ses activités en tomographie (imagerie médicale et industrielle). L'ensemble de ces produits sont, de part leur conception, liés à une géométrie d'acquisition et figés quant aux tailles et aux dynamiques de données. D'autres études ont été également proposées, citons l'architecture cellulaire développée au sein d'une équipe de l'INPG¹⁴. Néanmoins, aucune solution satisfaisante n'a été proposée pour la mise en œuvre d'algorithme de reconstruction tridimensionnelle.

Les algorithmes de reconstruction de volume sont d'ordre N^4 (N étant la dimension caractéristique du volume); devant l'exaspération croissante des tailles de données, l'aspect temps de calcul devient de plus en plus important. Prenons l'exemple de la reconstruction, par l'algorithme éventail généralisé, d'un volume de taille 256^3 à partir de 512 projections. L'utilisation d'une machine vectorielle de type CONVEX C210 munie d'une mémoire de 128 Moctet conduit à un temps de reconstruction de 5H30. Pour des machines monoprocesseur conventionnelles de type SUN4 (128 Mo.) ou DEC 8700 (80Mo.), les temps de reconstruction, respectivement de 44H et de 28H, sont rhédictoires. La recherche d'une plus grande résolution passera nécessairement par une augmentation de la taille des volumes traités et donc, du temps de calcul. La mise en œuvre d'architecture spécialisée dans le cadre de la reconstruction de volumes est indispensable et des temps de reconstruction acceptables ne seront obtenus qu'au prix d'une solution parallèle.

Comme le montre l'exemple ci-dessus, la solution naturelle qui consiste à utiliser un processeur vectoriel conduit à un rapport prix/performance élevé. L'utilisation de circuit spécialisé de traitement d'image peut se révéler une solution efficace tant que les opérations à effectuer (calcul d'adresse, calcul de la contribution) sur les voxels sont simples; par exemple, des circuits de rééchantillonnage d'image¹⁷ pourraient convenir pour des opérations en géométrie parallèle mais avec des précisions et des cadences relativement faibles. Par contre, dans les algorithmes de type éventail, les aspects pondération ne peuvent être pris en compte.

Pour cette application, les processeurs de traitement du signal (DSP-architecture RISC) ont été évalués par le biais de simulateur. Les performances sont loin de celles qu'on pourrait attendre a priori, car ces architectures sont spécialisées pour des opérations de type produit scalaire et donc peu adaptées à nos algorithmes. En effet, l'aspect séquençage des calculs à effectuer ainsi que l'aspect accès aux données et aux coefficients, sont des paramètres qui viennent diminuer l'efficacité de tels processeurs. Par contre, l'avantage certain d'une telle solution, est la reconfigurabilité et la souplesse d'utilisation.

La solution que nous proposons ici, comporte une série de composants discrets (unités arithmétiques et multiplieurs) qui, à l'aide de mémoires à topologie figée, permet d'atteindre des performances élevées (de l'ordre de 100ns par contribution). Chaque opération (calcul d'adresse, interpolation linéaire,...) est exécutée par un ensemble d'entités pipe-lines. Un tel système peut s'identifier à un pipe-line complet contrôlé par une unité dont nous n'exposons pas l'aspect système et architecture mémoire; ceci fera l'objet d'une publication ultérieure.



Description du Pipe-line

L'architecture pipe-line que nous présentons ci-dessous (Voir figure 3) se scinde en deux parties: la partie génération d'adresse qui manipule des données entières et la partie calcul proprement dite (calcul de la contribution, pondération) qui ne travaille que sur des données de type flottant (le type flottant est nécessaire, vue la dynamique des données mises en jeu). Chaque entité de ce module accepte et fournit une donnée tous les cycles; après remplissage du pipe-line, la cadence est donc d'une contribution par cycle.

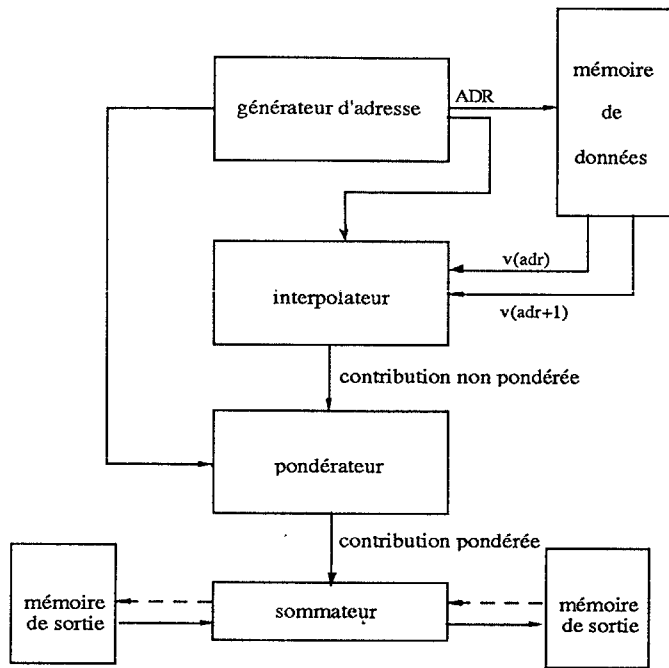


Fig.3 : Schéma bloc du pipe-line de reconstruction

Dans le cas parallèle, l'opérateur de calcul d'adresse est un incrémenteur muni de 2 registres A et ΔA qui fournit une adresse ADR à chaque cycle: $ADR = A + i * \Delta A$ (i étant l'indice de l'itération en cours). Cette adresse réelle est utilisée, d'une part pour extraire les données, et d'autre part pour générer le coefficient d'interpolation. Dans le cas de la géométrie éventail, le générateur d'adresse nécessite l'ajout d'une deuxième cellule incrémentale et d'un "système diviseur" (table d'inverse). De plus dans ce cas, le générateur délivre l'adresse du coefficient de pondération.

En vue de réaliser une interpolation linéaire, la structure de la mémoire fournit pour une même adresse, 2 données consécutives. L'interpolateur effectue, à l'aide des données $v(adr)$, $v(adr+1)$, et d'un coefficient, le calcul d'une contribution non pondérée; le coefficient d'interpolation provient d'une table interne qui transpose une donnée entière (adresse) en une donnée flottante (coefficient). L'adresse de ce coefficient est issue des bits les moins significatifs de l'adresse des données. Une interpolation du type PPV peut être également supportée par cette architecture.

Le pondérateur réalise une multiplication entre la donnée issue de l'interpolateur et un coefficient de pondération dont l'adresse provient du générateur d'adresse. Enfin, le sommeur permet d'ajouter la contribution ainsi pondérée au voxel traité. La zone de données de sortie est constituée de 2 bancs mémoire travaillant en ping-pong. De part la cadence imposée à un tel système, la taille des mémoires à accès rapide est nécessairement limitée. Une architecture mémoire hiérarchisée sera donc indispensable.

Considérant ce module comme un processeur élémentaire, on peut envisager diverses solutions de parallélisation, de type SIMD, en fonction du partitionnement des données d'entrée et de sortie. Le mode de parallélisation choisi dépendra essentiellement du type de hiérarchisation (organisation) de la mémoire.

Avec un tel module, la reconstitution d'un volume numérique de

256^3 à partir de 512 projections, nécessiterait un temps de 15 minutes. En effet, considérant un temps (réaliste) de 100nS par contribution, une radiographie numérique est traitée en $256^3 * 100nS$, soit 15 minutes pour 512 projections bidimensionnelles. Ce temps ne tient pas compte des différentes initialisations de calcul et de transfert. Bien que disposant d'un module performant, une parallélisation physique importante est nécessaire pour atteindre des performances acceptables.

Conclusion

Les algorithmes de reconstruction d'images sont caractérisés par leurs complexités algorithmiques d'ordre élevé et par les importants volumes de données mises en jeu. Ceci a motivé, dans le cas bidimensionnel, des études qui ont abouti au développement de processeurs spécialisés et spécifiques d'un problème donné. Mais, aucune solution architecturale performante englobant l'ensemble des algorithmes de reconstruction (projection, retroprojection, en géométrie parallèle, éventail et conique), n'a été proposée jusqu'à présent. Le module présenté ici, se caractérise par des performances élevées et une souplesse qui autorise un large choix aussi bien en ce qui concerne la géométrie que la méthodologie de reconstruction. La parallélisation physique de tels modules conduira à des temps de traitement acceptables pour la reconstruction de volumes à partir de projections.

Bibliographie

- (1) M.Goitein: "3D reconstruction from a series of 2D projections", Nuc.Inst.&Met. 101, 509-518, 1972.
- (2) L.A.Feldkamp et coll: "Practical cone-beam algorithm", J. Opt. Soc. Am., 1 (6), 612-619, 1984.
- (3) J.G.Colscher: "Iterative 3D image reconstruction from tomographic projections", Comp. Grap.Im.Proc., 6, 513-537, 1977.
- (4) D.Girard: "Les méthodes de régularisation optimale et leurs applications en tomographie", Thèse INPG, 1984.
- (5) P.M Joseph: "An improved algorithm for reprojecting rays through pixel images", IEEE Trans. on Med.Im.,3,192-196,1982.
- (6) C.R Crawford: "Reprojection using a backprojector", Medical Physics, 1986.
- (7) P.Grangeat: "Analyse d'un système d'imagerie 3D par reconstruction à partir de radiographies X en géométrie conique", Thèse ENST, 1987.
- (8) P.Gilbert: "Iterative methods for 3D reconstruction of an object from projections", J.Theo.Biol, 36, 105-117, 1972.
- (9) G.T Herman et coll: "Iterative reconstruction algorithms", Comp.Biol.Med, Vol 6, 273-294,1976.
- (10) G.T Herman et coll: "ART: Mathematics and applications", J. Theo.Biol., Vol 42, 1-32, 1973.
- (11) G.T Herman et coll: "A storage-efficient algorithm for finding the regularized solution of a large, inconsistent system of equations", J.Inst. Math.Phy., Vol 25, 361-366, 1980.
- (12) G.T Herman: "Image reconstruction from projections. The fundamentals of C.T.", Academic Press, 1980.
- (13) C.Roux: "Contribution à l'étude d'un système d'imagerie cardiaque en tomographie axiale transverse par rayons X", Thèse INPG, 1980.
- (14) P.Lattard & G.Mazzaré: "Parallel image reconstruction by using a dedicated asynchronous cellular array", Parallel processing, Inter. Conference, U. Leeds, UK, 1988.
- (15) L.Chabanas: "Architecture d'un rétroprojecteur parallèle", Note interne D.LETI, 1988.
- (16) Star Technology: "Documentation technique sur le retroprojecteur", 1987.
- (17) TRW: "Documentation technique du circuit de rotation et de rééchantillonnage d'image: TMC 2301", 1988.