

MODELISATION NUMERIQUE D'UN MILIEU MULTICOUCHE

HERAULT Jean-Pierre, GAZANHES Claude

LABORATOIRE DE MECANIQUE ET D'ACOUSTIQUE
31, Chemin Joseph-Aiguier - 13402 MARSEILLE cedex 09

Téléphone : 91224000 Téléfax : 91220875

RESUME

La transmission acoustique en incidence oblique à travers un milieu stratifié est traitée à l'aide d'un formalisme matriciel en s'intéressant à trois cas de figure : cas général du milieu à couches solides élastiques, puis cas du milieu à couches fluides et finalement cas du milieu dont la dernière couche est un solide semi-infini. L'étude de ces trois cas permet d'envisager la modélisation géoacoustique d'un profil océanique schématisé par un fond marin stratifié, surmonté d'une épaisse couche d'eau.

SUMMARY

The transmission of an elastic wave at oblique incidence through a stratified medium is studied by a matrix formalism in minding three cases : the first one is the multilayered solid medium , the second one is the multilayered fluid medium and the third one is the medium composed with n layers including the last which is assumed to be semi-infinite. Finally, the geoacoustic sea bottom model, consisting in a layering of sediments sandwiched between a semi-infinite layer (basement) and a thick layer (water), is studied.

INTRODUCTION

Dans le but d'étudier la propagation acoustique sous-marine par le biais d'une simulation expérimentale sur modèles réduits on considère le comportement d'un milieu multicouche , sollicité par une onde plane en incidence oblique et transmise à travers ledit milieu composé d'un nombre quelconque de strates parallèles et homogènes d'épaisseur et de nature différentes.

Le comportement du milieu est analysé d'un point de vue acoustique en utilisant *le formalisme matriciel* de Thomson (matrices de couches) qui, d'une part se prête bien au calcul numérique effectué sur ordinateur et d'autre part présente l'avantage sur la méthode classique (annulation du déterminant d'un système d'équations) d'éviter la réécriture fastidieuse des équations dans l'éventualité où une nouvelle couche est intro-



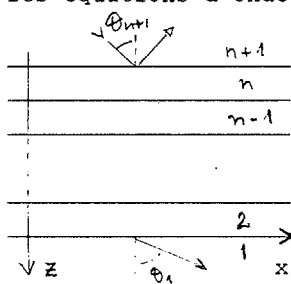
duite.

On envisage ici successivement : le cas général de la couche solide élastique , puis le cas de la couche fluide et enfin celui où la dernière couche est semi-infinie. Ces trois aspects permettent de modéliser le fond marin par un socle rocheux plan de type élastique recouvert de couches sédimentaires planes de type fluide, le tout étant surmonté d'une épaisse couche d'eau.

I. CAS GENERAL DU MILIEU A COUCHES SOLIDES ELASTIQUES.

L'étude théorique du milieu à n couches (n étant arbitraire) est menée, dans son principe , de la façon suivante : on calcule d'abord la matrice relative à une couche solide, puis le calcul est étendu à n couches par une méthode basée sur des formules de récurrence liant une couche à la couche voisine.

En appliquant les équations d'onde faisant intervenir les potentiels acoustiques à un tel milieu on aboutit, par des conditions aux limites relatives aux vitesses v et aux contraintes Z existant aux interfaces de couches , à un système matriciel fonction du nombre n de couches considérées de la forme :



$$(1) \quad (\vec{v}_x^n, \vec{v}_z^n, Z_z^n, Z_x^n) = a_n, a_{n-1}, \dots, a_2 (\vec{v}_x^1, \vec{v}_z^1, Z_z^1, Z_x^1)$$

Cette relation (1) montre que les grandeurs $\vec{v}_x^n, \vec{v}_z^n, Z_z^n$ et Z_x^n de la couche solide n sont liées aux grandeurs $\vec{v}_x^1, \vec{v}_z^1, Z_z^1$ et Z_x^1 de la couche solide 1 par le produit des matrices des couches solides a_n, a_{n-1}, \dots, a_2 que l'on pose égal à la matrice A_n . La relation (1) s'écrit donc plus brièvement selon :

$$(\vec{v}_x^n, \vec{v}_z^n, Z_z^n, Z_x^n) = A_n (\vec{v}_x^1, \vec{v}_z^1, Z_z^1, Z_x^1)$$

En effectuant le produit matriciel A_n des n couches d'épaisseur et de nature données et en appliquant les conditions d'ondes libres (ou modes propres) qui sont données par :

$$(2) \quad \text{Réel}(M_{32}) + \text{Imag}(M_{32}) = 0$$

où
$$M_{32} = A_{31} A_{42} - \frac{A_{32} A_{41}}{A_{41}}$$
 (les A_{nn} étant les éléments de la matrice A_n)

on caractérise le milieu par un réseau de courbes Vitesse de phase = f(Fréquence), solutions de l'équation (2) pour différents modes.

La figure 1 illustre l'exemple d'un milieu à 3 couches laiton-aluminium-acier de mêmes épaisseurs ($d_1=d_2=d_3=2\text{mm}$), la recherche des points-solution étant effectuée par la méthode de Newton.

II. CAS DU MILIEU A COUCHES FLUIDES

Lorsque la couche devient fluide, le potentiel vecteur Ψ et la contrainte tangentielle Z_x s'annulent ainsi que le coefficient μ et par conséquent la célérité transversale b.

En utilisant la même procédure de calcul que pour le milieu à couches solides, on aboutit de nouveau à un système matriciel de même type que celui de la relation (1) mais où les matrices a_n, a_{n-1}, \dots, a_2 sont naturellement différentes.

En exprimant en fonction de l'angle θ , de l'onde acoustique incidente et de la célérité longitudinale c dans la couche fluide considérée , la matrice a_n pour la couche n s'écrit selon la relation (3) ci-dessous :

$$[a_n] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos P & -i \cos \theta \sin P / \rho c & 0 \\ 0 & -i \rho c \sin P / \cos \theta & \cos P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La condition de solution pour l'obtention du réseau $V_{ph} = f(\text{Fréquence})$ est toujours fournie par la relation (2).

Un exemple de milieu à deux couches (doublet fluide/solide) est donné en fig.2 : le fluide est constitué d'une couche d'eau de 2 mm tandis que le solide est une couche d'aluminium de 5 mm. Lorsque l'épaisseur du fluide diminue , le nombre de modes diminue, la vitesse de phase tendant vers la vitesse de Rayleigh; l'onde se propage à l'interface métal/air . D'autre part , à l'interface métal/fluide se propage l'onde de Scholte dont la vitesse est inférieure à la vitesse caractéristique du milieu fluide.

III. CAS DU MILIEU A DERNIERE COUCHE SEMI-INFINIE.

A présent , envisageons le milieu constitué de strates parallèles d'épaisseurs finies mais reposant sur un substrat solide élastique d'épaisseur très grande: schématiquement on se trouve alors en présence d'un milieu à couches discrètes où la dernière est semi-infinie.

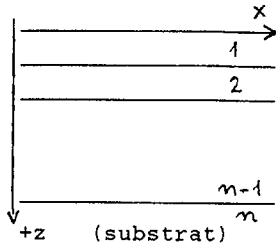
D'un point de vue acoustique la couche semi-infinie implique qu'aucune énergie réfléchi ne provient du fond , de sorte que les potentiels scalaire réfléchi Φ'' et vec-

teur réfléchi Ψ'' sont nuls (absence de sources à l'infini) ; de plus il n'y a pas de contraintes en surface libre . Dans ces conditions on peut écrire :

$$(4) \quad (\Phi', \Phi'', \Psi', \Psi'') = J (v_x^1, v_z^1, 0, 0)$$

où $J = E^{-1}A$

la matrice A représente comme précédemment le produit des matrices a_{n-1}, \dots, a_1 alors que E^{-1} désigne la matrice inverse liant les potentiels incidents Φ' et Ψ' aux vitesses v et



contraintes Z de la couche 1. En explicitant (4) et en éliminant Φ' et Ψ' par différence, on aboutit à :

$$(5) \quad -(v_x^1/v_z^1) = K/L = M/N$$

où K, L, M et N sont des expressions complexes.

La condition de solution permettant d'obtenir le réseau $V_{ph} = f(\text{Fréquence})$ est maintenant donnée par $K.N - L.M = 0$ pour le milieu à dernière couche semi-infinie.

L'exemple graphique d'un tel cas est représenté dans le paragraphe suivant: modélisation géoacoustique.

IV. MODELISATION GEOACOUSTIQUE.

Les trois sections précédentes nous amènent à aborder la conception d'un modèle géoacoustique sous la forme d'un profil océanique constitué d'un fond marin stratifié surmonté d'une couche d'eau suffisamment épaisse.

A titre d'exemple, on étudie le profil océanique à quatre couches (trois couches discrètes d'épaisseurs finies et une couche semi-infinie) dont la modélisation est réalisée en considérant un socle rocheux plan de type élastique (substrat de gneiss semi-infini) recouvert de deux couches sédimentaires planes de type fluide (l'une de sable, l'autre d'argile), le tout étant surmonté d'une couche d'eau d'une épaisseur importante en regard de celles des couches sédimentaires. Il s'agit d'un modèle à douze paramètres (ρ_0, c_0, e_0 pour le milieu marin; ρ_1, c_1, e_1 pour le 1er sédiment fluide (argile); ρ_2, c_2, e_2 pour le 2ème sédiment fluide (sable); ρ_s, c_s, c_T pour le socle rocheux de gneiss).

Un programme de calcul a été élaboré sur ordinateur en prenant en compte la matrice (3) successivement pour l'eau, l'argile et le sable d'une part et la relation $K.N - L.M = 0$ pour obtenir la condition de solution (cas de la dernière couche semi-

infinie) d'autre part; c'est pourquoi les paramètres du gneiss ont été introduits dans le calcul des expressions complexes K, L, M et N . Dans ces conditions, on obtient le réseau de courbes $V_{ph} = f(\text{Fréquence})$ représenté sur la figure 3; on y constate la présence de nombreux modes dus à l'importance de l'épaisseur du milieu fluide et par ailleurs on peut remarquer la dépendance de la vitesse initiale (pour le mode symétrique d'ordre 0) à la nature du substrat.

V. CONCLUSION

Cette étude permet de caractériser par la dispersion de vitesse de ses différents modes le milieu multicouche dans ses trois aspects (couche solide élastique, couche fluide, couche solide semi-infinie).

La modélisation géoacoustique d'un profil océanique a été conçue et calculée numériquement dans l'hypothèse où l'on peut subdiviser le milieu en n couches discrètes sensiblement parallèles et de nature homogène.

Naturellement, on s'est placé ici dans le cas de l'étude du problème direct, c'est-à-dire que la connaissance du milieu stratifié par le dénombrement et la nature de ses couches permet de calculer la réponse en célérité (vitesse de phase) et ultérieurement en réflexion du milieu.

Dans une perspective expérimentale on cherchera à simuler le profil océanique en reproduisant au mieux les composantes du fond marin grâce à l'utilisation de matériaux composites mettant en oeuvre un liant (résine synthétique) et une ou plusieurs charges (poudre de métaux ou microbilles de verre), l'intention étant d'obtenir des produits aux propriétés acoustiques variables en fonction des différents constituants.

L'intérêt de ces modèles géoacoustiques est de reproduire à échelle réduite la propagation acoustique dans des fonds marins en vue d'applications à des domaines tels que géologie, prospection "offshore", structure de milieux marins, sismologie.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BREKHOVSKIKH L.M. Waves in layered media. Academic Press, New York, 1960
- [2] EWING W.M., JARDETZKY W.S., PRESS F. Elastic waves in layered media. McGraw-Hill. 1957



- [3] FU C.Y. Studies on seismic waves: II. Rayleigh waves in a superficial layer. Geophysics. 1946, 11.
- [4] HASKELL N.A. The dispersion of surface waves on multilayered media. Bulletin of the Seismological Society of America. 1953, 43, n° 1.
- [5] JONES J.P. Wave propagation in a two-layered media. Journal of Applied Mechanics. June 1964.
- [6] LINDSAY R.B. Filtration of oblique elastic waves in stratified media. J.A.S.A. 1939, vol. 11.
- [7] REISSNER H. Der senkrechte und schräge Durchtritt einer in einem flüssigen Medium erzeugten ebenen Dilatations - (Longitudinal) - Welle durch eine in diesem Medium befindliche planparallele feste Platte. Helv. Phys. Acta. 1938, vol. 11.
- [8] SATÔ Y. Mathematical study of the propagation of waves upon a stratified medium. Bull. Earthquake Research Inst. (Tokyo) 1949, vol. 26.
- [9] SEZAWA K. Dispersion of elastic waves propagated on the surface of stratified bodies and on curved surfaces. Bull. Earthquake Res. Inst. Tokyo. 1927, vol. 3.
- [10] THOMSON W.T. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. Jour. Appl. Phys. 1950, vol. 21.
- [11] TOLSTOY & CLAY Ocean acoustics: theorie and experiment in under-water sound. McGraw-Hill.
- [12] VIKTOROV I.A. Rayleigh and Lamb waves. Plenum Press. 1967.

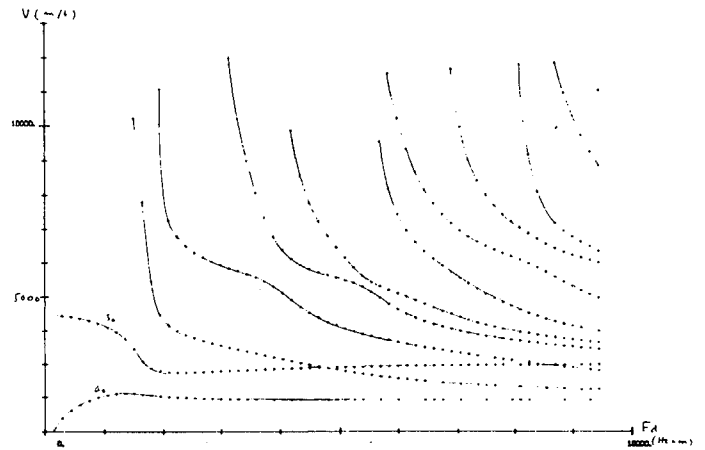


Figure 1. Courbes de dispersion $V_{ph} = f$ (Fréquence.épaisseur) pour le milieu stratifié :
Laiton (d=2mm) - Aluminium (d=2mm) - Acier (d=2mm)

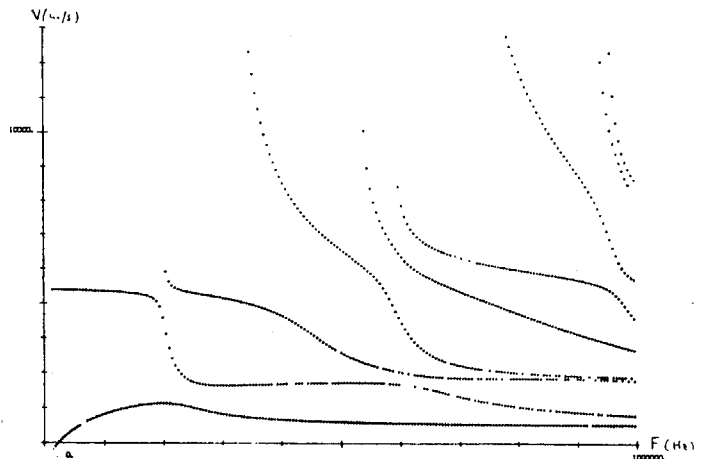


Figure 2. Courbes de dispersion $V_{ph} = f$ (Fréquence) pour le milieu stratifié à 2 couches :
Eau (2 mm) - Aluminium (5 mm)

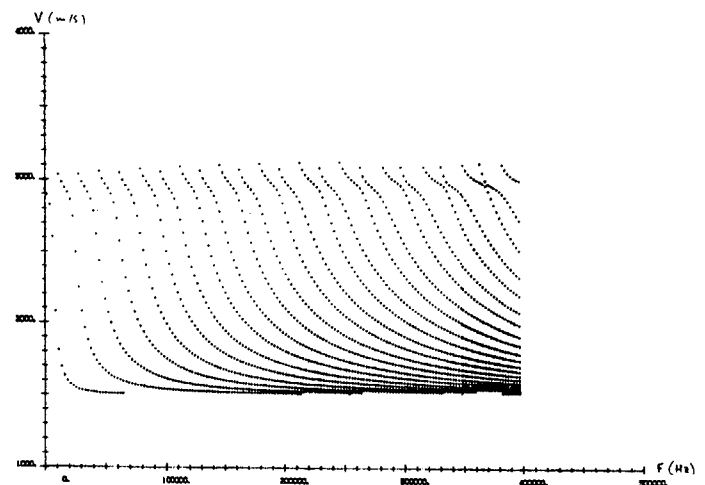


Figure 3. Courbes de dispersion $V_{ph} = f$ (Fréquence) pour le milieu stratifié à 3 couches fluides Eau(50mm)-Argile(0.4mm)-Sable(5mm) sur substrat semi-infini de gneiss