

## Analyse de Signaux d'Accélérométrie pour la détection de défauts d'engrenage

K. Drouiche\*, M. Sidahmed\*\*, Y. Grenier\*

(\*) Télécom-Paris, Dépt. Signal, 46, rue Barrault, 75634 Paris Cedex 13

(\*\*) CETIM, 52 Avenue Félix Louat, 60300 SENLIS

### Résumé

Dans cet article, nous présentons des applications de techniques de traitement du signal pour le diagnostic précoce de l'écaillage dans les dentures d'engrenages. Nous présentons tout d'abord une méthode de détection de non-stationnarités utilisant la modélisation AR adaptative, ensuite est présenté le test de sphéricité. Des essais sont effectués sur des signaux vibratoires recueillis sur des machines tournantes du CETIM. Enfin les performances du détecteur, basé sur le test de sphéricité sont analysées.

### I. Introduction

Certains défauts dans les machines tournantes sont caractérisés par des chocs se traduisant par des non-stationnarités locales sur les signaux vibratoires. L'anomalie (l'instationnarité) est portée par un signal dont la durée n'excède pas le temps d'engrènement d'une dent qui est relativement bref. C'est la raison pour laquelle il faut utiliser des outils du traitement du signal capables de suivre dans le temps des changements rapides de caractéristiques. Plusieurs techniques existent pour la détection de non-stationnarités (voir [1], [5]). Deux types de méthodes ont été testées. La première étant l'analyse de l'énergie de l'erreur de prédiction résultant d'un modèle autorégressif adaptatif. Nous savons qu'un tel modèle ajuste ses paramètres au fur et à mesure que le système évolue dans le temps. S'il se produit un changement dans le système (saut de modèle par exemple) l'algorithme tentera d'ajuster à nouveau les paramètres afin d'identifier au mieux (critère oblige) le nouveau modèle. Dans le cas d'une telle éventualité, le passage du premier modèle au second modèle ne saurait se faire sans une perturbation plus ou moins notable sur l'énergie de l'erreur, puisqu'il faut un certain temps (retard) pour que les nouveaux paramètres soient estimés.

La seconde technique utilisée est le test de sphéricité [7], plus connu en statistique. Il se prête parfaitement à la détection de changement de statistique (en l'occurrence changement de caractéristiques) d'un processus. Lors de l'engrènement de la dent défectueuse, les caractéristiques du signal vibratoire se trouvent affectées. Le test de sphéricité est une technique susceptible de mettre en évidence un tel changement et permettra donc de le détecter. Nous opérons à l'aide du test de sphéricité une comparaison entre deux matrices de covariance, l'une estimée sur un signal global correspondant à un tour de l'engrenage et la seconde estimée sur le signal limité à l'engrènement d'une dent.

Nous pouvons ainsi mesurer l'ampleur des changements des caractéristiques du signal, survenus sur une dent quelconque par rapport aux caractéristiques de la référence qui est le tour de roue.

### II. Analyse de non-stationnarités locales

Dans le cas de signaux non-stationnaires [5], il est impératif de tenir compte de l'évolution des caractéristiques du

### Abstract

This paper deals with signal processing techniques for non-destructive fault detection on gears. First we describe an adaptive AR method, then the sphericity test is presented. Their performance is evaluated on vibratory signals provided by CETIM (on industrial rotating machineries). The results indicated that the sphericity test outperformed the AR method, by scoring a high detection rate, 90% to 100% of cases.

système étudié dans le temps. En général cette adaptation consiste à mettre l'accent sur les données les plus récentes. Un moyen de réaliser cela est l'introduction d'une fenêtre glissante délimitant ainsi les données à analyser, ou un facteur d'oubli permettant d'estomper les données lointaines au profit des données récentes. Il existe une grande variété de critères et algorithmes possibles; ceux-ci dépendent des applications et des hypothèses retenues.

### II.1 Filtrage adaptatif avec facteur d'oubli structure en treillis

Une modélisation autorégressive consiste à associer à la séquence de signal  $x_n$ ,  $n = 0, \dots, N$ , un jeu de paramètres  $a_i$  tel que :

$$x_n + \sum_{i=1}^p a_i x_{n-i} = e_n \quad (2.1)$$

où  $e_n$  est l'erreur de prédiction linéaire, dont on minimise l'énergie. La structure en treillis [6] est souvent utilisée car plus facile à mettre en oeuvre mais aussi et surtout parce qu'elle combine la récurrence temporelle et la récurrence sur l'ordre et qu'elle facilite le test de stabilité du modèle ( $|k_i| < 1$ ), particulièrement lorsque celui-ci est variable dans le temps. L'adaptation s'effectue par l'introduction d'un facteur d'oubli exponentiel  $\lambda$  ( $0 < \lambda < 1$ ), ceci est préférable à la fenêtre glissante, avec laquelle le risque encouru est la réception et l'expulsion de la fenêtre d'informations équivalentes et cela au même instant; il s'en traduirait évidemment un effet nul sur l'évolution des paramètres du modèle.

### III. Test de Sphéricité

Le test de sphéricité [7] constitue un test d'hypothèse d'égalité de deux matrices de covariance de deux processus aléatoires gaussiens indépendants. Plus précisément étant donné  $N$  vecteurs d'observations  $x_1, x_2, \dots, x_N$  de dimension  $p$



d'un processus aléatoire gaussien  $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$ , il s'agit de tester l'hypothèse,  $H : \Sigma = \sigma^2 \mathbf{I}$ , où  $\mathbf{I}$  est la matrice unitaire de dimension  $p$ ,  $\sigma^2$  un facteur de proportionnalité. L'hypothèse  $H$  est vérifiée si et seulement si les racines  $\phi_i$  de l'équation :  $|\Sigma - \phi \mathbf{I}| = 0$  sont identiques [8]. Cette condition est équivalente à dire que la moyenne arithmétique des racines  $\phi_i$  est égale à leur moyenne géométrique, soit :

$$\frac{\prod \phi_i^{1/p}}{\frac{\sum \phi_i}{p}} = \frac{|\Sigma|^{1/p}}{\frac{\text{Tr}\Sigma}{p}} = 1 \quad (3.1)$$

D'une manière générale l'hypothèse  $H$  est plus souvent énoncée sous la forme :

$$\Sigma = \sigma^2 \Sigma_0 \quad \text{où nous disposons des observations } \mathbf{x}_1,$$

$\mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N$  de  $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$  et  $\Sigma_0$  une matrice de covariance spécifiée. Il est aisé de revenir à la première formulation. En effet, soit  $T$  une matrice telle que :  $T\Sigma_0T^T = \mathbf{I}$ , opérons les

changements de variables suivants :

$$\mu^* = T\mu, \quad \Sigma^* = T\Sigma_0T^T, \quad \mathbf{x}_i^* = T\mathbf{x}_i \quad (3.2)$$

une telle matrice existe car  $\Sigma_0$  est une matrice de covariance, donc positive. Alors  $\mathbf{x}_1^*, \dots, \mathbf{x}_N^*$  sont des observations de  $\mathcal{N}(\mu^*, \Sigma^*)$ , et l'hypothèse de sphéricité  $H$  se reformule donc comme suit :  $\Sigma^* = \sigma^2 \mathbf{I}$ . Sous cette forme le test de sphéricité apparait comme la combinaison de deux hypothèses, la première étant l'indépendance des composantes des vecteurs aléatoires  $\mathbf{x}_i$  ( $\Sigma$  matrice diagonale). La seconde concerne les éléments diagonaux de  $\Sigma$  qui doivent être égaux, autrement dit les variances des composantes aléatoires de  $\mathbf{x}_i$  sont égales.

Le critère testant l'hypothèse de sphéricité  $H$  est dans ce cas [7]:

$$\lambda = \frac{|\Sigma^*|^{1/2N}}{\left[\frac{\text{Tr}\Sigma^*}{p}\right]^{1/2pN}} \quad (3.3)$$

Dans le cas pratique une estimation  $\Sigma_e$  de  $\Sigma$  peut être obtenue comme suit :

$$\Sigma_e = \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \mu)(\mathbf{x}_i - \mu)^T, \quad \text{il vient donc que :}$$

$$|\Sigma^*| = |\Sigma_e \Sigma_0^{-1}|. \quad \text{Il existe plusieurs manières de calculer le critère}$$

du test de sphéricité. Nous en exposons une ici. Il s'agit de l'exploitation de la décomposition d'une matrice de covariance d'ordre  $p$ , soit la relation :

$$\mathbf{R}^{-1} = \begin{bmatrix} A_p & A_{p-1} & \dots & A_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_p^{-2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{p-1}^{-2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_0^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_p & A_{p-1} & \dots & A_0 \end{bmatrix}^T \quad (3.4)$$

où  $\mathbf{R}$  est la matrice de covariance définie comme suit

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \dots & \rho_p \\ \rho_1 & \rho_0 & \dots & \rho_{p-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_p & \rho_{p-1} & \dots & \rho_0 \end{bmatrix}, \quad \text{où } \rho_i = E[X_j^T X_{j+i}]$$

$A_i$  représente le régresseur d'ordre  $i$  :

$$\begin{bmatrix} A_p & A_{p-1} & \dots & A_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_1^p & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_p^p & a_{p-1}^{p-1} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

et  $\sigma_i^2$  la variance correspondant au modèle autorégressif d'ordre  $i$ .

Il vient donc que le déterminant de  $\mathbf{R}$  se calcule comme suit :  $|\mathbf{R}| = \prod_{i=0}^{i=p} \sigma_i^2$ . Le critère de sphéricité (3.2) s'exprime alors

aisément en exploitant cette dernière formule, en effet soient  $\mathbf{R}_1$

et  $\mathbf{R}_2$  deux matrices de covariances d'un processus aléatoire, alors le critère de sphéricité testant l'hypothèse  $H$  entre ces deux matrices s'écrit en décomposant  $\mathbf{R}_1$  selon (3.4) et en prenant dans (3.2) pour matrice de passage :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ \sigma_{p,1} & -1 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{p-1,1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{0,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a_1^p & \dots & a_p^p \\ 0 & 1 & \dots & a_{p-1}^{p-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{on obtient}$$

la formule suivante pour l'estimation du critère (3.3) :

$$\lambda = \frac{|\mathbf{R}^*|^{1/2}}{\left[\frac{\text{Tr}\mathbf{R}^*}{p}\right]^{p/2}} = \frac{\left[\prod_{i=0}^{i=p} \frac{\sigma_{i,1}^2}{2}\right]^{1/2}}{\left[\frac{\text{Tr}\mathbf{R}^*}{p}\right]^{p/2}} \quad (3.5)$$

où  $\mathbf{R}^* = \mathbf{T} \mathbf{R}_2 \mathbf{T}^T$  et  $\sigma_{i,j}^2$  est la variance du modèle d'ordre  $i$ ,

appliqué à la matrice de covariance  $j$ . La formule (3.4) est particulièrement intéressante, car elle suggère une structure en banc de filtres, réalisée à partir de modèles autorégressifs d'ordres croissants (1 à  $p$ ). C'est tout naturellement qu'une structure en treillis s'impose pour le calcul de la formule (3.5), l'estimation des différents paramètres du modèle se faisant dans un ordre croissant selon l'algorithme de Levinson. Le test de sphéricité a été utilisé pour comparer une matrice de covariance "référence" estimée sur un tour complet d'arbre à une seconde "test" estimée sur une durée équivalente au temps d'engrènement d'une dent de l'engrenage. Ainsi pour chaque dent nous pouvons calculer le test de sphéricité (3.5), et cela à chaque tour de roue d'engrenage. Nous sommes donc en mesure d'établir une statistique du critère en fonction des différentes dents de l'engrenage et de tracer des courbes COR (caractéristiques opérationnelles du récepteur) qui donneront une idée de l'efficacité de ce détecteur.

#### IV. Application à la surveillance et à la détection de défauts dans les engrenages

##### IV.1 Conditions d'essais

Les tests ont été effectués sur des bancs d'essai d'engrenages de grandeur industrielle du CETIM, fonctionnant 24h/24h (fig. 5). Le dimensionnement des roues de l'engrenage cémenté trempé, ainsi que les conditions de fonctionnement (vitesse, couple) sont fixés de façon à obtenir un écaillage sur toute la largeur d'une dent (qui fixe la fin de l'essai, la rupture étant imminente) en environ 15 jours. Tous les jours après l'acquisition des signaux vibratoires, le banc est arrêté pour observer l'état des dents de roues. Un rapport d'expertise est ainsi rédigé.

##### IV.2. Détection de non-stationnarités locales

Les figures a, b, c représentent sur deux tours d'arbre les signaux vibratoires des trois séries A, B, C et les énergies de l'erreur de prédiction linéaire correspondantes estimées par un modèle AR d'ordre 30, avec facteur d'oubli  $\lambda = 0.995$ , sous une version treillis; respectivement avant l'apparition d'un défaut, juste lors de son apparition et lorsque celui-ci a évolué.

Pour la série A, qui s'étale sur 12 jours, le défaut sur la dent 16 est très net le dernier jour (12<sup>ème</sup>), le 10<sup>ème</sup> jour on note un saut de l'énergie de l'erreur de prédiction linéaire au voisinage de la dent 16, mais celui-ci est peu marqué. La série B qui compte 10 jours, a été caractérisée par l'apparition de défauts sur plusieurs dents. Le 6<sup>ème</sup> jour, nous notons un saut de l'énergie de l'erreur de prédiction; au niveau de l'engrènement des dents 14-16, mettant en évidence un défaut au voisinage de ces dents. Pour la série C, le léger défaut qui n'a pas évolué de façon significative n'a pu être mis en évidence; nous n'avons constaté aucun saut notable au niveau de l'énergie de l'erreur de prédiction linéaire, il apparaît donc que les défauts légers sont difficiles à mettre en évidence par cette méthode.

##### IV.3. Test de Sphéricité

Les matrices de covariance "référence" et "test" ont été respectivement estimées sur un tour complet d'arbre (environ 600 échantillons) et 1/20 de tour d'arbre (1/16 dans le cas de la série C prélevée sur un réducteur 16/16) correspondant à l'engrènement d'une dent.

Nous présentons ici des courbes COR (fig.1, 2, 3), attestant des performances de notre détecteur basé sur le test de sphéricité. Les courbes COR déduites de l'analyse des signaux vibratoires, montrent des performances remarquables puisque nous

avons été capable de détecter les dents défaillantes, au plus tard le jour d'apparition du défaut indiqué par les experts. Les séries A et B offrent des courbes COR légèrement moins performantes. Cependant il est utile d'en mentionner la cause essentielle; il est apparu en effet qu'une dent sujette à un défaut pouvait voir son état s'améliorer au cours du temps, et se comporter donc comme une dent saine à nouveau. Ce phénomène amoindrit l'efficacité des courbes COR, puisque pour leur estimation nous ne tenons pas compte de cette éventualité, car elle est difficile à apprécier et à quantifier. Ceci explique donc la moins bonne performance des courbes COR sur les séries A et B où nous avons été confronté à ce problème (dent 2 pour la série A, 3 pour la série B).

Deux courbes COR sont disponibles pour chaque série de signaux. La première est déduite de l'analyse des résultats du détecteur ainsi que des observations des experts; la seconde tient compte uniquement des appréciations de ces derniers. Il est à noter que pour les trois séries A, B, C; la première courbe se situe au dessus de la seconde montrant ainsi l'aptitude de notre détecteur à opérer des détections précoces, autrement dit la capacité de détecter des anomalies non visibles à l'oeil nu. Cela est particulièrement le cas pour la série B, où la dent 14 subit une rupture au 10<sup>ème</sup> jour, suite à une fissure interne, en sous-couche, donc non visible à l'oeil nu; notre détecteur incrimina la dent en question dès le 8<sup>ème</sup> jour.

Les courbes COR présentées sur les figures 1, 2, 3 donnent une idée de l'efficacité de ce détecteur qu'est le test de sphéricité. Par là même elles indiquent qu'il est parfaitement possible de choisir un seuil optimal (qui maximise la détection et minimise la fausse alarme). Il faut noter aussi qu'il est tout à fait possible de fixer le seuil en fonction de la gravité du défaut que l'on veut détecter. Reste à souligner l'extrême simplicité de mise en oeuvre de ce détecteur, ainsi que son efficacité, prouvée par les courbes COR estimées. Les calculs sont simples et un ordre  $p = 2$  donne déjà d'excellents résultats (résultats produits ici).

#### V. Conclusion

Cette étude a été consacrée, à la détection précoce de défauts dans des machines tournantes par analyse de signaux vibratoires. En particulier, nous nous sommes intéressés à la détection de l'écaillage dans des réducteurs à engrenages. L'importance de ce type d'éléments mécaniques dans l'industrie, et la gravité de ce défaut, qui conduit rapidement à la rupture de l'engrenage entraînant ainsi des conséquences fâcheuses (coût de maintenance, sécurité,...), justifie le besoin d'une détection précoce. Les techniques utilisées actuellement, basées sur l'analyse de Fourier et l'emploi de descripteurs de signaux tels les valeurs RMS, Kurtosis,...ne sont pas efficaces. Nous avons donc testé des méthodes de traitement du signal réputées plus performantes pour détecter ce type de défauts, caractérisés à l'état précoce, par des non-stationnarités locales lors l'engrènement des dents.

Deux types de méthodes de détection de non-stationnarités ont été appliquées. Les méthodes basées sur l'analyse de l'erreur de prédiction linéaire d'un modèle autorégressif d'ordre 30 (cet ordre a été retenu car le spectre des signaux vibratoires exhibe une quinzaine d'harmoniques). La mise en évidence des défauts, matérialisée par des sauts de l'énergie de l'erreur de prédiction a été possible sur certains signaux, mais hélas cette détection n'est pas systématique. Par ailleurs la conception d'un détecteur basé sur le saut de l'énergie de l'erreur de prédiction n'est pas *a priori* une tâche aisée.

Le test de sphéricité a par contre donné des résultats remarquables. Dans tous les cas, nous avons été capables de faire une détection précoce des défauts. Les courbes COR attestent de l'efficacité de ce détecteur. Ces résultats suggèrent aussi l'étude d'un détecteur basé sur la comparaison de modèles autorégressifs à l'aide de distances appropriées, l'un estimé sur un tour, le second



estimé sur le signal équivalent à la durée de l'engrènement d'une dent. Cette étude est actuellement en cours et les premiers résultats sont fort satisfaisants.

**Références**

[1] W. Gersh, "Two Applications of Parametric Time-Series Modelling Methods in Mechanical Signature Analysis", Edited by S. Braun, Academic Press, 1986

[2] R. B. Randal, "Machine Health Monitoring by Analysis of Accelerometer Derived Signals", Fase 84, invited paper, 1984

[3] P. D. Mc Fadden, "Detecting Fatigue Cracks in Gears by Amplitude and Phase Modulations of the Mesching Vibrations", Journal Vib. Acc. Stress, vol. 108, 1986

[4] M. Basseville, "Detecting Changes in Signals and Systems : a Survey", Rapport IRISA n° 351, Rennes, 1987

[5] Y Grenier, "Modèles ARMA à coefficients dépendant du temps: estimateurs et applications", Traitement de Signal Vol. 3, N° 4-5, 1986. pp. 219-233

[6] B. Friedlander, "Lattice filter for Adaptive Processing", Proc. IEEE, Vol. 70, n° 8, pp 829-867, 1982

[7] T. W. Anderson, "An Introduction to Multivariate Statistical Analysis", Wiley Publication in Statistics, 1958.

EVOLUTION DES SIGNAUX ET DE L'ENERGIE DE L'ERREUR

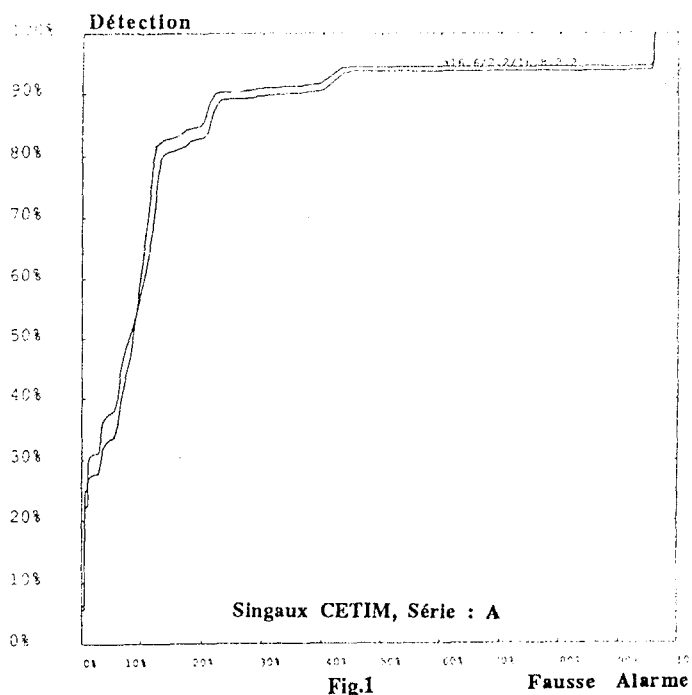
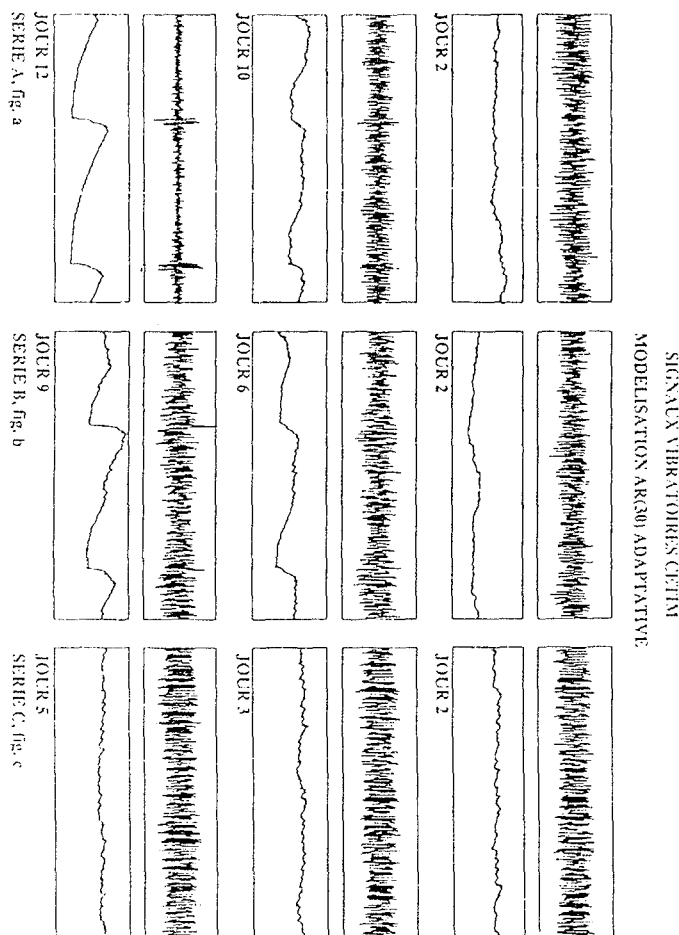


Fig.1

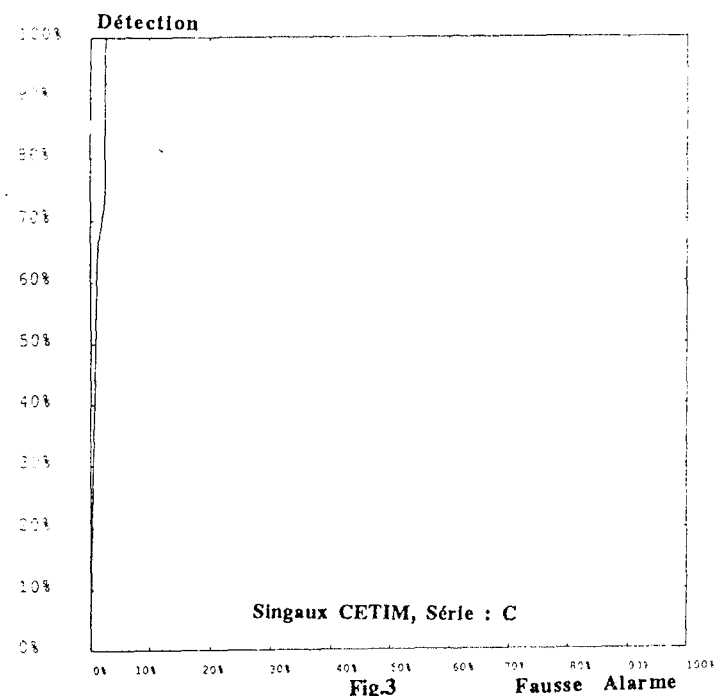


Fig.3

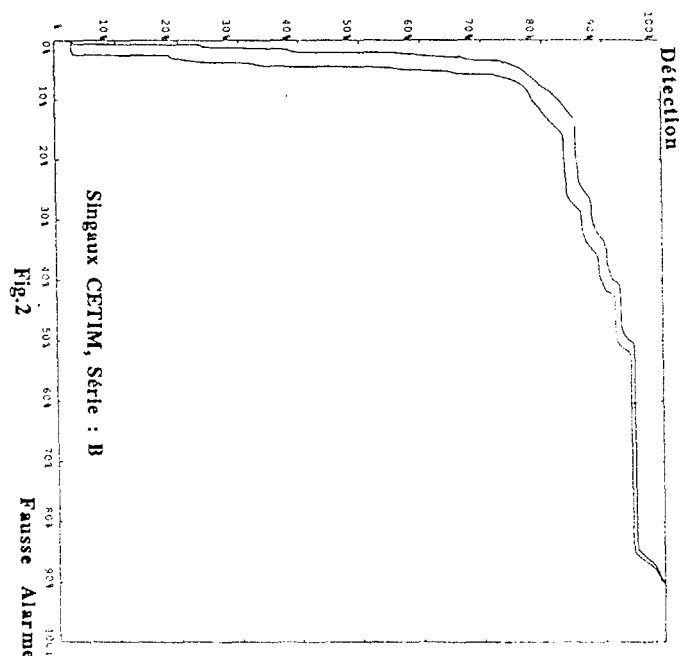


Fig.2