

MESURE DE LA FREQUENCE DIFFERENTIELLE
DANS LE CAS DE RAIES PURES ET INSTABLES

Marie-Thérèse SAUVET-CAROF

Société OBJECTIF

44bis Bd Félix Faure 92320 CHATILLON -FRANCE-

RESUME

Cet article étudie la mesure de la fréquence différentielle (F.D.), ou du Doppler différentiel (D.D), dans le cas de raies pures et fluctuantes (affectées d'une dérive temporelle lente). On met en évidence un résultat important : ces fluctuations induisent plusieurs termes perturbateurs au niveau de la F.D. (ambiguïté retard-Doppler, accélération), il s'ensuit une erreur importante sur sa mesure. Aussi cette étude présente-t-elle un nouveau système de mesure de la F.D. permettant de s'affranchir de ces perturbations. Son optimisation est obtenue par l'intermédiaire d'un estimateur du maximum de vraisemblance et ses performances sont testées sur simulations.

ABSTRACT

This article presents the differential frequency (D.F) or the differential Doppler measurement, in the case of pure or nearly pure frequency lines (with slow variations). An important result is demonstrated : these fluctuations induce several perturbing terms in addition to the D.F (delay-Doppler ambiguity, acceleration) which produce a great measurement error. A new system of D.F measurement is thus presented which overcomes these perturbations. Its optimisation is achieved through a maximum likelihood estimator and its performance are tested on simulations.

1. INTRODUCTION

Le problème de la mesure du Doppler différentiel (D.D.), ou de la fréquence différentielle (F.D.) et son application en trajectographie ont fait l'objet de récents travaux [1-3]. Ceux-ci étudient essentiellement le cas large bande, associant le plus souvent cette mesure à celle du retard différentiel. Mais si nous nous plaçons dans le cas où la source émet un signal monochromatique ou quasi-monochromatique, la mesure du retard différentiel est irréalisable. La localisation de la source ne peut être effectuée qu'au moyen de mesures de type fréquentiel. C'est donc dans ce cadre que la mesure du D.D. (ou de la F.D.) prend toute sa dimension. Aussi, cet article définit-il les bases d'un nouveau système effectuant cette mesure. Afin d'approcher au mieux les situations réelles, cette étude se penche sur le cas où la fréquence du signal émis par la source est affectée d'une dérive au cours du temps. On montre que les variations de la fréquence d'origine même lorsqu'elles sont lentes, viennent perturber la détermination du D.D. dans des proportions souvent très importantes (erreur souvent supérieure à 30%). Elles introduisent plusieurs termes perturbateurs au niveau de la phase du signal: un terme ambigu en retard et D.D., et un terme homogène à une accélération. Ceci met en évidence la limite pratique de l'hypothèse de la pureté spectrale du signal reçu et la nécessité de s'affranchir de ces diverses perturbations. Dans ce cadre, nous présentons un système de mesure du D.D. sur raies pures et fluctuantes d'un modèle nouveau. Il se compose de trois modules : intercorrélation des signaux, estimation de phase et de fréquence. Ce dernier module réalise la séparation des termes perturbateurs de la F.D. au moyen d'un estimateur du maximum de vraisemblance. Puis nous développons à travers une étude théorique les conditions d'optimisation et les performances du système. La validation de ces résultats est ensuite testée sur simulations.

2. POSITION DU PROBLEME

Pour localiser une source émettant un signal fréquentiel et se déplaçant suivant un mouvement rectiligne uniforme, nous disposons de deux capteurs qui reçoivent à tout instant une version bruitée et retardée du signal émis par cette source. La source émet un signal de fréquence variable en fonction du temps $f(t)$ dont l'expression est la suivante :

$$(1) \quad S(t) = a \sin 2\pi f(t) \cdot t$$

où $f(t)$ est constituée par la fréquence pure d'origine f_0 à laquelle se rajoute une modulation de fréquence. Nous étudierons le cas où la modulation de fréquence est une pente faible :

$$(2) \quad f(t) = f_0 + \mu t$$

les signaux reçus sur chaque capteur ont alors pour expressions:

$$(3) \quad S_1(t) = S(t(1+q_1) - DO_1) + n_1(t) \quad S_2(t) = S(t(1+q_2) - DO_2) + n_2(t)$$

où - DO_1 , q_1 et DO_2 , q_2 représentent les retards et les facteurs Dopplers associés aux capteurs 1 et 2 tels que :

$$q_1 = V \cdot \cos \varphi_1 / c \quad q_2 = V \cdot \cos \varphi_2 / c$$

- $n_1(t)$ et $n_2(t)$ sont des bruits gaussiens, centrés et blancs.

si nous notons $F_A(t)$ et $F_B(t)$ les fréquences des signaux $S_1(t)$ et $S_2(t)$, celles-ci s'écrivent après développement : (4)

$$F_A(t) = \left\{ t \cdot f_0(1+q_1) - t \cdot 2\mu DO_1(1+q_1) + t^2 \mu(1+q_1)^2 - f_0 DO_1 + \mu DO_1^2 \right\} 2\pi$$

$$F_B(t) = \left\{ t \cdot f_0(1+q_2) - t \cdot 2\mu DO_2(1+q_2) + t^2 \mu(1+q_2)^2 - f_0 DO_2 + \mu DO_2^2 \right\} 2\pi$$



Disposant des signaux reçus par les deux capteurs, nous désirons estimer la F.D. représentée par :

$$\Delta f = f_1 - f_2 = f_0(q_1 - q_2) \quad (5)$$

Pour cela, nous effectuons les produits des signaux $S_1(t)$ et $S_2(t)$, puis nous y appliquons un filtrage passe-bas, la fonction de ce filtre est l'élimination de la composante haute fréquence pour ne garder que la composante basse fréquence contenant la F.D. recherchée $f_0(q_1 - q_2)$ à laquelle viennent s'ajouter divers termes perturbateurs que nous allons mettre en évidence, étudier et chercher à éliminer par l'intermédiaire du système représenté (figure 1).

3. DESCRIPTION DU SYSTEME

Ce système est représenté par les étapes suivantes :

a) Entrées du système :

Ce système comporte deux entrées qui sont les signaux $S_1(t)$, $S_2(t)$ reçus sur chacun des capteurs.

b) Filtrage des signaux d'entrées :

les signaux $S_1(t)$ et $S_2(t)$ sont alors filtrés en bande étroite autour d'une première approximation de la fréquence d'origine du signal par un système de détection en bande étroite classique (banc de filtres, analyse spectrale par FFT, ou autre...). Les signaux $S_1(t)$ et $S_2(t)$ pénètrent alors dans le module 1 d'Intercorrélation.

c) Module 1 : Intercorrélation des signaux

Par l'intermédiaire d'un filtre de Hilbert, on introduit un retard de $\pi/2$ au niveau du signal $S_2(t)$, soit $S_2'(t)$: cette version retardée de $S_2(t)$, on dispose alors de trois signaux $S_1(t)$, $S_2(t)$, $S_2'(t)$ dont on effectue les produits :

$$\begin{cases} S_A(t) = S_1(t) \cdot S_2(t) \\ S_B(t) = S_1(t) \cdot S_2'(t) \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} S_1(t) = a \sin 2\pi F_A(t) + n_1(t) \\ S_2(t) = a \sin 2\pi F_B(t) + n_2(t) \\ S_2'(t) = a \cos 2\pi F_B(t) + n_2(t) \end{cases} \quad (6)$$

Ces expressions peuvent être décomposées en une somme de sinus et de cosinus fonction de la somme et de la différence des fréquences composant les signaux d'entrée de ce module. On effectue alors un filtrage passe bas de $S_A(t)$ et $S_B(t)$. Les signaux résultants peuvent être mis sous la forme [2] :

$$\begin{cases} z_1(t) = r_1 \cos(2\pi(F_A(t) - F_B(t)) + \theta_1) \\ z_2(t) = r_2 \sin(2\pi(F_A(t) - F_B(t)) + \theta_2) \end{cases} \quad (7)$$

où θ_1 , θ_2 sont des bruits de phase, gaussiens, centrés et blancs et r_1 , r_2 les modules de ces signaux [2].

La différence de fréquence (F.D.) $F_A(t) - F_B(t) = F_1(t)$ est donnée par l'expression : (8)

terme de vitesse : $F_1(t) = \left[t \cdot f_0(q_1 - q_2) + t \cdot 2\mu \left[-DO_1(1 + q_1) + DO_2(1 + q_2) \right] \right]$

d'accélération : $+ t^2 \cdot \mu \left[(1 + q_1)^2 - (1 + q_2)^2 \right]$

terme constant : $-f_0(DO_1 - DO_2) + \mu \left(DO_1^2 - DO_2^2 \right) 2\pi$

Dans cette expression nous voyons apparaître un terme de vitesse renfermant une ambiguïté retard-doppler-différentiel, un terme d'accélération fonction du D.D. et un terme constant. L'erreur sur l'estimation de la F.D., due à la présence de ces différents facteurs de perturbations, peut être très importante, exemple : $f_0 = 100 \text{ Hz}, (q_1 - q_2)$

- 10-3, $DO_1 = 0.45, DO_2 = 0.37, \mu = 0.22, t = 10s$, alors la F.D. estimée sera : 0.1396 Hz au lieu de 0,1 Hz soit une erreur de près de 40%.

Le système proposé a pour fonction de s'affranchir des termes perturbateurs engendrés par la modulation de fréquence; pour cela nous estimons les termes de vitesse et d'accélération de manière indépendante.

d) Module 2 : Normalisation et estimation de phase

A la sortie du module 1 les signaux sont tout d'abord numérisés et normalisés, puis ils pénètrent dans un estimateur de phase : L'estimation de la phase est effectuée au moyen d'une boucle à verrouillage de phase numérique. On multiplie les signaux d'entrée par les composantes en quadrature d'un oscillateur [4,5]. Cette boucle suit l'évolution de la phase au cours du temps, le filtrage du bruit et la séparation des termes de vitesse et d'accélération sont ensuite effectués au moyen d'un estimateur de vraisemblance qui constitue le module suivant.

f) Module 3 : Estimateur de fréquence

La sortie de l'estimateur de phase est notée et nous déterminons maintenant la fonction Z_n telle que :

$$Z_n = \varphi_n - \varphi_{n-1} \quad (9)$$

Dont l'expression est la suivante:

$$\begin{aligned} (10) \quad Z_n = & \omega_{12} T_e + 2\pi \mu \left[-DO_1(1 + q_1) + DO_2(1 + q_2) \right] T_e \\ & + 2\pi \mu \left[(1 + q_1)^2 - (1 + q_2)^2 \right] [2n - 1] T_e^2 \end{aligned}$$

où T_e est la période d'échantillonnage et $t_n = t_{n-1} + T_e = n \cdot T_e$,

$$\omega_{12} = 2\pi f_0(q_1 - q_2)$$

l'expression (10) peut se mettre sous la forme :

$$(11) \quad Z_n = K + nK' + \varepsilon_n$$

où ε_n est un bruit gaussien et centré

Afin de définir le meilleur estimateur de Z_n , nous allons calculer le maximum de la vraisemblance logarithmique de cette fonction par rapport rapport à K et K' . On obtient alors pour K et K' les estimateurs suivants :

$$\begin{aligned} (12) \quad \hat{K} &= \frac{2N+1}{(N+2) \cdot N} \sum_{n=1}^N Z_n + \frac{3}{(N+2) \cdot N} \sum_{n=1}^N n \cdot Z_n \\ \hat{K}' &= \frac{3}{(N+2) \cdot N} \sum_{n=1}^N Z_n - \frac{6}{(N+2)(N+1) \cdot N} \sum_{n=1}^N n \cdot Z_n \end{aligned}$$

l'estimation des termes de vitesse et d'accélération est réalisée par l'implantation algorithmique des relations (12).

Cas des raies pures

Dans ce cas Z_n a pour expression : (13) $Z_n = \varphi_n - \varphi_{n-1} = \omega_{12} T_e + \varepsilon_n$

elle peut se mettre sous la forme : (14) $Z_n = K + \varepsilon_n$

Le calcul du maximum de vraisemblance définit l'estimateur de la F.D. par : (15)

$$\hat{K} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Z_n$$

Performances de l'estimateur de fréquence

Le calcul de l'espérance et de la variance de cet estimateur donne :

$$(16) \quad E(\hat{K}) = -\frac{K}{2} \quad \text{et} \quad E(\hat{K}') = -\frac{K'}{2} \quad (18)$$

$$(17) \quad V(\hat{K}) = \frac{\sigma_{n\phi}^2}{N} \quad \text{et} \quad V(\hat{K}') = -\frac{6\sigma_{n\phi}^2}{N^3} \quad (19)$$

où $\sigma_{n\phi}$ est l'écart type du bruit de phase, et N le nombre d'échantillons.

Dans le cas des raies pures, le calcul de l'espérance et de la variance de l'estimateur K aboutit à des relations identiques au cas des raies fluctuantes soient : (16) et (17)

Selon l'étude théorique que nous venons d'effectuer, l'estimation de la F.D., par l'intermédiaire de ce système, est optimale au sens de la vraisemblance logarithmique.

4 . SIMULATIONS

Pour réaliser ces simulations nous devons, tout d'abord, effectuer la synthèse des signaux d'entrée du système pour diverses configurations géométriques : à tout vecteur $[X_0, Y_0, V_{x0}, V_{y0}]$, représentant la position et le déplacement de la source dans le plan XOY, correspond un couple Retard Différentiel et Doppler Différentiel (R.D, D.D) donné. Aussi introduisons-nous, au niveau du signal de référence (simulant le signal émis par la source source), des retards et des facteurs dopplers relatifs aux signaux reçus sur chacun des capteurs. Puis nous pratiquons une interpolation sur chacun des signaux créés afin de rendre leurs échantillons compatibles entre eux.

Nous nous plaçons dans le cas où la source émet un signal de fréquence $f_0 = 100\text{Hz}$, celle-ci est modulée suivant une variation fréquentielle en faible pente (de valeur $\mu = 0.22$). Les versions bruitées, retardées et dopplérisées du signal de référence (correspondant aux signaux reçus sur chacun des capteurs) constituent les entrées de ce système. Elles sont tout d'abord filtrées en bande étroite entre 90 Hz et 110 Hz (fréquence d'échantillonnage : 330 Hz). Pénétrant alors dans le module 1, ces signaux intercorrélés subissent un filtrage passe-bas de fréquence de coupure 10 Hz, puis un sous-échantillonnage (de 1 sur 10). La fréquence d'origine introduite f_0 est modulée suivant une variation fréquentielle en faible pente (de valeur $\mu = 0.22$). Le système délivre en sortie une F.D. qui représente la fréquence recherchée (dans le cas où le retard est nul), ainsi, qu'une vitesse fréquentielle (terme de phase d'ordre 2 ramené en dimension fréquentielle). Nous présentons donc, pour chaque simulation deux courbes correspondantes aux deux sorties de ce système, puis nous établissons les courbes d'erreur entre la F.D. estimée et sa valeur théorique. Les simulations sont effectuées durant un temps de 24s (soit 8000 échantillons).

Simulation 1 :

Les valeurs délivrées par le système doivent être proches des espérances théoriques définies par la relations (16), (18). Pour un D.D de (0.004) et un retard nul, l'espérance de l'estimation de la F.D. est de -0.2 Hz. En l'absence de bruit la sortie de système délivre une fréquence : -0.196 Hz, soit un biais : $\Delta f = 0.0036$ et une erreur relative de 1,8 % (tableau 1). En ce qui concerne l'estimation de K' , l'erreur relative est de 2%. Les valeurs estimées pour la fréquence et la vitesse différentielle sont proches des valeurs théoriques calculées.

Simulation 2 :

Pour un rapport signal à bruit à l'entrée du système de 0db et des paramètres indentiques à ceux de la simulation 1, nous obtenons les valeurs représentées dans le tableau 1 et qui sont proches des valeurs théoriques attendues - (fig 2). D'autres simulations ont été effectuées, elles sont représentées dans le tableau 1.

Variance en sortie du système :

L'étude de la variance en sortie du système à été effectuée sur cinquante tirages de bruit pour différentes situations observées dans le tableau 1. Les résultats donnés dans le tableau 2 représentent l'erreur entre la F.D. estimée et sa valeur théorique, l'expression de la variance d'estimation de la F.D. étant donnée par l'expression (17). Sur ces simulations on peut observer des écarts types mesurés proches des valeurs théoriques calculées, pour différentes valeurs du bruit de phase et du doppler différentiel. Nous obtenons le résultat attendu : l'écart type d'estimation de la F.D. (ou du D.D) est proportionnel au bruit de phase et inversement proportionnel au nombre d'échantillons utilisés pour la simulation.

5 - CONCLUSION

Les performances de cet estimateur dans le cas d'une modulation en faible pente sont donc satisfaisants, les résultats des simulations corroborent ceux de l'étude théorique.

Nous venons donc définir un nouvel estimateur du Doppler Différentiel (ou de la fréquence différentielle) et ceci dans le cas où la source émet une fréquence faiblement fluctuante. Cet estimateur optimal au sens de la vraisemblance logarithmique, réalise la dissociation entre le terme de phase d'ordre 2 engendré par la modulation de fréquence, et le terme de phase d'ordre 1 recherché contenant la F.D.. Il subsiste au niveau de l'estimation de cette fréquence un élément perturbateur engendré par la modulation de fréquence et ambiguë en retard-doppler. L'estimation séparée de ce terme perturbateur et de la F.D. recherchée est impossible à réaliser directement par un système de mesure quelqu'il soit. La levée de cette ambiguïté sera effectuée par l'algorithme de trajectographie utilisant les mesures délivrées par ce système.

Références bibliographiques

- [1] : J.F ARNOLD, Y. BAR SHALOM, R. ESTRADA, R.A.MUCCI "Target parameter Estimation Using Measurements Acquired with a small number of Sensors". IEEE J. of OE vol 8 n° 3, July 1983.
- [2] : M.T SAUVET-CAROF "Detection et Mesure de Doppler Différentiel". Thèse de Doctorat, Université de NICE-SOPHIA ANTIPOLIS Déc 1989.
- [3] : M.T SAUVET - CAROF "Résultats expérimentaux de l'intercorrelateur compensé en Doppler Différentiel ". Revue traitement du signal vol 7 n°3
- [4] : Wallace E.LARIMORE "Synthesis of digital phase-locked loops". Communications at systems, INC. 1968 - Eascon Rec pp. 14-20, Oct 1968.
- [5] : William C. LINGSEY, CHAKMING CHIE. " A survey digital phase locked loops" Proceedings of the IEEE, vol 69 no 4, April 1981.

Remerciements

Cette étude a été en majeure partie réalisée au Service d'Etudes et Traitements de THOMSON SINTRA ASM (Sophia Antipolis), je remercie Mr Kopp et Mr Carof pour leurs conseils concernant ce travail.

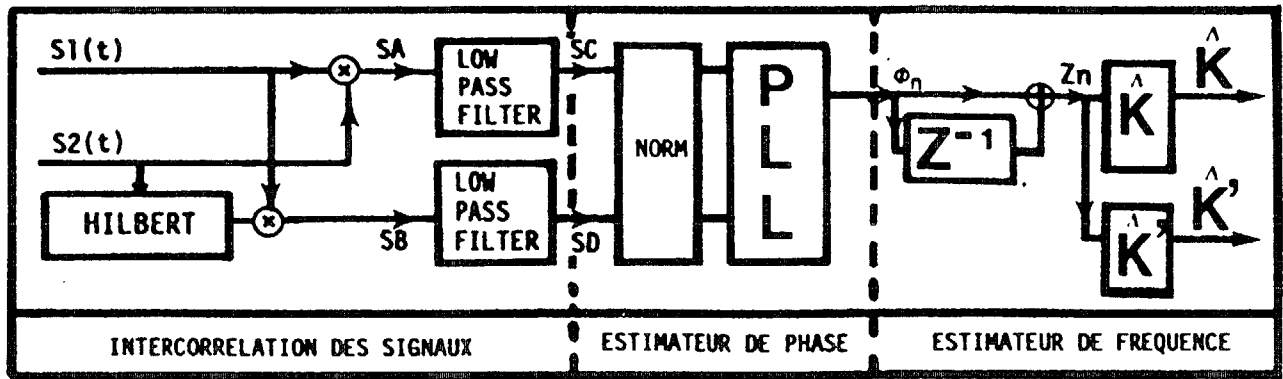


FIG 1 : SYSTEME DE MESURE DU DOPPLER DIFFERENTIEL SUR RAIES FLUCTUANTES

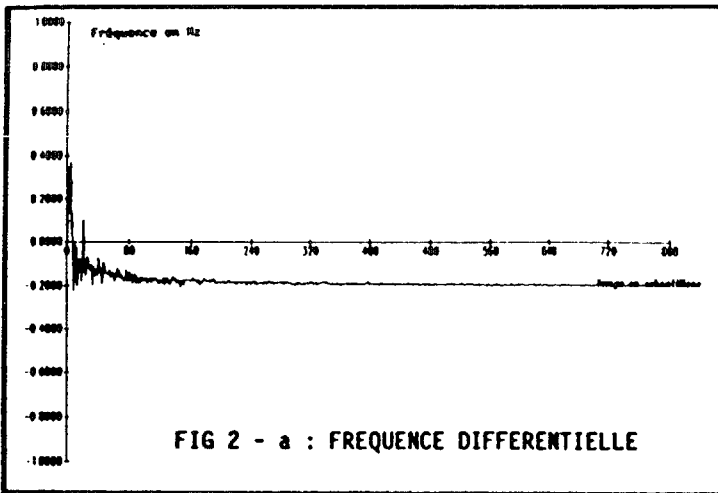


FIG 2 - a : FREQUENCE DIFFERENTIELLE

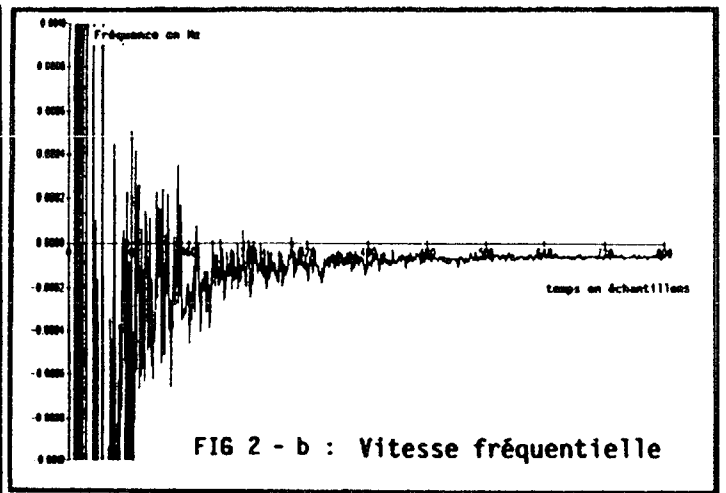


FIG 2 - b : Vitesse fréquentielle

(S/B) ^e	ENTREES		SORTIES			
	Retard dif	Doppler dif	Fréquence différentielle		Vitesse fréquentielle	
			Théorique	Mesurée	Théorique	Mesurée
	0 s	0.004	- 0.2 Hz	- 0.1964 Hz	- 0.0000528 Hz	- 0.0000539 Hz
0 dB	0 s	0.004	- 0.2 Hz	- 0.1944 Hz	- 0.0000528 Hz	- 0.0000572 Hz
	0.45 s	0.004	- 0.2495 Hz	- 0.281 Hz	- 0.0000528 Hz	- 0.0000789 Hz
0 dB	0.45 s	0.004	- 0.2495 Hz	- 0.280 Hz	- 0.0000528 Hz	- 0.0000816 Hz
	0 s	0.006	- 0.3 Hz	- 0.2945 Hz	- 0.0000792 Hz	- 0.0000806 Hz
0 dB	0 s	0.006	- 0.3 Hz	- 0.2925 Hz	- 0.0000792 Hz	- 0.000084 Hz
	0 s	- 0.004	0.2 Hz	0.1963 Hz	- 0.0000528 Hz	- 0.0000543 Hz
- 3 dB	0 s	0.004	- 0.2 Hz	- 0.1938 Hz	- 0.0000528 Hz	- 0.0000582 Hz
- 7 dB	0 s	0.004	- 0.2 Hz	- 0.1932 Hz	- 0.0000528 Hz	- 0.0000589 Hz

TABEAU 1 :
SIMULATIONS

DOPPLER DIFFERENTIEL EXACT	(S/B) ^e	ECART TYPE EN SORTIE DU SYSTEME	
		THEORIQUE	MESURE
0.004	0 db	0.00328 Hz	0.00441 Hz
0.006	0 db	0.00328 Hz	0.00452 Hz
0.004	-3 db	0.00465 Hz	0.00568 Hz
0.004	7.5 db	0.00139 Hz	0.0017 Hz

TABEAU 2 :
ECART TYPE D'ESTIMATION DE LA FREQUENCE DIFFERENTIELLE