

**UTILISATION DE LA PSEUDO-TRANSFORMATION DE WIGNER-VILLE
DISCRETE SUR DES SIGNAUX RAPIDES
DANS UN ENVIRONNEMENT SPECTRAL CHARGE**

M. ARTAUD*, A. GIULIERI**, G. DE DONATO***

* CESDA/DCN Toulon BP 77 83800 Toulon Naval

** LASSY équipe de l'ISA URA 1376 Université de Nice Sophia-Antipolis 41 Bd Napoléon III 06041 Nice CEDEX

*** CESI 6 Bd Maréchal Leclerc 83320 Carqueiranne

RÉSUMÉ

Afin d'obtenir une représentation temps-fréquence de signaux à modulation numérique rapide d'amplitude ou de phase, nous utilisons la Pseudo-Transformation de Wigner-Ville Discrète (PTWVD). En faisant des hypothèses sur l'évolution fréquentielle et sur la largeur spectrale des signaux, nous proposons un filtrage séparable de l'image de Wigner-Ville en vue de diminuer les phénomènes d'interférence.

ABSTRACT

The discret Wigner-Ville pseudo transform is used to obtain time frequency representation for fast digital amplitude or phasis modulation. To reduce interferences, a separable filter on the Wigner-Ville image is proposed by using frequency evolution and spectrum width hypothesis.

1. INTRODUCTION:

La reconnaissance automatique de la plupart des signaux à modulation numérique issus de spectrogrammes trouve ses limites lorsque les signaux analysés sont soumis à des modulations rapides par rapport à la fenêtre d'observation ou lorsque l'on est en présence de signaux à modulation de phase [1].

La transformation bidimensionnelle de WIGNER-VILLE $W(t,v)$ donne une représentation temps-fréquence du signal à l'intérieur de la fenêtre d'analyse. On peut par conséquent, contrairement à Fourier, extraire à partir de l'image de WIGNER-VILLE les caractéristiques fréquentio-temporelles nécessaires à la reconnaissance, sujet que nous n'aborderons pas dans le cadre de cet article. Par contre, en plus des problèmes de couplage fréquentiel de même nature que ceux rencontrés dans la transformée de Fourier, la non-linéarité de cette transformation, engendre des interférences temporelles et fréquentielles [2] que nous allons traiter .

2. RAPPEL SUR LA PSEUDO-TRANSFORMATION DE WIGNER-VILLE DISCRETE

La Pseudo-Transformation de WIGNER-VILLE Discrète (PTWVD) $W_s(n,m)$ effectuée sur N points s'écrit [6] :

$$(1) \quad W_s(n,m) = \frac{1}{2N} \sum_k s_k s_{n-k}^\# e^{-\frac{i\pi m}{N} (2k-n)}$$

$$(2) \quad W_s(n,m) = \frac{1}{2N} \sum_l s_l s_{m-l}^\# e^{-\frac{i\pi n}{N} (2l-m)}$$

Les projections sur les axes fréquentiel et temporel donnent respectivement la densité spectrale et la puissance instantanée du signal :

$$(3) \quad |S(m)|^2 = \sum_{n=0}^{N-1} W_s(n,m)$$

$$(4) \quad |s(n)|^2 = \sum_{m=0}^{N-1} W_s(n,m)$$

Nous considèrerons dans la suite de cet article que les signaux sont analytiques.

- cas de signaux multiples :

La PTWVD est une transformation non-linéaire. En effet, en notant W_{s_1} et W_{s_2} les PTWVD respectives des signaux s_1 et s_2 , la PTWVD du signal combiné $s = a.s_1 + b.s_2$ s'écrit :

$$(5) \quad W_s(n,m) = a^2 W_{s_1}(n,m) + b^2 W_{s_2}(n,m) + 2abR\{W_{s_1 s_2}(n,m)\}$$

avec : a et $b \in \mathbb{R}$

$$\text{et } W_{s_2 s_1}(n,m) = \text{conjugué de } W_{s_1 s_2}(n,m)$$

Dans cette expression le terme $2abR\{W_{s_1 s_2}(n,m)\}$ représente l'interférence parasite entre les signaux s_1 et s_2 , interférence qui est due à la non-linéarité de la transformation et qu'il ne faut pas confondre avec les couplages fréquentiels bien connus dans la transformation de Fourier à court terme.

3. MÉTHODE D'ATTÉNUATION DES EFFETS D'INTERFÉRENCE :

Atténuation des interférences entre les fréquences :

Si l'on fait l'hypothèse que les signaux analysés dans la fenêtre sont à $df/dt \approx 0$ lorsqu'ils sont



dérivables, alors le spectre de Fourier, qui ne génère pas d'interférence, donne la distribution fréquentielle exacte des signaux présents dans cette fenêtre (aux couplages près).

Le filtrage fréquentiel que nous proposons consiste à pondérer l'image $W_s(n,m)$ de Wigner Ville du signal $s(n)$ par le carré du module de sa transformée de Fourier $|S(m)|^2$. La PTWVD filtrée par rapport aux fréquences s'écrit :

$$(6) \quad \mathcal{W}_s^f(n,m) = W_s(n,m) |S(m)|^2$$

La figure 1 illustre le cas où deux signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ de fréquences n_1 et n_2 sont simultanément présents dans la fenêtre d'analyse. La PTWVD laisse apparaître les deux fréquences m_1 et m_2 mais aussi des fréquences parasites centrées sur la fréquence $(m_1 + m_2)/2$. Le module du spectre $|S(n)|$, quant à lui, a des valeurs non nulles pour n_1 et n_2 et nulles pour les autres fréquences (aux couplages près). Le filtrage fréquentiel proposé par la relation (6) permet de conserver les termes $W_{s_1}(n,m)$ et $W_{s_2}(n,m)$, et d'atténuer le terme d'interférence $R\{W_{s_1}s_2(n,m)\}$.

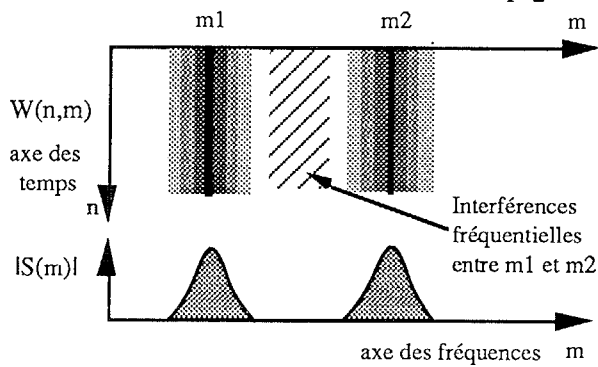


Figure 1
Exemple d'interférences entre les fréquences

La figure 2 montre un cas où l'hypothèse $df/dt \approx 0$ n'est pas respectée: le signal $s_1(t)$, de fréquence initiale m_1 dérive en fréquence au point de balayer la zone fréquentielle où les interférences sont présentes dans l'espace temporel analysé; le module du spectre de Fourier $|S(n)|$ donne l'enveloppe des fréquences observées dans cette fenêtre et le filtrage sur la PTWVD ne permet que l'élimination des zones d'interférence grisées.

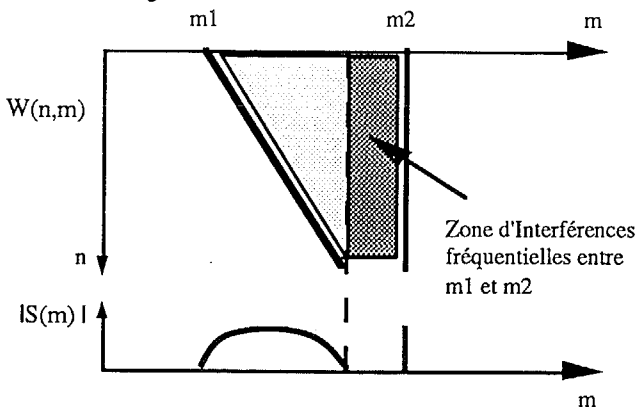


Figure 2
Exemple d'interférences entre les fréquences

Par conséquent, ce filtrage ne s'avère efficace que si les projections des fréquences occupées par les signaux dans la fenêtre analysée sont disjointes des projections des interférences fréquentielles.

Atténuation des interférences créées par des signaux à modulation tout ou rien.

Les interférences intervenant entre les instants d'émission d'un signal tout ou rien ne sont pas supprimées par le filtrage fréquentiel (6). Cependant la dualité temps-fréquence dans la représentation de Wigner-Ville amène à exploiter la propriété de l'équation (4). En effet, en utilisant le signal analytique, on obtient sur l'axe temporel le module du signal émis (cf fig. 3). En multipliant alors tous les points par le module correspondant, on met en valeur les zones d'émission.

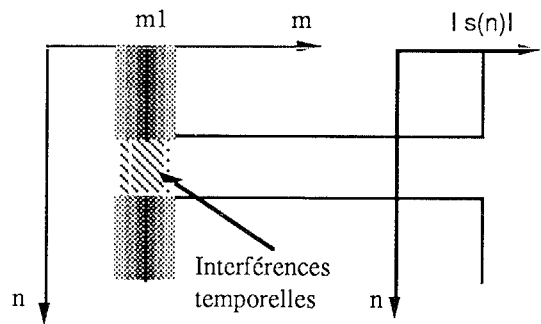


Figure 3
Exemple d'interférences selon l'axe temporel sur un signal modulé en tout ou rien

La PTWVD filtrée par rapport au temps s'écrit :

$$(7) \quad \mathcal{W}_s^t(n,m) = W_s(n,m) |s(n)|^2$$

Le carré du module du signal temporel analytique $|s(n)|^2$ peut être obtenu à partir de la relation (4).

Cependant, si plusieurs signaux de fréquences différentes sont simultanément présents dans la fenêtre d'analyse, le module $|s(n)|$ correspondra au module de la somme de ces signaux $|s_1(n) + s_2(n) + \dots|$ et dans ce cas le filtrage par rapport au temps, que nous proposons, n'aurait aucun sens. On fera par conséquent l'hypothèse qu'un signal est contenu dans un espace fréquentiel borné ($\pm h$). Dans ce cas, on calculera pour chaque fréquence de l'image de Wigner Ville $W(n,m)$ le module du signal temporel $|s(n)|$ tel que :

$$(8) \quad \mathcal{W}_s^t(n,m) = W_s(n,m) \sum_{k=n-h}^{n+h} W_s(k,m)$$

On se ramène à faire un lissage suivant l'axe fréquentiel. La fenêtre de lissage a une largeur de $2h + 1$. Plus cette largeur est faible et plus le pouvoir séparateur en fréquence de deux signaux sera élevé, il doit cependant être suffisant pour couvrir l'espace fréquentiel du signal considéré sous peine d'obtenir un module qui ne lui soit pas représentatif. Le spectre obtenu par la TDF donne une information sur la largeur de bande occupée par un signal, ce qui peut servir à dimensionner la fenêtre de lissage du filtre pour réaliser un filtre adapté.

Traitement de l'image de Wigner-Ville proposé :

L'association des deux filtres (6) et (8) permet de combiner leurs actions d'élimination des interférences. Le filtre global qui est proposé amène par conséquent à obtenir la PTWVD filtrée telle que :

$$(9) \quad \mathcal{W}_s(n,m) = W_s(n,m) |S(m)|^2 \sum_{k=n-h}^{n+h} W_s(k,m)$$

L'adaptation de ce filtrage, à l'environnement spectral auquel il s'applique, nous a conduit à généraliser l'expression précédente sous la forme :

$$(10) \quad \mathcal{W}_s(n,m) = W_s(n,m) |S(m)|^{2\alpha} \left(\sum_{k=n-h}^{n+h} W_s(k,m) \right)^\beta$$

avec α et $\beta \in \mathbb{R}^+$

dont les paramètres caractéristiques sont h , α et β .

Les figures 4 et 5 présentent des signaux caractéristiques à sauts de fréquence et tout ou rien. La figure 6 présente un signal à modulation de phase.

Dans le cas de signaux multiples, si la représentation de Wigner-Ville est satisfaisante pour les signaux tout ou rien et à sauts de fréquence, elle n'offre pas une mise en évidence aisée des modulations numériques de phase.

Dans le cas des modulations numériques de phase, l'approche par la transformation en ondelettes[4][5], qui est une transformation linéaire, paraît plus

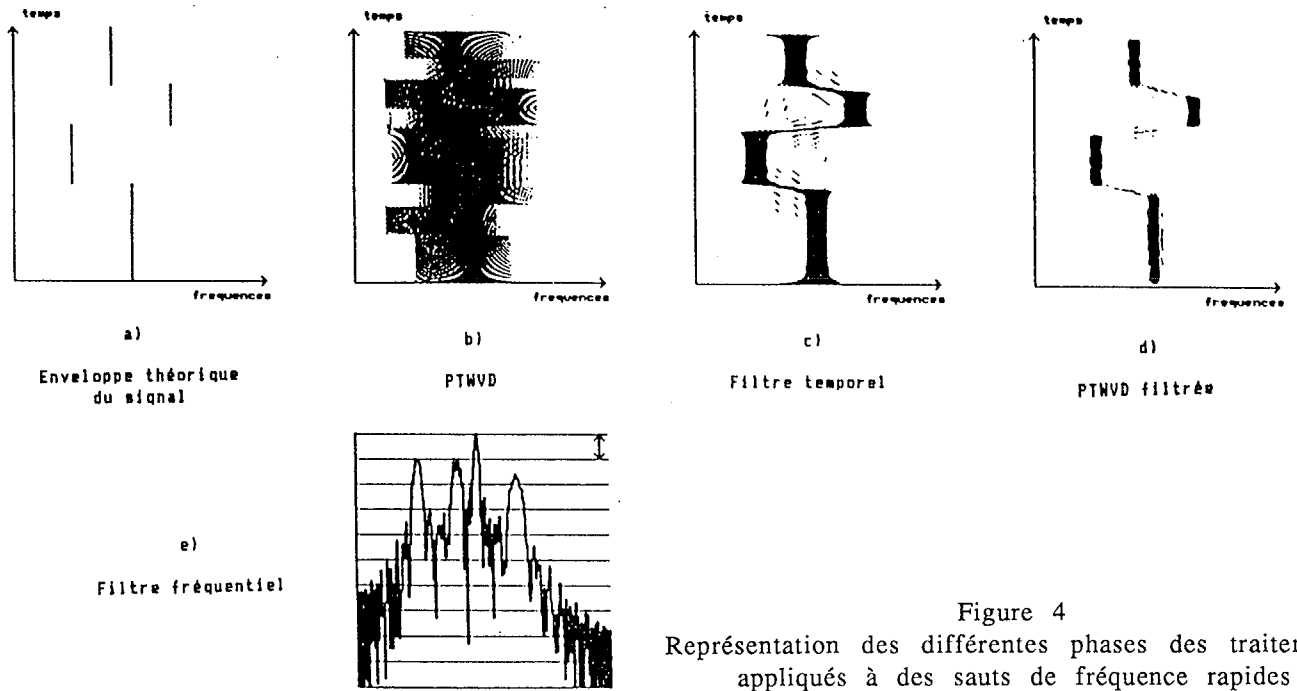


Figure 4
Représentation des différentes phases des traitements appliqués à des sauts de fréquence rapides

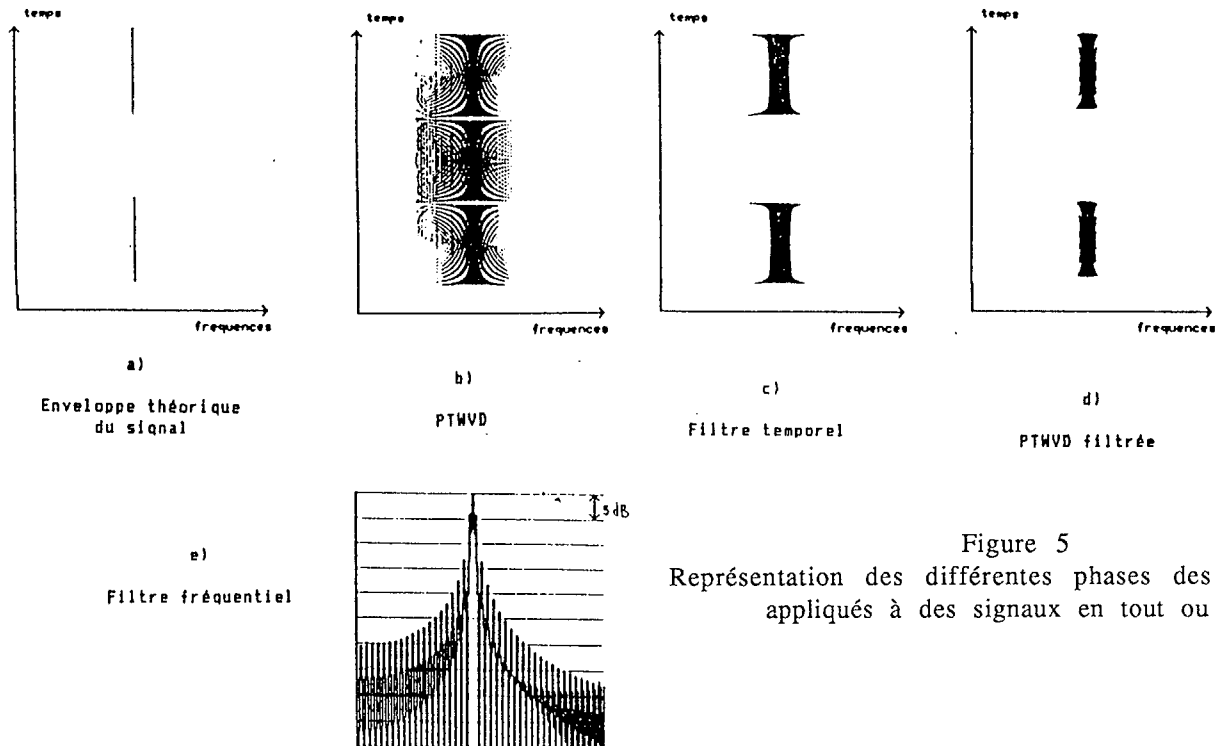


Figure 5
Représentation des différentes phases des traitements appliqués à des signaux en tout ou rien

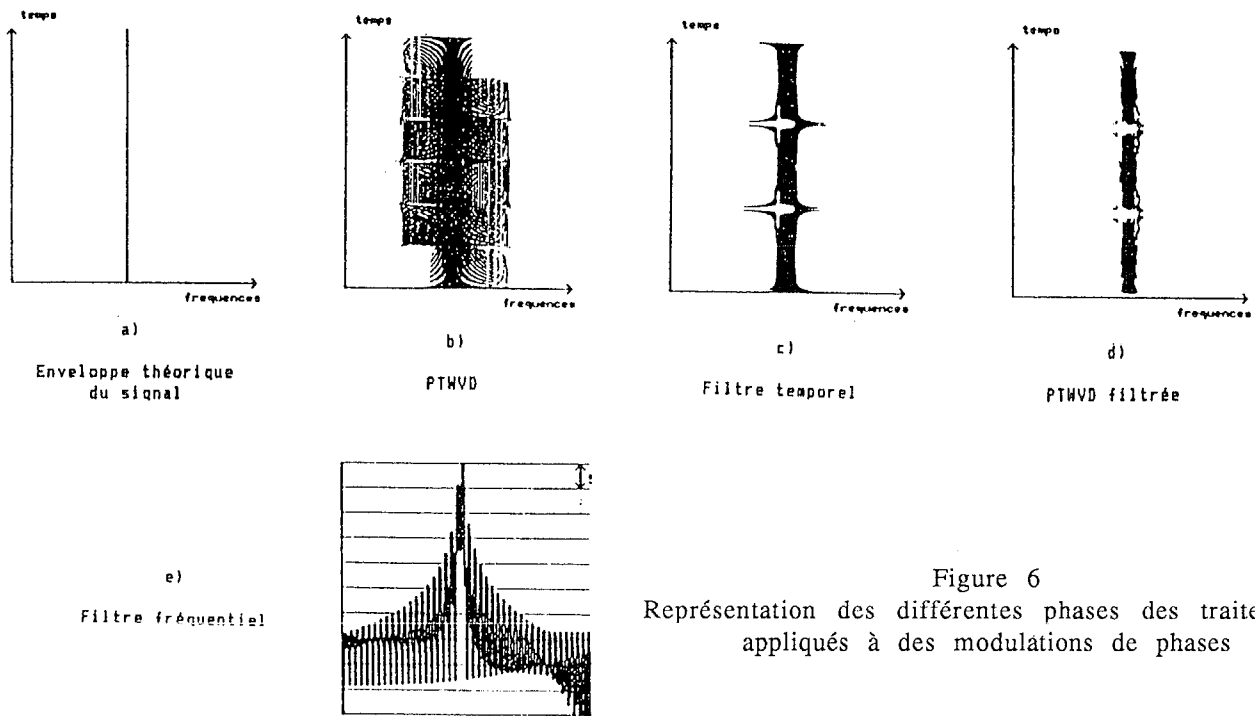


Figure 6

Représentation des différentes phases des traitements appliqués à des modulations de phases

adaptée dans la mesure où elle met en évidence les phénomènes de rupture. La figure 7 donne l'image obtenue avec un signal à modulation de phase de rapport signal de 10 dB en utilisant l'ondelette de Morlet qui, à l'échelle k et sur N points, s'écrit :

$$\varphi_k(n) = C_k e^{2j\pi \frac{\nu}{a_k}} e^{-\frac{n^2}{a_k^2}}$$

où : $\nu \in [0, 0.5[$ est la fréquence réduite

$$a_k = \frac{(N-1) k_{Max}}{(N-1) k_{Max} - k(k_{Max} - 1)} \quad \text{avec} \quad k_{Max} = \left\lfloor \frac{N}{2\alpha\sigma} \right\rfloor$$

C_k est une constante de normalisation, σ l'écart-type de l'enveloppe Gaussienne compté en nombre de points et α le paramètre de précision sur la Gaussienne

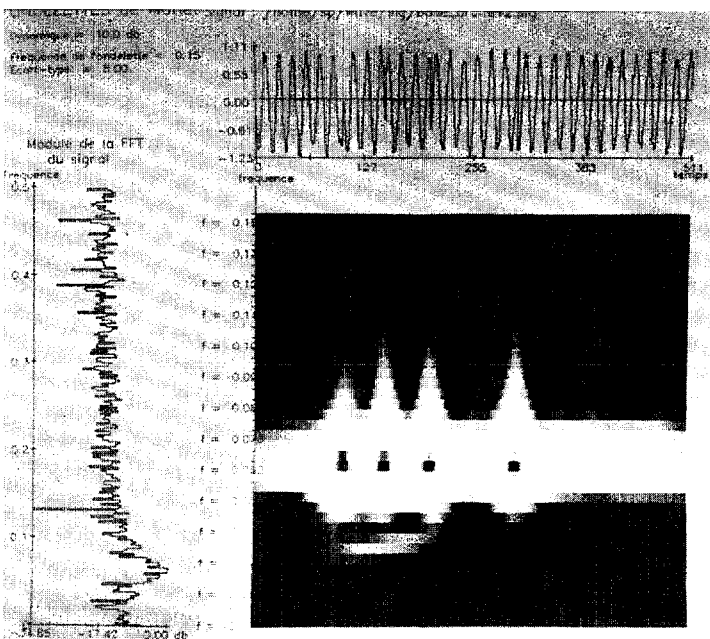


Figure 7

Détection des sauts de phase en utilisant une transformation en ondelette

L'algorithme utilisé est du type redondant ou "sur-abondant" car toutes les échelles discrètes possibles peuvent être calculées dans les limites de définition de l'ondelette discrète (fréquence maximale donnée par le théorème de Shannon et fréquence minimale par la contrainte de conservation de forme à α près).

Cette approche est en cours d'étude pour la reconnaissance des modulations numériques de phase dans le cas de signaux multiples

4. CONCLUSION :

La transformation de Wigner-Ville apporte, par ses propriétés de vraie transformation temps-fréquence, des informations plus fines que celles obtenues à partir de la transformation de Fourier, mais elle engendre des interférences temporelles et fréquentielles. Le traitement que nous proposons permet la reconnaissance aisée des signaux à modulation numérique rapide d'amplitude ou à saut de fréquence, mais nécessite une connaissance à priori de leur large spectre.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. ARTAUD: Etude d'un système de reconnaissance de modulation à partir de données spectrales. Thèse de doctorat Nice mars 1990
- [2] L. COHEN: Time-frequency Distributions- A Review. Proceedings of IEEE vol 77 n°7 Juillet 1989
- [3] P. FLANDRIN, B. ESCUDIE: Principe et mise en oeuvre de l'analyse temps fréquence par transformation de Wigner Ville. Traitement du Signal n°2 p.143-151 1985
- [4] P. FLANDRIN, J. SAGELOLI, J.P. SESSAREGO, B. VIDALIE, M. ZAKHARIA: Ondelettes, spectrogrammes et lissage de la distribution de Wigner-Ville. 12ème colloque GRETSI Nice juin 1989
- [5] A. GROSSMAN, R. KRONLAND-MARTINET: Time and scale representations obtained through continuous wavelet transforms. Signal processing IV proce. of EUSIPCO-88 p.475-482 Grenoble Sept 1988
- [6] F. PEYRIN, R. PROST: A Unified Definition of the Discrete Time, Discrete Frequency, Discrete Time-Frequency Wigner-Ville Distribution IEEE-ASSP vol 34 n°4 p.858-867 1986