

RECEPTION EN PRESENCE DE TRAJETS MULTIPLES

Françoise HENAFF - Alain GLAVIEUX

Département Mathématiques et Systèmes de Communication
 Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne
 B.P. 832 - 29285 BREST CEDEX - FRANCE

RÉSUMÉ

Cet article présente et évalue les performances de deux récepteurs conçus pour la transmission de données sur canal acoustique sous-marin. Le premier récepteur base sa décision sur le critère du maximum de vraisemblance d'une séquence de symboles et le second sur le critère du maximum de vraisemblance d'un symbole.

ABSTRACT

This paper presents and evaluates the performances of two receivers designed for the transmission of data over an underwater acoustic channel. The first receiver bases its decision on the maximum-likelihood criterion of a symbol sequence and the second, on the maximum-likelihood criterion of a symbol.

1 - INTRODUCTION

Dans cet article, le canal acoustique sous-marin est modélisé par un canal de Rayleigh sélectif en fréquence. Pour transmettre des données sur ce type de canal, plusieurs approches sont possibles. On peut, par exemple, utiliser des techniques d'étalement de spectre ou un multiplex de signaux orthogonaux[1,2]. Mais avec ces techniques, les performances obtenues en terme de probabilité d'erreur sont en général celles d'un canal de Rayleigh non sélectif.

L'approche que nous allons développer ici, consiste à utiliser la diversité implicite contenue dans les divers trajets. On modélise alors le canal par un treillis à S états et on montre qu'en utilisant un algorithme suivant la séquence de symboles la plus vraisemblable (algorithme de Viterbi) ou un algorithme suivant le symbole le plus vraisemblable, on améliore les résultats obtenus sur canal de Rayleigh non sélectif.

La récupération d'un signal de référence, nécessaire dans tout dispositif de démodulation, est remplacée ici par l'estimation des paramètres du treillis (nombre d'états et caractéristiques des branches). Pour ce faire, deux algorithmes sont étudiés: l'algorithme du gradient stochastique qui utilise les symboles émis ou, à défaut, les symboles détectés et l'algorithme "Expectation-Maximization" (EM) qui s'appuie uniquement sur l'information contenue dans le signal présent à l'entrée du récepteur.

Les deux récepteurs comprennent donc une partie estimation de canal et une partie détection de symboles. Le premier associe l'algorithme du gradient stochastique à l'algorithme de Viterbi. Le second utilise l'algorithme EM qui permet de calculer la vraisemblance de chaque symbole émis puis d'en déduire sa valeur.

Le but de cet article est de montrer que les deux récepteurs ainsi constitués permettent encore d'obtenir des performances en terme de probabilité d'erreur supérieures à celles obtenues sur un canal de Rayleigh non sélectif.

2 - MODELISATION DU CANAL - SIGNAL REÇU

On considère l'émission d'une séquence {ak} de symboles binaires à valeurs équiprobables dans l'ensemble {-1,+1} et à la cadence de un symbole toutes les T secondes. Pour une modulation de phase à deux états, le signal émis est égal à:

$$x(t) = \text{Re} \left\{ \sum_k a_k h(t - kT) e^{j(2\pi f_0 t + \phi_0)} \right\} \quad (1)$$

où h(t) est une fonction "porte" d'amplitude A et de durée [0,T[, f₀ est la fréquence porteuse et φ₀ est une phase équirépartie sur [0,2π[.

Tout signal transmis sur canal acoustique sous-marin subit le phénomène de trajets multiples. Pour un signal émis, le récepteur reçoit P ondes. Chacune d'entre elles est identifiée par quatre paramètres: l'amplitude C_p, l'angle de réception α_p, le retard θ_p par rapport à l'instant d'émission et la fréquence Doppler f_p.

Pour modéliser ce canal, on regroupe les ondes ayant des retards voisins (|θ_p-θ_{p'}| << T). Comme dans [3], on substitue aux P ondes reçues un ensemble de M signaux ou trajets, chacun étant caractérisé par une amplitude complexe A_m(t) et un retard τ_m. En sortie du démodulateur échantillonné à la cadence symbole, on obtient alors le signal complexe et discret y_n (y_n ≜ y(nT)),

$$y_n = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=0}^{P-1} A_m(nT) a_{n-m} h_c(mT - \tau_p) + w(nT) \quad (2)$$

où h_c(.) est la réponse impulsionnelle globale des filtres de la chaîne de transmission, w(.) est un bruit additif et gaussien, de moyenne nulle et de variance σ². τ_m est le retard moyen des ondes qui constituent le trajet m et devient le retard du m^{ème} trajet. Si τ_{max} est le retard maximum engendré par le canal, on se place dans l'hypothèse où:

$$\tau_{max} > T \quad (3)$$

c'est-à-dire dans le cas d'un canal sélectif en fréquence.

Les A_m(.) sont des bruits multiplicatifs (BM) complexes, gaussiens, centrés et indépendants. Leurs modules suivent une loi



de Rayleigh (évanouissements dans l'amplitude du signal) et leurs phases sont équiréparties sur $[0, 2\pi[$. Ils ont pour expression:

$$A_m(nT) = \sum_{k=1}^{K_m} C_{k,m} e^{j(2\pi f_{k,m} nT + B_{k,m})} \quad (4)$$

où K_m est le nombre d'ondes du m ème trajet ($\sum_m K_m = P$).

En normalisant la puissance reçue à 1, les amplitudes $C_{k,m}$ vérifient l'égalité suivante:

$$\sum_m \sum_k |C_{k,m}|^2 = 1 \quad (5)$$

Les $B_{k,m}$ sont des déphasages dus aux retards $\theta_{k,m}$ (on les prend équirépartis entre 0 et 2π). Les fréquences $f_{k,m}$ dépendent des angles $\alpha_{k,m}$, avec:

$$f_{k,m} = f_{\max} \cos \alpha_{k,m} \quad (6)$$

où f_{\max} est la fréquence Doppler maximale et les angles $\alpha_{k,m}$ sont équirépartis sur $[0, 2\pi[$.

On note s_n l'état du système à l'instant nT :

$$s_n = \{a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_{n-L}\} \quad (7)$$

où $L=M-1$ est la longueur de la mémoire du canal. Les symboles étant binaires, le canal est modélisé par un treillis à 2^L états.

3 - RECEPTEUR SUIVANT LE MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE D'UNE SEQUENCE DE SYMBOLES.

3.1- Détection des symboles

La détection des symboles est basée sur la recherche, dans le treillis, du chemin le plus vraisemblable, c'est-à-dire ayant la métrique la plus faible. On définit la métrique associée au chemin d'indice i à l'instant pT par la relation suivante:

$$\chi(p)^{(i)} = \sum_{n=1}^p |y_n - \xi_n^{(i)}|^2 \quad (8)$$

où $\xi_n^{(i)}$ est le signal associé au chemin d'indice (i) :

$$\xi_n^{(i)} = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=0}^{M-1} A_m(nT) a_{n-m}^{(i)} h_c(mT - \tau_p), \quad i = 1, \dots, 2^M \quad (9)$$

La recherche du chemin ayant la métrique la plus faible peut se faire à partir de l'algorithme de Viterbi [4]. A l'instant $(p+v)T$, où v est égal à plusieurs fois la mémoire L du canal, on sélectionne la métrique d_{\min} la plus faible,

$$d_{\min} = \min_i \chi(p+v)^{(i)} \quad (10)$$

puis on remonte le chemin sélectionné jusqu'à l'instant pT , où l'on détecte le symbole a_p .

3.2 - Estimation du canal

Le calcul des métriques (8) nécessite la connaissance des BM. Pour cela on fait appel à un estimateur de canal sous la forme d'un filtre adaptatif transverse. L'algorithme d'estimation retenu est l'algorithme du gradient stochastique [5] défini par les relations:

$$\hat{A}_m(nT) = \hat{A}_m((n-1)T) - \mu [y_n - \hat{y}_n] \tilde{a}_{n-m} \quad (11)$$

pour $m = 0, \dots, M-1$

$$\hat{y}_n = \sum_{m=0}^{M-1} \hat{A}_m((n-1)T) \tilde{a}_{n-m} \quad (12)$$

où μ est le coefficient de convergence et où les estimés $\hat{A}_m(\cdot)$ prennent en compte le terme $h_c(mT - \tau_p)$.

"^" signifie estimé et "~" représente les symboles détectés.

3.3 - Récepteur

Le récepteur complet associe l'algorithme de Viterbi à l'estimateur de canal [6]. Le retard vT introduit par l'algorithme de Viterbi dans la détection des symboles se répercute sur l'estimation des BM. Pour calculer (8) à l'instant nT , on utilise les BM estimés en $(n-v)T$.

Le récepteur complet est donné figure 1.

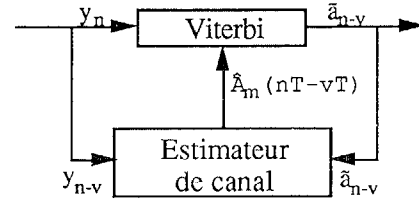


figure 1: récepteur suivant le maximum de vraisemblance d'une séquence de symboles

4 - RECEPTEUR SUIVANT LE MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE D'UN SYMBOLE

Cette méthode de réception est détaillée dans [7] pour un canal linéaire ou non linéaire à mémoire. Elle utilise l'algorithme EM présenté dans [8] et nécessite la transmission des symboles par blocs. Nous donnons ici l'essentiel de la méthode.

On considère une séquence d'observation $y_1^{N'}$, N' étant la longueur d'un bloc de symboles et on définit l'ensemble δ des paramètres à estimer:

$$\delta = (\sigma^2, \xi_n^{(i)}; i = 1, \dots, 2^M) \quad (13)$$

et $\delta_{(j)}$ l'estimée de δ à la j ème itération.

On définit également la séquence de symboles:

$$\alpha_{n,p} = (a_n, a_{n-1}, \dots, a_{n-p}) \quad (14)$$

et $\{\alpha_{n,p}^{(i)}; i = 1, \dots, 2^{p+1}\}$ l'ensemble des 2^{p+1} réalisations possibles de la séquence de symboles $\alpha_{n,p}$.

La vraisemblance de la séquence d'information est donnée par:

$$p(y_1^{N'}; \delta) = \sum_{i=1}^{2^{N'}} p(\alpha_{N', N'-1}^{(i)}, y_1^{N'}; \delta) \quad (15)$$

4.1 - Estimation des paramètres

La maximisation de (15) par rapport à δ [7] permet d'obtenir des relations itératives pour l'estimation des paramètres σ^2 et $(\xi_n^{(i)}; i = 1, \dots, 2^M)$. Il faut préciser ici que l'algorithme EM ne permet pas l'estimation des signaux $(\xi_n^{(i)}; i = 1, \dots, 2^M)$ à chaque instant nT . Pour chaque bloc de symboles, et pour chaque valeur de i , on obtient une estimée unique $\xi_{(j+1)}^{(i)}$, où $(j+1)$ représente la $(j+1)$ ème itération sur un bloc donné. A la $(j+1)$ ème itération, les paramètres estimés ont pour expression:

$$\xi_{(j+1)}^{(i)} = \frac{\sum_{n=1}^{N'} p(\alpha_{n,L} = \alpha_{n,L}^{(i)}, y_1^{N'}; \delta_{(j)}) y_n}{\sum_{n=1}^{N'} p(\alpha_{n,L} = \alpha_{n,L}^{(i)}, y_1^{N'}; \delta_{(j)})}; \quad i = 1, \dots, 2^M \quad (16)$$

$$\sigma_{(j+1)}^2 = \frac{\sum_{n=1}^{N'} \sum_{i=1}^{2^M} p(\alpha_{n,L} = \alpha_{n,L}^{(i)}, y_1^{N'}; \delta_{(j)}) |y_n - \xi_{(j+1)}^{(i)}|^2}{\sum_{n=1}^{N'} \sum_{i=1}^{2^M} p(\alpha_{n,L} = \alpha_{n,L}^{(i)}, y_1^{N'}; \delta_{(j)})} \quad (17)$$

• calculs des $p(\alpha_{n,L} = \alpha_{n,L}^{(i)}, y_1^{N'}; \delta_{(j)})$, pour $i=1, \dots, 2^M$.

Ils s'effectuent à l'aide de récursions dites "forward-backward". Soit i la valeur décimale de l'état s_n du canal à l'instant nT et soit j la valeur décimale de l'état s_{n+1} du canal à l'instant $(n+1)T$. Toutes les transitions d'un état vers un autre ne sont pas possibles. Dans la suite, on ne prend en compte que les cas où i et j sont compatibles (cmpts). On peut alors écrire:

$$p(\alpha_{n,L} = \alpha_{n,L}^{(i)}, y_1^{N'}; \delta_{(j)}) = \frac{1}{2} \sigma_n(i, j) \gamma_n(i) \beta_{n+1}(j); \quad i, j \text{ cmpts} \quad (18)$$

$$\sigma_n(i, j) = p(y_n / s_{n+1} = j, s_n = i) \quad (19)$$

$$\gamma_n(j) = \sum_i \frac{1}{2} \gamma_{n-1}(i) \sigma_{n-1}(i, j); \quad i, j \text{ cmpts} \quad (20)$$

$$\beta_{n-1}(i) = \sum_j \frac{1}{2} \beta_{n+2}(j) \sigma_{n+1}(i, j); \quad i, j \text{ cmpts} \quad (21)$$

où les $(\gamma_n(j); n=1, \dots, N')$ constituent la récursion "forward" et les $(\beta_n(i); n=N', \dots, 1)$ constituent la récursion "backward".

4.2 - Détection des symboles

Soit $\alpha_{n,L}^{(+1)}$, l'ensemble des réalisations de la séquence $\alpha_{n,L}$ avec $a_n=1$. On prend la décision $\tilde{a}_n=1$ si

$$p(a_n = 1, y_1^{N'}; \delta) = \sum_{\alpha_{n,L}^{(+1)}} p(\alpha_{n,L} = \alpha_{n,L}^{(+1)}, y_1^{N'}; \delta) \geq 0.5 \quad (22)$$

Sinon on prend la décision $\tilde{a}_n=-1$.

4.3 - Déroulement de l'algorithme EM

Supposons que les états initial s_1 et final $s_{N'}$ du treillis soient connus et de valeurs décimales respectives I et J . On initialise alors l'algorithme EM par $\gamma_1(I)=\beta_{N'}(J)=1$ et $\gamma_1(i)=\beta_{N'}(j)=0$ pour $i \neq I$ et $j \neq J$.

Après avoir également initialisé l'algorithme par une valeur arbitraire de δ , et après avoir fixé un critère d'arrêt pour l'estimation des paramètres (stabilisation des vraisemblances sur les symboles, par exemple), l'algorithme EM se déroule de la façon suivante:

- 1- calcul de (20) et (21) pour tous les symboles du bloc
- 2- calcul de (18) pour tous les symboles du bloc
- 3- estimation des $\delta_{(j)}$ à partir de (16) et (17)

On réitère ce processus tant que le critère d'arrêt n'est pas atteint. Si le critère est atteint, on détecte les N' symboles du bloc et on passe au bloc suivant.

5 - RESULTATS

Pour comparer les performances des deux récepteurs, nous avons effectué les simulations pour des canaux de mémoires $L=2$ et $L=3$ (ce qui correspond respectivement à des treillis à 4 et 8 états), les retards des trajets étant choisis tels que:

$$\tau_m = mT; \quad m = 0, \dots, M-1 \quad (23)$$

La vitesse de variation des BM dépend de la fréquence Doppler maximale f_{max} . On peut montrer [3] que sur des intervalles de temps inférieurs ou égaux à Δt , les BM sont quasi-constants.

$$\Delta t = \frac{e^{\rho^2} - 1}{\rho f_{max} \sqrt{2\pi}} \quad (24)$$

où ρ est l'atténuation maximale observée sur le signal transmis.

Pour les simulations, nous avons utilisé $f_{max}=3.33\text{Hz}$. Cela conduit à $\Delta t=2.10^{-3}\text{s}$, si on veut observer des évanouissements à $\rho=-35\text{dB}$.

Pour chaque longueur L de mémoire de canal, on a considéré deux valeurs pour les débits de symboles. On les prend de la forme:

$$D = Q / \Delta t \quad \text{avec } Q = 16 \text{ ou } Q = 32 \quad (25)$$

ce qui correspond à des BM variant tous les $16T$ ou tous les $32T$.

5.1 - Estimation des paramètres

Les BM variant dans le temps, l'estimation des paramètres se poursuit tout au long de la transmission.

L'algorithme du gradient fonctionne à partir des symboles détectés. Toutefois, avant d'entamer la détection, on transmet une séquence d'apprentissage qui permet aux paramètres estimés de converger vers les paramètres effectifs du canal. La précision des estimations dépend du gain de convergence μ utilisé. Le gain optimal μ est déterminé de façon heuristique pour chaque valeur du rapport signal à bruit et pour chaque valeur de Q . Par exemple, à $E_b/N_0=12\text{dB}$, on obtient $\mu=10^{-3}$ pour $Q=16$ et $\mu=10^{-2}$ pour $Q=32$.

La précision des estimations obtenue à partir de l'algorithme EM dépend du critère d'arrêt choisi et de la longueur N' des blocs utilisés. On considère que l'estimation des paramètres est acquise lorsque la vraisemblance sur le symbole $a_{N'}$ est stabilisée, à 10^{-4} près. Il se peut que ce critère ne soit jamais atteint (divergence de l'algorithme EM). C'est pourquoi on a également fixé un nombre maximum d'itérations pour l'estimation du paramètre δ (80 à 100 itérations). En ce qui concerne les longueurs des blocs N' , elles dépendent de la valeur de la longueur L de la mémoire du canal et de la valeur du paramètre Q . Par exemple, lorsque $L=2$, on choisit $N'=64$ pour $Q=16$ et $N'=128$ pour $Q=32$.

5.2 - Réception

On désigne par système 1 (Sys1), le système "Gradient-Viterbi" et par système 2 (Sys2), le système "EM-seuil".

Pour chaque couple $(L, Q; L \in \{2, 3\}, Q \in \{16, 32\})$, les performances des deux dispositifs "estimateur-détecteur" ont été évaluées. On a également évalué les performances obtenues par simple détection. Si l'on considère le canal connu au niveau du récepteur, les décisions sont prises en utilisant l'algorithme de Viterbi ou en calculant les vraisemblances sur les symboles. Dans les deux cas, on obtient les mêmes résultats en terme de probabilité d'erreur.

Les probabilités d'erreur obtenues dans chaque cas de simulation sont données figures 2, 3, 4 et 5.

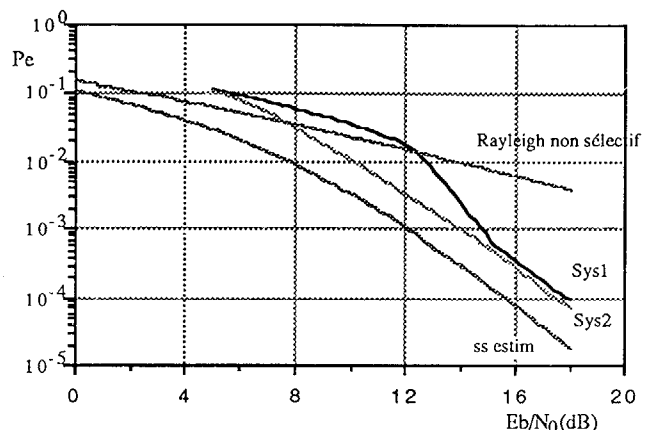


figure 2: probabilités d'erreur pour un canal modélisé par un treillis à 4 états. ($L=2$ et $Q=16$)

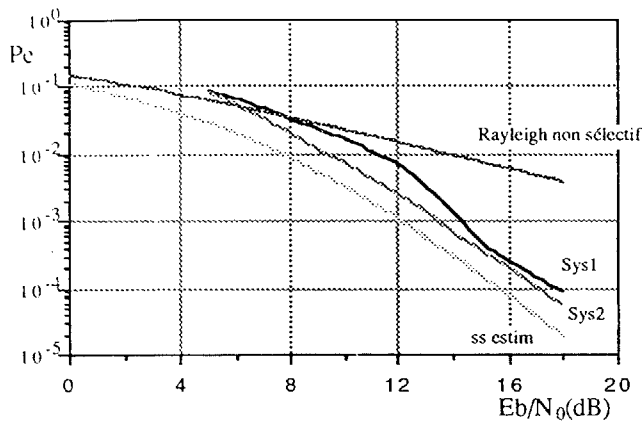


figure 3: probabilités d'erreur pour un canal modélisé par un treillis à 4 états. ($L=2$ et $Q=32$)

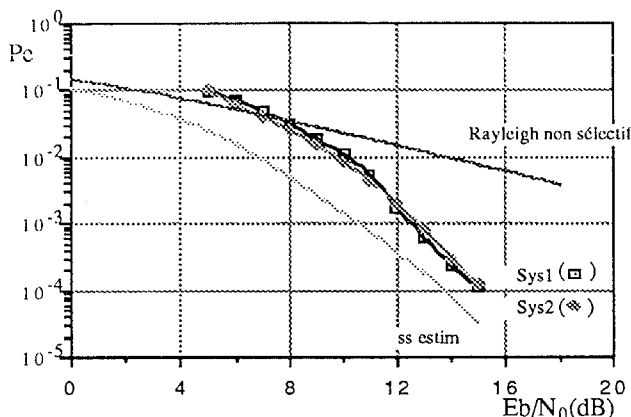


figure 4: probabilités d'erreur pour un canal modélisé par un treillis à 8 états ($L=3$ et $Q=16$)

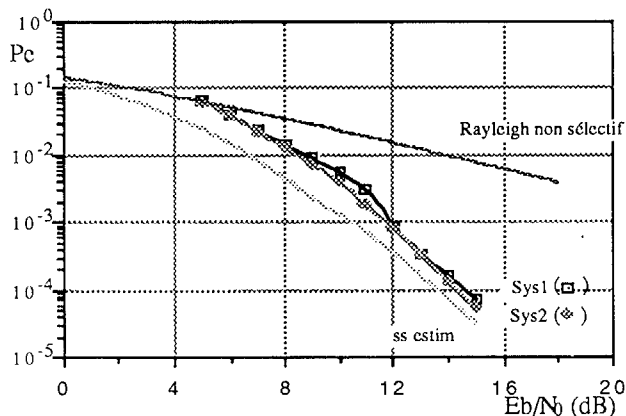


figure 5: probabilités d'erreur pour un canal modélisé par un treillis à 8 états. ($L=3$ et $Q=32$)

6 - CONCLUSION

Dans cet article, nous avons présenté deux récepteurs désignés par système 1 ("Gradient-Viterbi") et système 2 ("EM-seuil"). Pour ces deux récepteurs, nous avons évalué par simulations, les probabilités d'erreur obtenues pour la transmission de données sur canal de Rayleigh sélectif en fréquence. Ces probabilités d'erreur permettent de faire plusieurs conclusions.

Pour les couples $(L, Q ; L = 2 , Q \in \{16, 32\})$ (figures 2 et 3), les performances du système 2 sont supérieures à celles du système 1 pour des rapports signal à bruit compris entre 6 et

15dB. En dehors de cette zone les performances des deux systèmes se rejoignent. On justifie ce résultat par les différences de comportement des deux algorithmes d'estimation. L'algorithme du gradient stochastique agit sur la transmission de façon continue. Quelques symboles mal détectés entraînent sa divergence et celle-ci peut se prolonger sur plusieurs milliers de symboles, si le rapport signal sur bruit n'est pas assez important (mauvaises estimations \Leftrightarrow mauvaises détections). Par contre, l'algorithme EM agit indépendamment d'un bloc de symboles à l'autre. Si l'algorithme diverge sur un bloc, sur le suivant, il converge à nouveau si les évanouissements deviennent moins profonds. On remarque cependant que les différences observées pour $L=2$ au niveau des performances des deux systèmes ont tendance à disparaître lorsque la mémoire du canal L , et donc la taille du treillis, augmentent (figures 4 et 5).

Pour les deux systèmes, on constate l'amélioration des performances lorsque la mémoire L du canal ou lorsque le paramètre Q augmente. Le fait que Q augmente signifie que les BM varient plus lentement dans le temps. Il est donc logique que les estimations se fassent dans de meilleures conditions. Des estimations de canal plus précises entraînent alors l'amélioration des résultats sur les probabilités d'erreur. Le fait que les performances s'améliorent aussi lorsque la mémoire du canal augmente indique que les deux systèmes exploitent au mieux toute l'information contenue dans les divers trajets.

On note enfin que les deux récepteurs (avec estimation de canal) permettent d'obtenir des performances en terme de probabilité d'erreur supérieures à celles obtenues sur un canal de Rayleigh non sélectif en fréquence (avec synchronisation idéale). La mise en oeuvre des deux systèmes de réception reste cependant assez lourde. La complexité croît exponentiellement avec la longueur de la mémoire du canal. Mais, compte-tenu des débits numériques à transmettre sur les canaux acoustiques sous-marins, ce niveau de complexité reste acceptable.

REFERENCES

- [1] B. Solaiman, *Apport de la modulation par évansion de fréquence et du codage convolutif dans les milieux sélectifs*, Thèse de Doctorat, Université de Rennes 1, Rennes, Juin 1990.
- [2] E. A. Geraniotis et M. B. Pursley, "Performance of coherent Direct Sequence Spread Spectrum communications over specular multipath fading", *IEEE Trans. Com.*, vol com 33 n°6, pp 502-508, june 1985.
- [3] W. C. Jakes Jr., Ed., "Multipath interference," in *Microwave Mobile Communications*, New-York, Wiley, 1974.
- [4] J. G. Proakis, "Digital signaling over a channel with intersymbol interference," in *Digital Communications*, New-York: McGraw-Hill, 1983.
- [5] O. Macchi et M. Bellanger, "Le filtrage adaptatif transverse," *Traitement du signal*, vol. 5, n°3, pp 115-132, 1988.
- [6] F. R Magee, Jr, et J. G. Proakis, "Adaptive Maximum-Likelihood Sequence Estimation for digital signaling in the presence of intersymbol interference," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-19, pp 120-124.
- [7] G. Kawas Kaleh et R. Vallet, "Détection et estimation pour la transmission sur un canal inconnu," *Actes du 12^e Colloque GRETSI*, Juan-Les-Pins, juin 1989, pp 201-204.
- [8] Dempster, Laird and Rubin, "Maximum-likelihood from incomplete data via the EM algorithm," *J. ROY. STAT. SOC., SER 39*, PP. 1-38, 1977.