

POURSUITE DE NON STATIONNARITES PAR MODELE ARMA
 REDUIT ADAPTATIF POUR LA PREVISION A COURT-TERME
 DE LA COURBE DE CHARGE TUNISIENNE

M. Jaidane-Saidane ⁽¹⁾, M. Benhadj-Alouane-Turki ⁽¹⁾⁽²⁾, J. Ben Salah ⁽³⁾

(1) Laboratoire des Systèmes de Télécommunications, ENIT, TUNISIE.

(2) Ecole Supérieure des Postes et Télécommunications, Tunis, TUNISIE.

(3) Département Mouvements d'Énergie, STEG, TUNISIE.

RÉSUMÉ

La poursuite de non stationnarités de la série des puissances demi-horaires appelées au niveau national se fait, après caractérisation des non stationnarités, à partir d'un modèle ARMA parsimonieux de structure dite réduite, dont les paramètres évoluent au cours du temps selon l'algorithme du gradient stochastique.

1 INTRODUCTION

La modélisation ARMA adaptative de la courbe de charge des puissances demi-horaires appelées à l'échelle nationale, permet à un organisme tel que la S.T.E.G (Société Tunisienne d'Electricité et du Gaz) [1][2], de remplacer les méthodes semi empiriques actuelles de prévision, basées sur la stabilité de la forme de cette courbe de charge, par une méthode de prévision permettant d'intégrer à la fois l'aspect fortement aléatoire de la consommation à court-terme (le secteur Basse Tension responsable de ce caractère représente près de 80% de la consommation totale) et de suivre à moyen-terme l'évolution de la consommation dont les caractéristiques saisonnières et tendanciennes ne sont pas stables au cours du temps.

Deux difficultés se posent : la première est relative à l'identification de la structure et à l'estimation des paramètres d'un modèle ARMA parsimonieux de structure non classique dite ARMA réduite, tandis que la seconde difficulté concerne la poursuite des non stationnarités, par un tel modèle ARMA réduit, à paramètres évolutifs.

2 STATIONNARITE A COURT-TERME ET MODELE ARMA REDUIT A PARAMETRES FIXES

2.1 Identification d'une structure ARMA réduite

La série P_n des puissances demi-horaires consommées au niveau national fait apparaître de prime abord, une non stationnarité à court-terme due à la présence d'un motif hebdomadaire et quasi journalier de la courbe de charge (figure 1).

La modélisation d'une telle série par un modèle de type ARMA fait intervenir, selon une procédure classique de "stationnarisation du second ordre" un traitement de la série brute [3]. Dans notre cas, deux différentiations à l'ordre 1 (demi-heure) et 336 (une semaine) sont nécessaires

ABSTRACT

Short-term load charge forecasting is made, after signal non stationarity modelling, by a parsimonious ARMA model with a particular reduced structure, and adaptive parameters updated by LMS algorithm.

c'est donc la série $x_n = \nabla \nabla_{336} P_n$, stationnaire sur une période de deux mois, qui est modélisée [1].

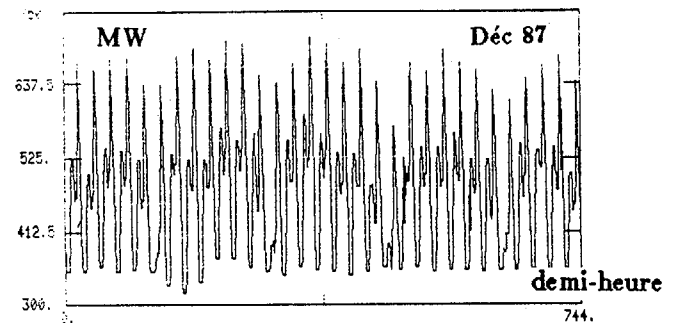


Figure 1 : Motif hebdomadaire de la courbe de charge

L'identification d'une structure ARMA(p,q) classique :

$$e_n = x_n - \sum_{i=1}^p a_i x_{n-i} - \sum_{j=1}^q b_j e_{n-j} \quad (1)$$

où e_n est le résidu de prévision, et $a_i ; i=1,p ; b_j ; j=1,q$, les paramètres du modèle, conduirait ici, à un modèle d'ordre élevé. La figure 2 montre ainsi de quelle manière évolue l'écart-type de prévision $\sqrt{E\{e_n^2\}}$ en fonction de l'ordre p d'une structure purement AR(p). Un ordre 336 est nécessaire pour atteindre un écart-type de prévision de 10 MW, voisin de la précision des télémesures.

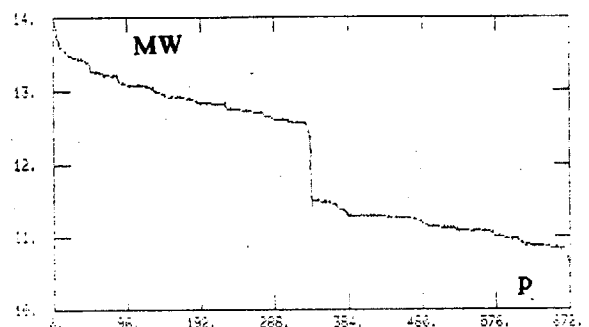


Figure 2 : écart-type de prévision en fonction de l'ordre d'un AR classique (Nov-Déc 87)



Plutôt que d'augmenter indéfiniment l'ordre du modèle, il est ici plus efficace - comme le suggère la figure 2 - de choisir judicieusement les paramètres devant intervenir dans le modèle. Ceci conduit à un modèle ARMA parsimonieux de structure que nous appelons ARMA réduite :

$$e_n = x_n - \sum_{i=1}^p a_{s_i} x_{n-s_i} - \sum_{j=1}^q b_{t_j} e_{n-t_j} \quad (2)$$

La structure fixe, identifiée à partir de deux mois de données, qui convient tout au long de l'année et des années (test sur 3 années) conduit aux ordres estimés suivants : $s_1 = 1, s_2 = 48, s_3 = 96, s_4 = 144, s_5 = 336, t_1 = 48, t_2 = 336$ [2]. Le modèle est ARMA(336,336) mais il possède uniquement 7 paramètres ($p=5$ et $q=2$) significatifs et peu corrélés entre eux.

L'identification des ordres s_i et t_j les plus significatifs peut se faire selon une technique adaptative [4]. Dans le cas étudié, ces ordres ont été choisis de manière à avoir une interprétation réelle.

2.2 Estimation des paramètres d'un modèle ARMA réduit

La modélisation ARMA réduite d'un signal x_n (éq 2) peut se réécrire de manière matricielle :

$$e_n = x_n - \tilde{A}^T \tilde{X}_n^T - \tilde{B}^T \tilde{E}_n^T \quad (3)$$

$$\text{où } \tilde{A} = (a_{s_1}, \dots, a_{s_p})^T, \quad \tilde{B} = (b_{t_1}, \dots, b_{t_q})^T, \\ \tilde{X}_n = (x_{n-s_1}, \dots, x_{n-s_p})^T, \quad \tilde{E}_n = (e_{n-t_1}, \dots, e_{n-t_q})^T$$

2.2.1 Cas d'un modèle AR réduit

Dans le cas d'une modélisation par modèle purement AR réduit ($\tilde{B} = 0$), on montre aisément que l'estimation optimale du vecteur paramètre \tilde{A} conduit à la résolution du système linéaire suivant :

$$\tilde{R} \tilde{A} = \tilde{r} \quad (4)$$

où

$\tilde{R} = E\{\tilde{X}_n \tilde{X}_n^T\}$ est la matrice de corrélation réduite
 $\tilde{r} = E\{x_n \tilde{X}_n^T\}$ est le vecteur de corrélation réduit
 avec

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} r_0 & r_{|s_1-s_2|} & \dots & r_{|s_1-s_p|} \\ r_{|s_2-s_1|} & r_0 & \dots & r_{|s_2-s_p|} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{|s_p-s_1|} & r_{|s_p-s_2|} & \dots & r_0 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{r} = (r_{s_1}, r_{s_2}, \dots, r_{s_p})^T \\ \text{et } r_i = E\{x_n x_{n-i}\}.$$

La matrice de corrélation réduite est symétrique définie positive, mais elle n'a plus la structure de Toeplitz, comme dans le cas d'un AR classique.

2.2.2 Cas d'un ARMA réduit

Si le signal x_n est effectivement généré par un modèle ARMA réduit :

$$x_n = \tilde{A}^T \tilde{X}_n^T + \tilde{B}^T \tilde{Y}_n^T + \epsilon_n \quad (5)$$

où $\tilde{A} = (\tilde{a}_{s_1}, \dots, \tilde{a}_{s_p})^T, \quad \tilde{B} = (\tilde{b}_{t_1}, \dots, \tilde{b}_{t_q})^T, \\ \tilde{Y}_n = (\epsilon_{n-t_1}, \dots, \epsilon_{n-t_q})^T, \epsilon_n$ étant un bruit blanc centré stationnaire, nous montrons aisément que l'estimation optimale du vecteur paramètre \tilde{A} conduit à la résolution du système linéaire suivant :

$$\tilde{R}_q \tilde{A} = \tilde{r}_q \quad (6)$$

où

$$\tilde{R}_q = \begin{pmatrix} r_{t_q} & r_{|s_1-s_2+t_q|} & \dots & r_{|s_1-s_p+t_q|} \\ r_{|s_2-s_1+t_q|} & r_{t_q} & \dots & r_{|s_2-s_p+t_q|} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{|s_p-s_1+t_q|} & r_{|s_p-s_2+t_q|} & \dots & r_{t_q} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{r}_q = (r_{s_1+t_q}, r_{s_2+t_q}, \dots, r_{s_p+t_q})^T$$

La matrice \tilde{R}_q n'est ni symétrique ni de Toeplitz, cependant, dans notre cas, la matrice à inverser n'est plus que d'ordre 5 et non plus d'ordre 336.

L'estimation des paramètres MA conduit comme dans le cas d'un ARMA classique à la résolution d'un système non linéaire ; nous avons utilisé l'algorithme de Marquardt [3] pour résoudre un tel système. Dans le cas général la solution qui conduit à la minimisation de l'écart-type de prévision, n'est pas unique ; elle le sera sous l'hypothèse décrite par l'équation (4) : on alors [5] $\tilde{a}_i^{opt} = \tilde{a}_{s_i}, i = 1, p$ et $\tilde{b}_j^{opt} = \tilde{b}_{t_j}, j = 1, q$.

L'écart-type de prévision obtenu à partir du modèle AR(336) réduit à 5 paramètres choisi précédemment ($s_1 = 1, s_2 = 48, s_3 = 96, s_4 = 144, s_5 = 336$), identifié sur la période de Novembre-Décembre 1987, est de 12.8 MW ; il est comparable à celui obtenu par un modèle AR(336) classique possédant 336 paramètres (11.5 MW). Le modèle AR réduit peut être validé car ses 5 paramètres sont significatifs et peu corrélés entre eux, ce qui n'est pas le cas pour le modèle AR à 336 paramètres. L'adjonction de 2 paramètres MA dans la structure réduite $t_1 = 48, t_2 = 336$ améliore un peu l'écart-type de prévision (12.6 MW) et permet d'obtenir un résidu de prévision blanc.

3 NON STATIONNARITES A MOYEN TERME ET MODELE ARMA REDUIT ADAPTATIF

3.1 Insuffisance du modèle à paramètres fixes

La série des puissances différenciée x_n , si elle peut être considérée comme stationnaire sur un horizon de deux mois, présente en fait une non stationnarité à moyen terme qui traduit les différences de caractéristiques de la courbe de charge à différentes périodes de l'année : variations de la puissance moyenne journalière, de la puissance de l'heure de pointe, de l'heure de pointe, ... et au cours des années :

variations de la demande annuelle,...(figure 3).

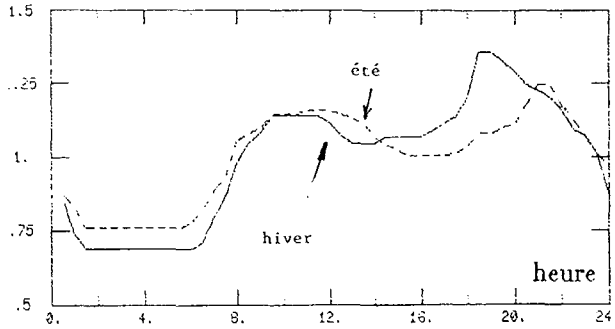


Figure 3 : Puissances réduites d'un jour d'hiver et d'été

Cette non stationnarité à moyen terme rend insuffisante la modélisation de la courbe de charge par un modèle ARMA réduit à paramètres fixes. Afin de poursuivre les non stationnarités de la courbe de charge, nous considérons un modèle ARMA réduit à paramètres évolutifs.

Outre la poursuite de non stationnarité, ce type de modélisation adaptative permet de s'affranchir de la connaissance a priori des statistiques du signal ; elle permet donc, d'envisager une implantation en temps réel, dans la chaîne des programmes du Dispatching de la STEG, du logiciel de prévision élaboré.

3.2 Adaptation des paramètres d'un modèle ARMA réduit

Les paramètres du modèle, dont la structure reste inchangée au cours du temps, doivent évoluer de manière à minimiser l'erreur quadratique moyenne de prévision.

Une adaptation de type gradient stochastique (algorithme LMS [6]) étant choisie, il s'agit d'évaluer ce que deviennent les performances d'un tel algorithme, appliqué à une structure réduite ; les calculs sont effectués dans le cas purement AR. La présence de la partie récurrente adaptative pose des problèmes de stabilité qui sont résolus au niveau des simulations par un test de stabilité élémentaire puisque la partie récurrente possède uniquement 2 paramètres. Au niveau théorique, le calcul des performances n'est pas encore résolu dans le cas de structure ARMA classique.

On montre aisément, dans le cas d'un signal x_n stationnaire, que la minimisation de $E\{e_n^2\}$ conduit dans le cas AR réduit, à l'adaptation suivante :

$$e_n = x_n - \check{A}_n^T \check{X}_n^T \quad (7)$$

$$\check{A}_{n+1} = \check{A}_n + \mu e_n \check{X}_n \quad (8)$$

où $\mu > 0$ représente le pas d'adaptation.

Le vecteur paramètre \check{A}_n converge en valeur moyenne vers le vecteur paramètre optimal (sous l'hypothèse d'indépendance entre \check{X}_n et \check{A}_n [6]), à la condition que le pas d'adaptation soit choisi inférieur à un pas d'adaptation critique :

$$\mu < \mu_{cri} = \frac{2}{pP_x} \quad (9)$$

où p est le nombre de coefficients de la structure AR réduite et P_x la puissance du signal à modéliser.

Le choix d'un pas d'adaptation optimal est, toujours dans le cas stationnaire, guidé par un compromis entre la vitesse et la finesse de convergence de l'algorithme. La valeur de

$\mu_{opt} = 0.66510^{-5}$ est choisie pour la période de Novembre-Décembre 1987 (figure 4).

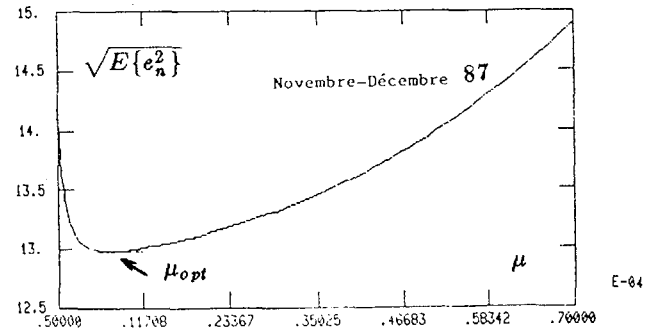


Figure 4 : Choix du pas d'adaptation optimal (cas stationnaire)

3.3 Poursuite de non stationnarités par modèle ARMA réduit

La poursuite de non stationnarités de la courbe de charge par un modèle ARMA réduit adaptatif est un problème délicat. Peu de résultats théoriques généraux sont connus (voir par exemple [6]). Maîtriser cette poursuite c'est avant tout modéliser la non stationnarité du signal étudié.

Les simulations montrent que la moyenne journalière et mensuelle de la série différenciée x_n varie de manière non significative entre ± 2 MW, tandis que les écarts-types journaliers et mensuels de l'année 87 varient de manière significative entre 13 et 25 MW ce qui montre une non stationnarité à l'ordre 2 (figure 5). Le pic élevé se situe dans la période du mois de Ramadhan dont la durée est de 1 mois.

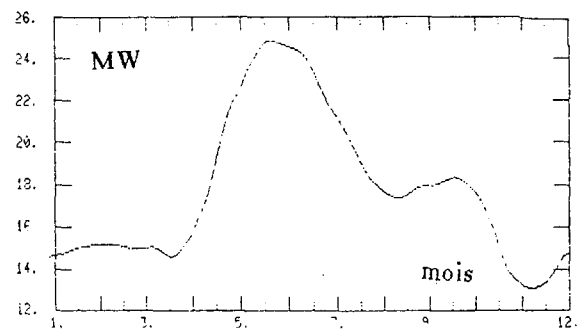


Figure 5 : variation des écarts-types mensuels de la série différenciée de l'année 87.

Dans le cas du problème de prédiction du signal non stationnaire x_n qui nous intéresse ici, nous supposons que x_n est généré par la filtrée d'un bruit ϵ_n , selon :

$$x_n = \check{A}_n^T \check{X}_n^T + \epsilon_n \quad (10)$$

et nous effectuons la prédiction du signal selon les équations 7 et 8.

Les statistiques du signal x_n et du bruit blanc générateur ϵ_n varient au cours du temps ; le filtre linéaire de vecteur paramètre \check{A}_n évolue également. Nous supposons que l'ordre du filtre reste inchangé. Ainsi, l'évolution du paramètre optimal a_{336} estimé sur différentes périodes de deux semaines de l'année 87 montre que ce dernier varie de



manière significative entre -0.7 et 0. (figure 6).

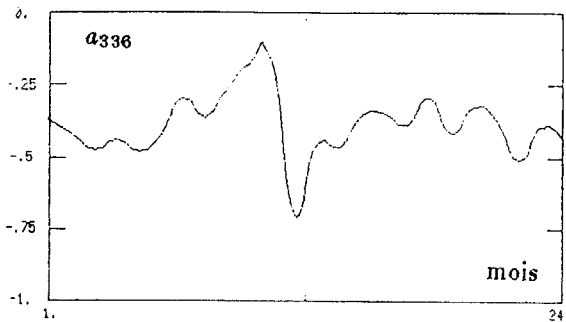


Figure 6 : Evolution du paramètre a_{336} du filtre optimal (année 87).

La non stationnarité peut être caractérisée par la quantité $T_n = \hat{A}_{n+1} - \hat{A}_n$

En supposant la modélisation exacte $\hat{A}_n = \check{A}_n$ et dans le cas où le modèle linéaire et figé, on a $e_n = \epsilon_n$. Les variations de \hat{A}_n font que l'erreur de prédiction comporte en fait le bruit relatif à la variation du filtre optimal et le bruit d'observation du modèle : $e_n = T(n)^T \check{X}_n + \epsilon_n$. Nous mesurons par la vitesse de non stationnarité [8] selon :

$$v(n) = \sqrt{\frac{P_x(n)\delta(n)}{P_b(n)}} \quad (11)$$

où $\delta(n) = E\{|T(n)|^2\}$ et $P_x(n)$ (resp. $P_b(n)$) représente la puissance du signal x (resp. b).

Dans le cas de la modélisation de la courbe de charge, nous avons traité une série exempte des réalisations particulières de courte durée (fêtes) qui provoquent une non stationnarité de type rupture et nous avons conservé une non stationnarité de longue durée (Ramadhan). Sur l'année 87 on trouve $P_x|_{1987} = 17.88MW$, $P_b|_{1987} = 15.17MW$ et $\delta|_{1987} = 68.0610^{-2}$ ce qui conduit à un degré de non stationnarité de $v|_{1987} = 0.895$. Cette valeur, bien qu'inférieure à 1, reste néanmoins élevée alors qu'une stationnarité lente semblait prévisible. Ceci est dû à la présence du mois de Ramadhan durant lequel les incréments $T(n)$ sont élevés. Un traitement particulier de cette période pourrait être envisagé, d'autant plus qu'il s'agit d'une non stationnarité dont la période est prévue.

L'algorithme d'adaptation utilisé pour la poursuite de la non stationnarité est l'algorithme du gradient stochastique à pas d'adaptation μ constant. Le pas d'adaptation optimal varie en fonction des différentes périodes de l'année, il varie de $0.199 \cdot 10^{-5}$ pour la période de Mai-juin 87 (contenant le Ramadhan) à $0.665 \cdot 10^{-5}$ pour la période de Novembre-Décembre 87. Une optimisation du pas d'adaptation sur l'ensemble de l'année 87 montre que le pas d'adaptation optimal est obtenue pour $\mu_{opt} = 0.38610^{-5}$

4 CONCLUSION

La modélisation d'un signal non stationnaire réel représenté par la courbe de charge des puissances demi-horaires appelées au niveau national est un problème délicat. Le choix d'un modèle ARMA parsimonieux de structure dite réduite permet de dépasser le problème de modélisation par des modèles ARMA d'ordre élevé. Dans le cas stationnaire, la recherche des paramètres optimaux et la mise en

oeuvre d'un algorithme d'adaptation des paramètres d'une structure ARMA classique doivent être modifiées dans le cas d'une structure réduite. Le problème de poursuite de non stationnarité reste le plus délicat, une première caractérisation de la non stationnarité de la courbe de charge faite dans cette étude est un préliminaire indispensable à une bonne modélisation par modèle ARMA réduit adaptatif.

[1] M. M'BOUP, M. JAIDANE, J. BEN SALAH : "Prévision à court-terme de la courbe de charge tunisienne par modèle ARMA", Journées Tunisiennes d'Electrotechnique et d'Automatique (JTEA 88), Monastir 8-10 décembre 1988.

[2] M. BEN HADJ ALOUANE, M. JAIDANE, J. BEN SALAH : "Modèles ARMA évolutifs pour la prévision à court-terme de la courbe de charge des puissances appelées en Tunisie", Journées Tunisiennes d'Electrotechnique et d'Automatique (JTEA 89), Hammamet 8-10 décembre 1989.

[3] G.E.P BOX, G.M JENKINS : "Time series analysis : forecasting and control", Holden Day, San Fransisco, CA 1976.

[4] D.M ETTER, J. JIANG : "An adaptive technique for determining a reduced model for a system", IEEE Trans. on Signal Processing, Vol 39 nx1, pp200-202, January 1991.

[5] S.D STEARNS : "Error surfaces of recursive adaptive filters", IEEE Trans. on Acoustic Speech and Signal Processing, Vol ASSP-29, nx3, June 1981.

[6] B. WIDROW, S.D STEARNS : "Adaptive Signal Processing", Prentice Hall, 1985.

[7] "Algorithmes adaptatifs et soustraction de bruit" : Revue Traitement du Signal, numéro spécial 1989, Vol 6 numéro 5.

[8] O. MACCHI : "Adaptatif et non stationnaire : méthodologie comparative" : Revue Traitement du Signal, numéro spécial 1989, Vol 6 numéro 5, pp335-345, 1989.