



EGALISATION DE PERTURBATIONS NON-LINEAIRES

Jacques PALICOT

CCETT (Centre Commun d'Etudes de Télédiffusion et Télécommunications)
Rue du Clos Courtel - BP 59 - 35512 CESSON SEVIGNE - FRANCE

RÉSUMÉ

Nous présentons un égaliseur de perturbations non-linéaires très simple. Il est basé sur le fait qu'une perturbation non-linéaire peut être approchée par une somme de perturbations linéaires. La version de base, dans laquelle l'égaliseur ne comporte que deux filtres, a été simulée pour deux types de non-linéarités différentes. Dans ces deux cas, le gain apporté par cet égaliseur est considérable.

ABSTRACT

We present here an uncomplicated equalizer for non-linear perturbations, taking as its basis that a non-linear perturbation can be approximated by the sum of linear perturbations. The base model of the equalizer, which has only two filters, has been simulated for two different types of non-linearities. In each of these cases, the equalizer introduces considerable gains.

1 - INTRODUCTION

La diffusion ou la transmission d'un signal de données ou de télévision, sur tous types de support, engendre des perturbations linéaires et non-linéaires. La correction des perturbations linéaires est bien connue, notamment grâce à l'utilisation d'égaliseurs autoadaptatifs. Cependant, ce type d'égaliseur ne peut pas corriger des perturbations non-linéaires rencontrées fréquemment dans la pratique.

Ces perturbations non-linéaires peuvent notamment être dues aux saturations d'amplificateurs, aux non-linéarités des tubes à ondes progressives lors d'un trajet satellite, aux modules de sélection en radiofréquence et de démodulation en fréquence intermédiaire d'un récepteur de télévision, aux phénomènes d'écrêtage et aux non-linéarités liées à la quantification du signal. Ces perturbations limitent l'efficacité de certains systèmes. Il est, par exemple, très difficile de diffuser une modulation de type x-QAM dans un canal satellite : le recul nécessaire pour fonctionner dans une zone linéaire est trop important.

Certains auteurs [1] ont préconisé l'utilisation de pré-distorsions afin de compenser les non-linéarités : mais cela suppose que le canal soit parfaitement connu et stationnaire.

L'apport de l'égalisation non-linéaire a aussi été étudiée en particulier par Falconer [2]. D'autres auteurs appliquent le développement en série de Volterra du modèle non-linéaire afin de trouver un récepteur optimal [3], [4]. L'égaliseur qui en résulte est en général très compliqué à mettre en oeuvre. Nous décrivons dans ce papier un égaliseur très simple qui permet de corriger les perturbations non linéaires ainsi, bien sûr, que les perturbations linéaires. Il est basé sur l'hypothèse qu'une perturbation non-linéaire peut être approchée par une somme de perturbations linéaires.

2 - DESCRIPTION

L'égaliseur de perturbations non linéaires est représenté par la figure 1 ; il comprend les éléments suivants :
- un séparateur de niveaux (organe non linéaire)
- plusieurs filtres linéaires adaptatifs en parallèle
- un sommateur.

Chaque filtre linéaire se comporte comme un égaliseur classique sur la partie du signal qui lui est attribué par le séparateur de niveaux. Les seuils du séparateur de niveaux peuvent être fixes, ce qui est le cas le plus simple, ou adaptatifs. Dans ce dernier cas, ils sont choisis en fonction de l'analyse des non-linéarités ce qui peut, dans le cas d'un signal de télévision par exemple, être réalisé à partir des signaux test. La sortie de l'égaliseur donne, par différence avec un signal de référence ou avec la sortie de l'organe de décision, un signal d'erreur commun à tous les filtres linéaires.

La sortie de l'égaliseur est :

$$y_k = \sum_j \sum_i h_i^{(j)} x_{k-i}^{(j)} = \sum_j [H^{(j)T} X_k^{(j)}] \quad (1)$$

$X_k^{(j)}$ est le vecteur des échantillons présents dans le filtre linéaire j à l'instant k .

Un échantillon $x_k^{(j)}$ est donné par la relation suivante :

$$x_k^{(j)} = F_j(x_k) \cdot x_k \quad (2)$$

avec $F_j(x_k) = 1$ si $x_k \in D_j$
 0 si $x_k \notin D_j$

D_j étant la région dans laquelle le séparateur de niveaux décide que l'échantillon $\{x_k\}$ est à envoyer sur le filtre $H^{(j)}$.

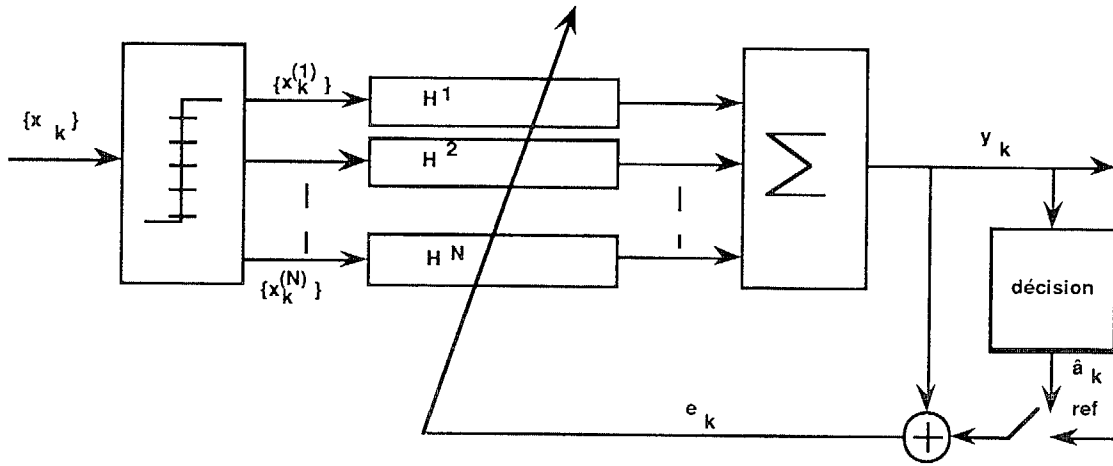


Figure 1 : Synoptique de l'égaliseur

Soit : \mathbb{H} tel que $\mathbb{H}^T = (\mathbb{H}^{(1)}, \dots, \mathbb{H}^{(j)}, \dots, \mathbb{H}^{(N)})$

est donné par : $\mathbb{H}^* = \mathbb{R}^{-1} \mathbb{P}$ (8)

\mathbb{X}_k tel que $\mathbb{X}_k^T = (\mathbb{X}_k^{(1)}, \dots, \mathbb{X}_k^{(j)}, \dots, \mathbb{X}_k^{(N)})$

or
$$\left[\frac{\delta \epsilon(\mathbb{H})}{\delta \mathbb{H}} \right]^T = \left[\frac{\delta \epsilon(\mathbb{H})}{\delta \mathbb{H}^{(1)}} \dots \frac{\delta \epsilon(\mathbb{H})}{\delta \mathbb{H}^{(N)}} \right]$$

Alors l'erreur quadratique moyenne est donnée par :

$$\epsilon(\mathbb{H}) = \mathbb{E} \left\{ (a_k - y_k)^2 \right\} \quad (3)$$

Le vecteur optimal est donc :

avec $y_k = \mathbb{H}^T \mathbb{X}_k$

Les a_k sont tels que : $\mathbb{E} \{ a_k \} = 0$
 $\mathbb{E} \{ a_k a_l \} = \delta_{k,l} a^2$

$$\mathbb{H}^* = \begin{bmatrix} \mathbb{H}^{(1)*} \\ \mathbb{H}^{(j)*} \\ \mathbb{H}^{(N)*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{R}^{(1)-1} \mathbb{P}^{(1)} \\ \mathbb{R}^{(j)-1} \mathbb{P}^{(j)} \\ \mathbb{R}^{(N)-1} \mathbb{P}^{(N)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \epsilon(\mathbb{H}) &= a^2 - 2 \sum_j \mathbb{E} \left\{ a_k \mathbb{H}^{(j)T} \mathbb{X}_k^{(j)} \right\} \\ &+ \mathbb{E} \left\{ \left[\sum_j (\mathbb{H}^{(j)T} \mathbb{X}_k^{(j)}) \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

Par conséquent, on obtient le résultat suivant :

Compte-tenu de la loi de séparation F_j , on a :

$$\mathbb{E} \left\{ \mathbb{X}_k^{(j)} \mathbb{X}_k^{(l)} \right\} = 0$$

$$\mathbb{R}^{-1} \mathbb{P} = \begin{bmatrix} \mathbb{R}^{(1)-1} \mathbb{P}^{(1)} \\ \mathbb{R}^{(j)-1} \mathbb{P}^{(j)} \\ \mathbb{R}^{(N)-1} \mathbb{P}^{(N)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Alors si l'on pose : $\mathbb{P}^{(j)} = \mathbb{E} \left\{ a_k \mathbb{X}_k^{(j)} \right\}$ (5)

et : $\mathbb{R}^{(j)} = \mathbb{E} \left\{ \mathbb{X}_k^{(j)} \mathbb{X}_k^{(j)T} \right\}$ (6)

Ce résultat est intéressant car il montre que le vecteur optimal \mathbb{H}^* a pour composantes les vecteurs optimaux $\mathbb{H}^{(j)*}$ correspondant à l'équation connue pour chaque filtre linéaire. Les matrices \mathbb{R} et \mathbb{P} de chaque vecteur optimal sont obtenues à partir des données présentes dans le filtre considéré (vecteur échantillon $\mathbb{X}^{(j)}_k$ qui dépend de la loi F_j).

l'on obtient :

$$\epsilon(\mathbb{H}) = a^2 - 2 \sum_j \mathbb{H}^{(j)T} \mathbb{P}^{(j)} + \sum_j \mathbb{H}^{(j)T} \mathbb{R}^{(j)} \mathbb{H}^{(j)} \quad (7)$$

Le filtre optimal \mathbb{H}^* peut être obtenu en mettant en oeuvre l'un quelconque des algorithmes correspondant au critère de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne.

Pour $j = 1$, lorsque l'égaliseur de perturbations non-linéaires redevient l'égaliseur classique, on retrouve l'équation connue donnant l'erreur quadratique moyenne.

$$\begin{aligned} \mathbb{H}_{k+1} &= \mathbb{H}_k - \mu \mathbb{X}_k e_k \\ \text{avec } e_k &= y_k - a_k \end{aligned} \quad (11)$$

En reprenant l'équation (3) avec : $y_k = \mathbb{H}^T \mathbb{X}_k$

c'est-à-dire :

et en posant : $\mathbb{R} = \mathbb{E} \{ \mathbb{X}_k \mathbb{X}_k^T \}$
 $\mathbb{P} = \mathbb{E} \{ a_k \mathbb{X}_k \}$

$$\begin{bmatrix} \mathbb{H}_{k+1}^{(1)} \\ \mathbb{H}_{k+1}^{(j)} \\ \mathbb{H}_{k+1}^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{H}_k^{(1)} \\ \mathbb{H}_k^{(j)} \\ \mathbb{H}_k^{(N)} \end{bmatrix} - \mu \cdot \begin{bmatrix} \mathbb{X}_k^{(1)} \\ \mathbb{X}_k^{(j)} \\ \mathbb{X}_k^{(N)} \end{bmatrix} \cdot e_k$$

et en supposant que \mathbb{R} est inversible, alors le vecteur optimal

3 - SIMULATIONS

L'égaliseur de perturbations non linéaires a été simulé dans deux applications différentes :

- Transmission d'un signal D2-MAC/paquet en modulation d'amplitude à bande latérale résiduelle ;
- Transmission par satellite d'une modulation QPRS (Quadrature Partial Response Signaling, Duobinaire sur deux voies en quadrature) [6].

3.1. Application D2-MAC/paquet

Le D2-MAC/paquet est un signal de télévision qui comprend une composante analogique (l'image) et une composante numérique (les sons) codée sous forme duobinaire. C'est cette composante numérique qui nous intéresse.

Pour cette application, les distorsions non-linéaires sont principalement créées par le module de réception radiofréquence du récepteur. La figure n° 2 représente le type de non-linéarité sur un diagramme de l'oeil duobinaire obtenu avec un téléviseur grand public. Cette photo illustre bien le fait que les perturbations non-linéaires peuvent dégrader notablement le signal de données. Sur un tel signal, un égaliseur classique (linéaire ou récursif) ne peut pas améliorer le taux d'erreur. La non-linéarité introduite est du type saturation dissymétrique.

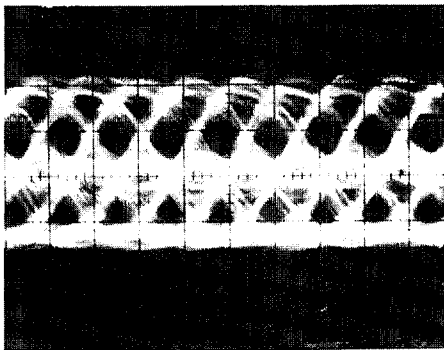


Figure 2 : Signal duobinaire démodulé par un téléviseur grand public

L'égaliseur simulé est un modèle très simple à deux filtres. Le seuil du séparateur de niveaux est situé à la valeur moyenne du signal duobinaire reçu : le seuil est donc adaptatif. Les deux domaines sont donc :

$$D1 = [\text{valeur moyenne}, +\infty[$$

$$D2 =]-\infty, \text{valeur moyenne}]$$

La figure N° 3 représente le paramètre Dégradation Equivalente (DE), exprimé en dB, en fonction du niveau de la saturation (amplitude normalisée au niveau duobinaire). Le paramètre DE représente l'équivalent bruit de toute perturbation linéaire ou non-linéaire. La courbe 1 représente les résultats obtenus avant égalisation et la courbe 2 après égalisation classique. Celle-ci améliore très peu les résultats car un seul filtre linéaire ne peut pas approcher correctement une saturation. Par contre, la courbe 3 montre très clairement l'efficacité de l'égaliseur de perturbations non-linéaires qui, avec deux filtres, approche correctement la saturation. Par exemple, pour une saturation à 0,5, l'égaliseur de perturbations non-linéaires ramène la dégradation équivalente à 1 dB alors qu'elle est infinie avec un égaliseur classique.

La figure n° 4 montre le diagramme de l'oeil duobinaire obtenu avant et après égalisation. La perturbation comporte une partie linéaire (écho de retard 2T, d'amplitude -14 dB, en phase avec le signal incident) et une partie non-linéaire (saturation à 0,7). On constate la nette ouverture de l'oeil après égalisation.

L'égaliseur de perturbations non-linéaires corrige aussi bien les perturbations linéaires que non-linéaires.

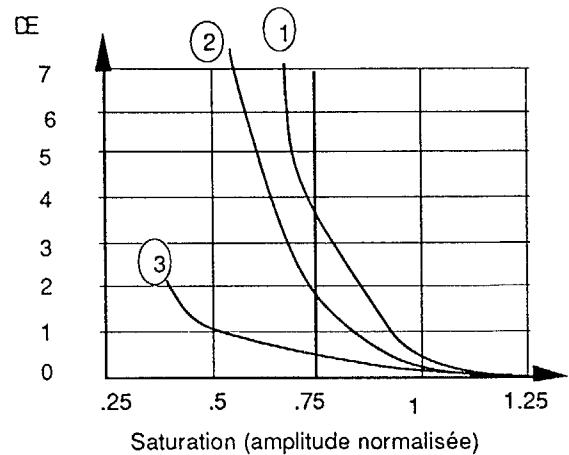


Figure 3 : Dégradation équivalente

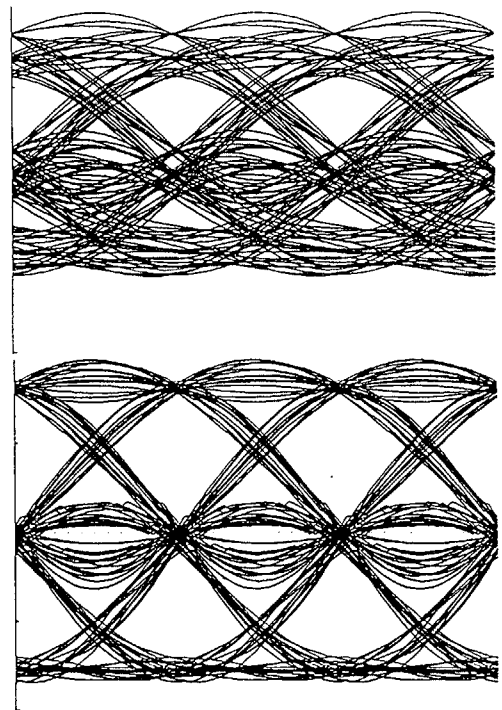


Figure 4 : Echo : 2T 14 dB en phase + saturation
Avant et après égalisation

3.2. Application QPRS

L'application considérée est la diffusion d'un débit numérique de 70 Mbit/s dans un canal satellite de radiodiffusion directe. Le T.O.P. introduit des distorsions non-linéaires d'amplitude et de phase caractérisées par deux courbes en fonction de la puissance d'entrée du signal. Ces courbes sont données figure 5.

Le modèle d'égaliseur utilisé est identique au précédent. Bien entendu, les filtres sont, dans ce cas, Complexes et les deux voies en quadrature sont filtrées.

Le seuil ne peut plus être positionné comme dans le cas précédent car la perturbation non linéaire est symétrique. L'égaliseur aura statistiquement la même observation dans chaque filtre. Par conséquent, les deux filtres convergeront vers la même solution et le résultat sera identique à celui obtenu avec un égaliseur classique. Une solution consiste à créer artificiellement une dissymétrie en déplaçant le seuil.

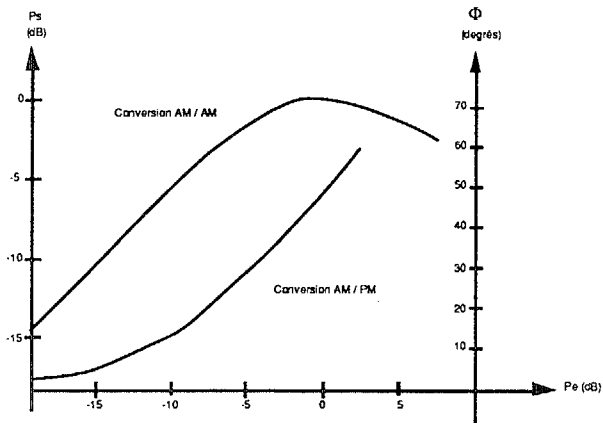


Figure 5 : Caractéristiques du T.O.P. considéré

Les résultats sont meilleurs que dans le cas précédent. Cependant, l'optimum est obtenu en essayant d'approcher au mieux la non-linéarité avec cet égaliseur simple à deux filtres. Les deux domaines sont donc les suivants :

$$D1 =]-S, +S[$$

$$D2 = D1$$

La valeur optimale du seuil S a été déterminée par simulation. La figure 6 présente la dégradation en E_b/N_0 pour un taux d'erreur de 10^{-4} et pour un recul en sortie du T.O.P. de 1,8 dB en fonction du seuil S . Le seuil optimal est de 0,9 (le signal de données duobinaires est compris entre -1 et +1). Il est clair que le seuil optimal dépend du recul en sortie du T.O.P. Pour les valeurs de seuils 0 et 1,3 la dégradation est équivalente à celle obtenue avec un égaliseur classique ce qui est normal car dans ces deux cas, le modèle se réduit à un seul filtre.

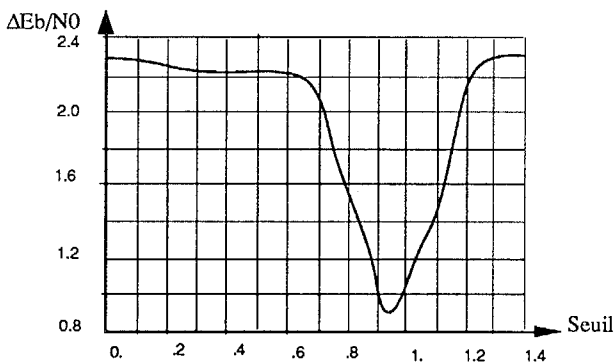


Figure 6 : Seuil optimal pour un recul de 1,8 dB

Les figures 7 et 8 prouvent l'efficacité de l'égaliseur de distorsions non-linéaires, même lorsqu'il est le plus simple possible, à savoir deux filtres. Sur ces deux figures, la courbe n° 1 est obtenue sans égalisation, la courbe n° 2 avec un égaliseur classique et la courbe n° 3 avec l'égaliseur de perturbations non-linéaires.

La figure 7 représente le $\Delta(E_b/N_0)$ pour un taux d'erreur de 10^{-4} en fonction du recul en sortie du T.O.P. Le E_b/N_0 de référence est celui obtenu pour un taux d'erreur de 10^{-4} dans un canal linéaire. On constate qu'un égaliseur classique apporte un gain de 3,5 dB de recul pour un $\Delta(E_b/N_0)$ de 2 dB. Ce gain important est encore accru avec l'égaliseur étudié. La différence entre l'égaliseur de perturbations non-linéaires et l'égaliseur classique est, par exemple, de 1 dB pour un recul de 2 dB.

La figure 8 représente le même type de résultat sous la forme du taux d'erreur en fonction du rapport E_b/N_0 pour un recul en sortie du T.O.P. de 1,5 dB.

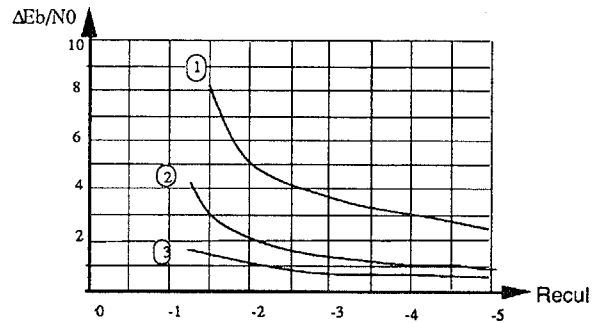


Figure 7 : $\Delta(E_b/N_0)$ pour un taux d'erreur de 10^{-4}

Le gain apporté par l'égaliseur de perturbations non-linéaires peut être apprécié directement sur les courbes. Il est par exemple de 2 dB pour un taux d'erreur de 10^{-4} vis-à-vis de la courbe n° 2.

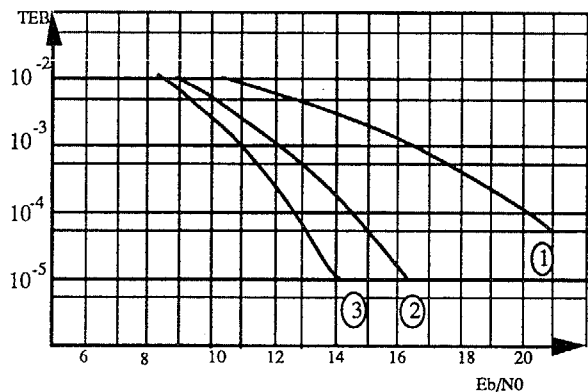


Figure 8 : Taux d'erreur pour un recul de 1,5 dB

4 - CONCLUSION

L'égaliseur décrit dans ce papier permet de corriger très efficacement des perturbations non linéaires. Il a l'avantage d'être très simple notamment dans sa version de base (deux filtres). Les résultats de simulations, pour deux applications différentes, obtenus avec la version de base sont très prometteurs.

Des travaux à venir vont prolonger l'étude théorique du comportement de cet égaliseur. Les simulations de l'égaliseur appliqué à d'autres modulations, notamment MAQ, devront confirmer les résultats obtenus et l'efficacité d'un tel égaliseur.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A.A. M. Saleh and J. Salz, "Adaptive linearization of power amplifiers in digital radio systems", Bell Syst. Tech. J., vol. 62, n° 4, Apr. 1983.
- [2] D.D. Falconer, "Adaptive equalization of channel nonlinearities in QAM data transmission systems", The Bell System Technical Journal, vol. 57, N° 7, 1978.
- [3] E. Biglieri, M. Elia and L. Lopresti, "The optimal linear receiving filter for digital transmission over non-linear channels", IEEE Trans. on Information theory, vol. 35, N° 3, May 1989.
- [4] S. Serfaty, J.L. Locicero, G.E. Atkin, "Cancellation of Non-linearities in Bandpass QAM Systems", IEEE Trans. on Communications, vol. 38, N° 10, Oct 1990.
- [5] G. Karam, H. Sari, "Analysis of Predistortion, Equalization, and ISI cancellation techniques in digital radio systems with non-linear transmit amplifiers", IEEE Trans. on Communications, vol. 37, N° 12, Dec 1989.
- [6] J. Veillard, R. Lassalle, "Performances des modulations numériques en radiodiffusion directe par satellite", Rapport d'Etude, CCETT/RE/1987/N° 1.