

SOUSTRACTION ADAPTATIVE DE BRUIT PAR FILTRAGE RII EN PRESENCE DE REFERENCES MULTIPLES.

E.MOISAN - R.ZAKNOUNE

Laboratoire CEPHAG - ENSIEG
BP 46 - 38402 SAINT MARTIN D'HERES Cedex

RÉSUMÉ

Une nouvelle méthode de soustraction de bruit est présentée. Basée sur l'utilisation d'un prédicteur linéaire vectoriel, elle permet le traitement simultané de toutes les références bruit disponibles, en identifiant, pour chacune d'elles, un filtre RII dont la sortie s'ajoute à l'observation du signal utile. Quelques résultats de simulation illustrent ses performances.

1) INTRODUCTION

La soustraction adaptative de bruit met souvent en œuvre des filtres transversaux. WIDROW et al [1] ont introduit l'algorithme LMS et, plus récemment, quelques algorithmes RLS ont été étudiés: Fast Transversal Filters [2], Fast A Posteriori Error Sequential Technique [3]... Certains auteurs ont également présenté l'estimation de processus conjoints, basée sur les treillis adaptatifs [4] et [5]. Ces méthodes, déjà bien connues [6], donnent d'assez bons résultats mais, ceux-ci sont limités par le fait que le filtre implanté ne possède qu'une mémoire finie. Dans ces conditions, l'expérience montre que l'augmentation de la taille du filtre n'est pas très satisfaisante, puisqu'elle conduit parfois à déstabiliser l'algorithme utilisé.

Pour pallier ce problème, nous proposons d'estimer le filtre qui lie les références bruit à l'observation du signal utile, sous la forme d'un modèle ARMA, qui possède une réponse impulsionnelle infinie (RII).

Dans un premier temps, nous rappelons brièvement le principe des méthodes de soustraction de bruit, en présence de références bruit-seul.

Dans un deuxième temps, nous montrons que ce problème, dans le cas d'un filtrage RII peut se ramener à l'identification d'un processus vectoriel autorégressif, dont nous avons choisi de faire la prédiction linéaire à l'aide d'un algorithme en treillis [7].

La troisième partie montre comment l'étude des pôles et zéros du processus ainsi estimé permet de reconstituer le filtre qui relie les références bruit au signal bruité. Il suffit alors d'appliquer ce filtrage aux références et enfin de retrancher le bruit estimé au signal observé. Deux cas particuliers sont examinés, selon la nature du signal utile: une sinusoïde (totalement prédictible) et un bruit blanc.

Enfin, un exemple de simulation illustre les résultats obtenus lorsque deux références bruit indépendantes sont simultanément prises en compte.

ABSTRACT

A new method of noise cancelling is presented. Using a multichannel linear prediction, it allows simultaneously the identification of IIR filter between every noise reference and the primary input.

The good behavior of this technique is shown by some simulation results.

2) PRINCIPE DE LA SOUSTRACTION DE BRUIT

La Fig.1 rappelle le problème de base et sa solution adaptative. On observe un signal utile $s(n)$, additivement perturbé par un bruit $b(n)$ issu du filtrage d'une ou plusieurs références $r_i(n)$, également mesurées. Disposant, par le biais de ces entrées secondaires, d'une information sur le bruit additif, la méthode consiste en l'estimation de ce dernier, pour le soustraire ensuite à l'entrée primaire. La différence obtenue constitue alors l'estimation du signal utile

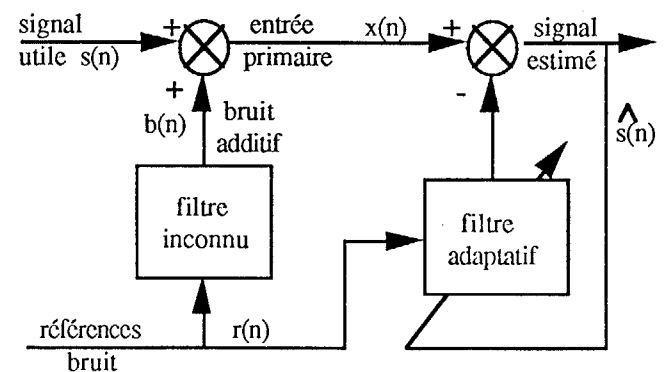


Fig.1 : Synoptique du soustracteur adaptatif de bruit

Si de nombreuses méthodes visent à estimer le filtre liant les références au bruit additif sous une forme transversale [6], celles qui mettent en œuvre un filtre de réponse impulsionnelle infinie se font plus rares [8]...

Le traitement que nous proposons reste d'un emploi relativement simple, puisqu'il est basé sur une méthode linéaire d'estimation adaptative, suivie d'une recherche des racines de $n+1$ polynômes, si n désigne le nombre de références bruit disponibles.



3) LIEN AVEC L'IDENTIFICATION D'UN SYSTEME LINEAIRE

Examinons, sans perte de généralité, le cas où l'on n'observe qu'une seule référence $r(n)$.

Supposons que le filtre inconnu qui engendre le bruit additif $b(n)$ à partir de cette référence soit de type ARMA (pour simplifier, nous considérons le même nombre p de coefficients sur les parties AR et MA, quitte à ce que certains d'entre eux soient nuls).

Les deux signaux sont liés par l'équation

$$b(n) = \sum_{i=1}^p \alpha_i b(n-i) + \sum_{i=1}^p \beta_i r(n+1-i) \quad (1)$$

où les α_i sont les coefficients de la partie AR du filtre et les β_i sont les coefficients de la partie MA du filtre.

Une méthode d'identification d'un tel modèle résulte de l'étude du processus de dimension deux, $\underline{y}(n)$, obtenu par simple juxtaposition des deux observations $b(n-1)$ et $r(n)$ [7] :

$$\underline{y}(n) = \begin{bmatrix} b(n-1) \\ r(n) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\underline{y}(n) = \sum_{i=1}^p \begin{bmatrix} \alpha_i & \beta_i \\ \chi_i & \delta_i \end{bmatrix} \underline{y}(n-i) + \begin{bmatrix} 0 \\ f(n) \end{bmatrix} \quad (3)$$

où $f(n)$ représente l'erreur de prédiction directe du processus $r(n)$, à partir des p valeurs précédentes $\underline{y}(n-1) \dots \underline{y}(n-p)$.

Cette équation traduit simplement le fait que le signal multidimensionnel considéré est engendré par un processus autorégressif d'ordre p . En conséquence, la mise en œuvre d'un prédicteur linéaire vectoriel devrait permettre d'estimer les coefficients α_i et β_i , qui seuls nous intéressent.

Malheureusement, dans le cadre de la soustraction de bruit, on n'observe pas directement le signal $b(n)$, mais un processus $x(n)$ perturbé par l'addition du signal utile $s(n)$, supposé indépendant de la référence $r(n)$

$$x(n) = b(n) + s(n) \quad (4)$$

Considérons alors le processus bidimensionnel $\underline{v}(n)$ constitué de $x(n-1)$ et $r(n)$. Une formulation semblable à l'équation (3), qui fait apparaître une erreur fonction uniquement du signal utile $s(n)$ est

$$\underline{v}(n) = \sum_{i=1}^p \begin{bmatrix} \alpha_i & \beta_i \\ \chi_i & \delta_i \end{bmatrix} \underline{v}(n-i) + \begin{bmatrix} e(n) \\ g(n) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{avec } e(n) = s(n) - \sum_{i=1}^p \alpha_i s(n-i) \quad (6)$$

Notons que, dans cette configuration, c'est maintenant le signal utile qui joue le rôle du bruit et va donc détériorer l'estimation des coefficients du prédicteur. En effet, si $e(n)$ était un bruit blanc, il apparaîtrait simplement comme l'innovation de la voie $x(n)$, mais dès lors qu'il n'est pas blanc, les coefficients $\hat{\alpha}_i$ et $\hat{\beta}_i$ estimés par le prédicteur vont différer des véritables paramètres α_i et β_i du filtre que l'on cherche à identifier.

Enfin, une autre formulation de la partie relative à $x(n)$ dans l'équation (5) nous sera utile, en introduisant $X(z)$, $R(z)$ et $S(z)$ les transformées en z respectives des processus $x(n)$, $r(n)$ et $s(n)$

$$X(z) \alpha(z) - z R(z) \beta(z) = S(z) \alpha(z) \quad (7)$$

$$\text{en notant } \alpha(z) = 1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i z^{-i} \quad (8a)$$

$$\text{et } \beta(z) = \sum_{i=1}^p \beta_i z^{-i} \quad (8b)$$

4) MISE EN ŒUVRE

Les premiers résultats obtenus en simulation supposaient connu l'ordre p du filtre à identifier et le signal estimé était assimilé à l'erreur de prédiction directe de l'entrée primaire pour l'ordre en question [9]. Si la méthode s'avérait performante dans le cas où le signal utile est de faible puissance vis à vis du bruit additif, elle devenait désastreuse pour des fréquences pures de puissance comparable à celle du bruit.

Afin de corriger ce défaut, nous avons abouti à un ensemble de modifications que nous allons décrire maintenant.

4.1) Ordre du prédicteur linéaire

Nous avons choisi, en raison de son bon comportement théorique, d'utiliser un algorithme adaptatif en treillis pour faire la prédiction linéaire du processus vectoriel $\underline{v}(n)$.

Comme dans toute méthode récursive, lorsqu'elle a convergé, les problèmes numériques font qu'il existe un ordre q pour lequel la variance de l'erreur de prédiction directe de l'entrée primaire est minimale. C'est cette valeur qui détermine la taille du filtre estimé.

4.2) Analyse du filtre identifié

Toutes les simulations présentées sont issues de signaux échantillonnés à 1 Hz, avec un filtre "inconnu" dont le gain a pour transformée en z

$$H(z) = \frac{2}{1 - 0.8 z^{-1}} \quad (9)$$

Le premier exemple est constitué d'une sinusoïde de fréquence 0.06Hz pour signal utile et d'un bruit blanc comme référence. Le rapport signal sur bruit à l'entrée primaire est de -3.85 dB. Après convergence de l'algorithme, l'erreur de prédiction directe de l'entrée primaire devient pratiquement nulle, pour un ordre supérieur ou égal à 3. Les polynômes estimés $\hat{\alpha}(z)$ (resp. $\hat{\beta}(z)$) dans ces conditions possèdent donc trois pôles (resp. zéros) qui sont :

pôles	zéros
0.800	0.111 10^{-15}
0.930 + 0.368 i	0.930 - 0.368 i
0.930 - 0.368 i	0.930 + 0.368 i

La similarité qui apparaît entre deux pôles et deux zéros conduit à la factorisation suivante de ces polynômes

$$\hat{\alpha}(z) \approx \alpha(z) G(z)$$

$$\hat{\beta}(z) \approx \beta(z) G(z)$$

où $G(z)$ est de plus tel que $G(z) S(z) \approx 0$

Ce phénomène se produit en fait à chaque fois que le signal utile $s(n)$ est totalement prédictible (cas des fréquences pures), puisque l'algorithme en treillis se trouve alors en mesure de commettre une erreur nulle sur la voie primaire $x(n)$. En effet, l'équation (7) s'écrit maintenant

$$X(z) \alpha(z) G(z) - z R(z) \beta(z) G(z) = S(z) \alpha(z) G(z) \quad (10)$$

dont le second membre est alors nul! En pratique, il suffit donc d'effectuer la factorisation des polynômes estimés $\hat{\alpha}(z)$ et $\hat{\beta}(z)$ pour approcher les véritables coefficients α_i et β_i . Ces derniers, réinjectés dans un filtre ARMA excité par la référence $r(n)$, permettent d'estimer le bruit additif $b(n)$, qu'il suffit de soustraire à l'entrée primaire $x(n)$. La figure 2 résume l'ensemble du traitement.

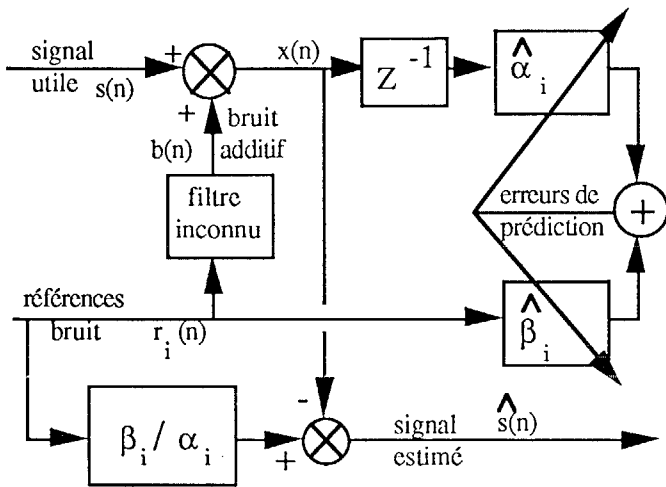


Fig.2 : Prédiction et soustraction

La question qui se pose maintenant est de savoir comment se comporte la méthode proposée dans le cas général où le signal utile n'est pas parfaitement prédictible. Ceci fait l'objet du deuxième exemple, où le filtre est le même que précédemment, mais la source et la référence sont deux bruits blancs indépendants (le rapport signal sur bruit à l'entrée primaire est de -11.2 dB).

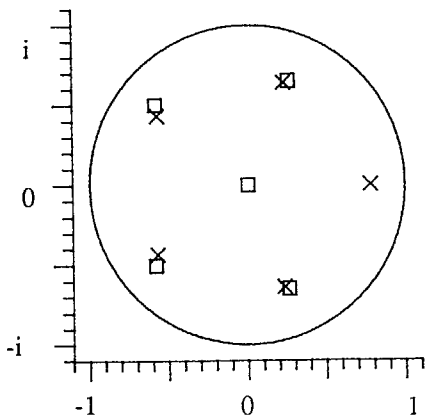


Fig. 3 : pôles (x) et zéros ([]) estimés

La figure 3 représente les pôles et zéros déduits des coefficients $\hat{\alpha}_i$ et $\hat{\beta}_i$ estimés par le prédicteur vectoriel d'ordre cinq:

pôles		zéros	
0.783		0.183 10 ⁻¹⁵	
0.233 + 0.638 i		0.260 - 0.649 i	
0.233 - 0.638 i		0.260 + 0.649 i	
-0.572 + 0.433 i		-0.584 + 0.502 i	
-0.572 - 0.433 i		-0.584 - 0.502 i	

Là encore, quatre pôles et quatre zéros sont voisins les uns des autres et la factorisation correspondante conduit à ne conserver qu'un pôle égal à 0.783 et un zéro, quasiment nul. D'autre part, il convient de noter que les cinq pôles sont pratiquement égaux au produit des racines cinquièmes de l'unité par 0.8, pôle véritablement simulé. Cela signifie que, dans le cas présent, le polynôme "simplificateur" $G(z)$ est alors peu différent de

$$G(z) \approx \frac{1 - (0.8 z^{-1})^5}{1 - 0.8 z^{-1}} = \sum_{k=0}^4 (0.8 z^{-1})^k \quad (11)$$

Et dans l'exemple simulé

$$\alpha(z) = 1 - 0.8 z^{-1} = \left(\sum_{k=0}^{\infty} (0.8 z^{-1})^k \right)^{-1} \quad (12)$$

C'est à dire que ce polynôme $G(z)$ n'est vraisemblablement rien d'autre que la troncature, à l'ordre quatre, de l'inverse du véritable $\alpha(z)$. Or le prédicteur en treillis vérifie toujours l'équation (10), dont le second membre, sous l'hypothèse précédente, "tendrait" vers $S(z)$, réduit à une constante, dans le cas où le signal utile n'est autre qu'un bruit blanc. C'est ce même bruit blanc qui apparaîtrait ainsi comme erreur de prédiction directe sur l'entrée primaire du treillis.

Cependant, ce résultat, pour aussi spectaculaire qu'il soit, n'est peut-être que le fruit du hasard, car il ne ressort pas toujours aussi clairement des simulations que nous avons pu effectuer. Quoiqu'il en soit, dans la plupart des cas, la méthode préconisée permet une restitution assez fidèle du filtre simulé.

5) REFERENCES MULTIPLES

En présence de références multiples, la généralisation de la méthode est immédiate, puisqu'il suffit de faire la prédiction linéaire du processus multidimensionnel $\underline{v}(n)$ constitué de l'entrée primaire $x(n-1)$ et de toutes les références $r_j(n)$. Ces dernières sont donc prises en compte simultanément.

Voici les résultats obtenus dans un cas idéal, puisque simulé. Le signal utile est une fréquence pure à 0.1 Hz, d'amplitude 1. La première référence est un bruit blanc centré d'écart-type 1, auquel on a ajouté une sinusoïde d'amplitude 1 et de même fréquence que le signal utile (Fig.4a). Le bruit additif correspondant est issu d'un filtre dont le gain en z vaut

$$H_1(z) = \frac{1}{1 + 0.8 z^{-1}} \quad (13)$$

La seconde référence est un bruit blanc centré d'écart-type 1.5 plus une fréquence pure à 0.2 Hz et d'amplitude 1 (Fig.4b). Elle est filtrée selon

$$H_2(z) = \frac{1}{1 - 0.7 z^{-1}} \quad (14)$$



La figure 4c montre l'entrée primaire résultante, somme du signal utile et des filtrés des deux références. Le prédictor vectoriel, à l'ordre quatre, conduit aux pôles et zéros suivants

pôles	zeros (ref1)	zeros (ref2)
-0.800	0.000	-0.800
$0.809 + 0.588 i$	$0.808 + 0.588 i$	$0.809 - 0.588 i$
$0.809 - 0.588 i$	$0.808 - 0.588 i$	$0.809 + 0.588 i$
0.700	0.700	0.000

Certaines simplifications s'imposent d'elles mêmes! Effectuées référence par référence, elles permettent de reconstituer chacun des filtres ARMA. Les courbes qui suivent illustrent la qualité de la soustraction de bruit ainsi réalisée.

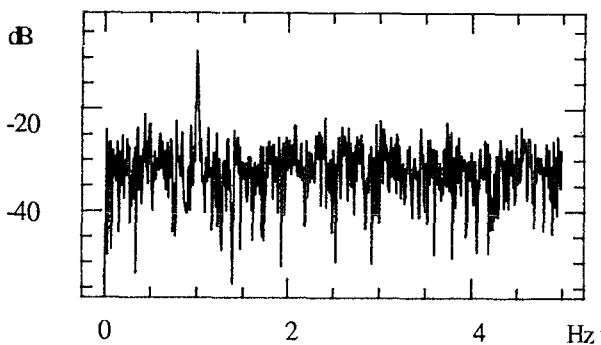


Fig. 4a : référence 1

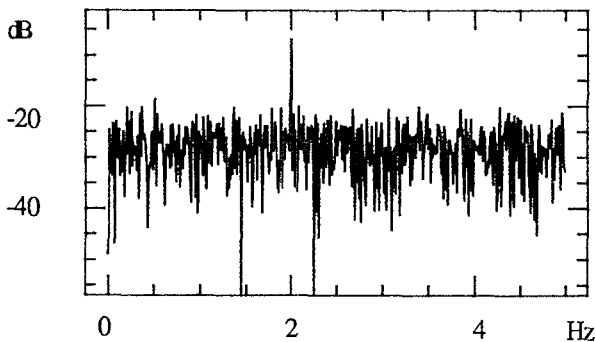


Fig. 4b : référence 2

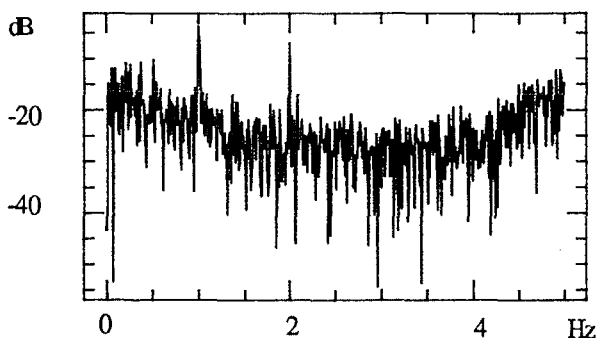


Fig. 4c : entrée primaire

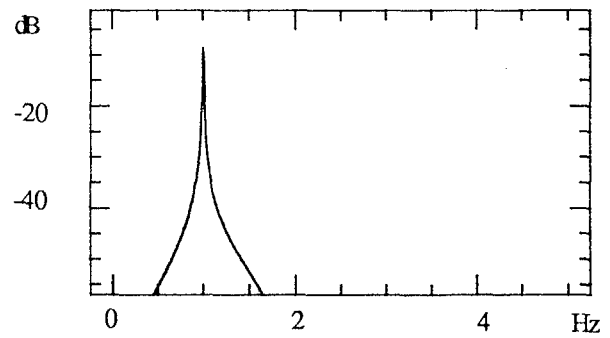


Fig. 4d : signal estimé

La figure 4d représente le signal estimé par soustraction des bruits reconstitués selon les filtres "simplifiés" \hat{H}_1 et \hat{H}_2 . Le résultat se passe de commentaires, mais n'oublions pas qu'il ne s'agit que d'une simulation...

Chacune des courbes de la figure 4 représente, en dB, le module carré d'une transformée de FOURIER (FFT sur 1024 points).

6) CONCLUSION

Les simulations effectuées sont particulièrement encourageantes d'autant que la méthode proposée jouit déjà de certains avantages (bon comportement général et traitement simultané des références).

Cependant, des problèmes, sans doute d'ordre numérique, apparaissent dès que plusieurs références sont fortement corrélées, ce qui, pour l'instant, réduit le champ d'application du traitement préconisé.

Quoiqu'il en soit, une validation, sur signaux réels, de la méthode proposée demeure indispensable.

REFERENCES

- [1] WIDROW et al "Adaptive noise cancelling : principles and applications". Proc. of the IEEE, vol 63 n°12, pp 1692-1716, décembre 1975
- [2] J.M. CIOFFI, T. KAILATH "Fast recursive least-squares transversal filters for adaptive filtering". IEEE Trans. on Acoustic Speech and Signal Processing, vol ASSP 32 n°2, pp 304-337, avril 1984
- [3] CARAYANNIS, MANOLAKIS, KALOUPSIDIS "A fast sequential algorithm for least-squares filtering and prediction". IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing, vol ASSP 31 n°6, pp1394-1402, déc.1983
- [4] D.T.L. LEE, M. MORF, B. FRIEDLANDER "Recursive least-squares ladder estimation algorithms". IEEE Trans. on Acoustics Speech and Signal Processing, vol ASSP 29 n°3, pp627-641, juin 1981
- [5] H. LEV-ARI, T. KAILATH, J.M. CIOFFI "Least-squares adaptive lattice and transversal filters: a unified geometric theory". IEEE Trans. on Information Theory, vol IT 30 n°2, pp222-236, mars 1984
- [6] D.BAUDOIS, C.SERVIERE, A.SILVENT "Soustraction de bruit" Traitement du signal, vol.6 n°5, pp391-497, 1989
- [7] Y.C. LIM, S.R. PARKER "On the identification of systems from data measurements using ARMA lattice models" IEEE Trans. on Acoustics Speech and Signal Processing, vol ASSP 34 n°4, pp 824-828, août 1986
- [8] B.FRIEDLANDER "System identification techniques for adaptive noise cancelling". IEEE Trans. on Acous., Speech and Signal Proces., vol ASSP 30 n°5, pp699-709, octobre 1982
- [9] E.MOISAN, Ph.FAVIER "Soustraction de bruit par filtrage ARMA adaptatif en treillis" 12ème colloque GRETSI, JUAN-LES-PINS, juin 1989