

## ETUDE ET DESCRIPTION DE SIGNAUX TOLERANTS A L'EFFET DOPPLER VARIABLE

M. E. ZAKHARIA et A. GUIGAL

I.C.P.I. Lyon, Laboratoire d'Acoustique, Systèmes et Signaux SONAR,  
L.A.S.S.O., 25 rue du Plat, 69288 Lyon cedex 02, FRANCE.

### RÉSUMÉ

L'utilisation, en sonar, de signaux large bande et d'un traitement autour de la porteuse permet de concevoir des signaux tolérants à un effet Doppler quelconque. Dans cet article, nous nous limiterons à deux cas: vitesse constante et accélération constante.

Dans le cas de vitesse constante, nous vérifierons que le choix de la "référence de temps" permet d'annuler le biais d'estimation pour un signal quelconque. La conception des signaux se ramène alors à une minimisation de la perte de contraste. Ceci conduit à des signaux à modulation hyperbolique de fréquence. Parmi ces signaux, une famille se distingue par la possibilité d'explicitement sa tolérance à l'accélération. Cette contrainte conduisant à des signaux peu énergétiques, on se propose d'utiliser des signaux énergétiques de la même famille qui, quoique sous-optimaux, restent intéressants au niveau opérationnel.

### INTRODUCTION

L'amélioration des performances en précision et en portée des systèmes de trajectographie active nécessite l'utilisation d'architectures basées sur le filtrage adapté. Dans le cas de "mobiles agiles" on peut se trouver en présence d'un effet Doppler très important dont il faut nécessairement tenir compte lors de l'évaluation des performances opérationnelles du système.

Dans le cas d'une vitesse constante, l'optimisation du signal utilisé conduit à des signaux modulés hyperboliquement en fréquence. Ces signaux restent intéressants même dans le cas d'accélération constante (où ils peuvent être sous-optimaux).

### FONCTION D'AMBIGUÏTE COMPRESSION VITESSE CONSTANTE

Dans la mesure où l'on s'intéresse à des signaux large bande, l'effet Doppler se manifeste comme une compression (ou dilatation) temporelle du signal émis.

Dans le cas d'une vitesse constante et dans le cas où le mouvement du sonar pendant l'émission est négligeable par rapport à la distance sonar-mobile, le signal reçu s'écrit:

$$E(t) = \sqrt{\eta} (Z(\eta(t-\tau)))$$

avec:

$$\eta = \frac{c-V_r}{c+V_r}$$

c: célérité de l'onde

$V_r$ : vitesse relative sonar-mobile

### ABSTRACT

The use of wide band signal in sonar and the possibility of processing these signals at the carrier frequency can lead to the design of optimal signal for any Doppler effect. In the case of a constant speed, we will verify that the choice of a "reference date" can cancel the estimation bias for any signal. Signal design leads to reducing the contrast loss. This leads to linear period modulated signals. Among these signals, we can explicit the acceleration tolerance for a family of signals. This constraint leads to low energy signals. The use of "high energy" signals issued from the same family can still leads to very interesting solutions although these signals are sub-optimal ones.

$Z(t)$ : signal émis et

$\tau$ = durée de propagation du front d'onde émis à la date  $t=0$ ;

$\tau$  est pris, par définition, comme la date d'arrivée du signal

Pour des raisons de simplification, nous considérons le signal émis d'énergie unité:

$$E_s = \int_{-\infty}^{+\infty} (Z(t))^2 dt = 1$$

Par ailleurs, le bruit sera considéré comme additif blanc gaussien et stationnaire de puissance  $\gamma_0$ .

La sortie du filtre adapté s'exprime au moyen de la fonction d'ambiguïté (compression ou Kelly-Wishner):

$$\chi_z(\eta, \tau) = \sqrt{\eta} \int_{-\infty}^{+\infty} Z^*(t) Z(\eta(t-\tau)) dt$$

Pour un signal donné, la géométrie de cette fonction d'ambiguïté va conditionner les performances du récepteur associé [1], [5]. Dans le cas de vitesse constante, le biais de sortie peut être exprimé par [4]:

$$\frac{Z\delta\theta}{\lambda^2_z} (\eta-1)$$

Une belle illustration de ce biais est donnée, en radar, par les images de satellites de surface de la mer en présence de navire: on peut alors observer le navire (mobile rapide) naviguer "à côté de son sillage" (faible vitesse).

M. Mamode [3], [4] a montré qu'il était possible, pour tout signal, de définir un décalage temporel  $\theta\delta$  permettant de découpler l'estimation de la position du mobile de celle de sa



découpler l'estimation de la position du mobile de celle de sa vitesse et, par conséquent, d'annuler ce biais dû à l'effet Doppler constant:

$$\theta_d = - \frac{Z\delta_0}{\lambda^2 z}$$

avec:

$$\lambda^2 z = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta^2 |\chi_z(\eta, \tau)|^2}{\delta \tau^2} \right\} (\tau_0, 1)$$

$$Z\delta_0 = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta^2 |\chi_z(\eta, \tau)|^2}{\delta \tau \cdot \delta \eta} \right\} (\tau_0, 1)$$

$\lambda^2 z$  et  $Z\delta_0$  sont des paramètres décrivant la géométrie de la fonction d'ambiguïté. Les figures 1 et 2 illustrent l'effet du choix de la référence de temps sur l'estimation de la date d'arrivée pour un signal standard: modulation linéaire de fréquence et modulation gaussienne d'amplitude. Ce découplage peut être mis en évidence en comparant la fonction d'ambiguïté du signal brut (figure 1) à celle du signal décalé (figure 2).

Le biais dû à l'effet Doppler pouvant être annulé, pour tout signal, l'optimisation du signal se ramène, alors, à bande et durée donnée, à minimiser la perte de contraste en sortie de filtre adapté [4]:

$$\frac{E_s}{\gamma_0} \left\{ 1 - (\eta - 1)^2 \left\{ Z\delta_{00} - \frac{(Z\delta_0)^2}{\lambda^2 z} \right\} \right\}$$

avec:

$$Z\delta_{00} = -1/2 \left\{ \frac{\delta^2 |\chi_z(\eta, \tau)|^2}{\delta \eta^2} \right\} (\tau_0, 1)$$

Ceci conduit alors à l'utilisation de signaux à modulation hyperbolique de fréquence [4].

Il est intéressant de noter que, dans le cas asymptotique (grand produit BT, durée-bande), ces signaux sont naturellement Doppler tolérants ( $\theta_d = 0$ ).

En effet considérons un signal de la forme:

$$Z(t) = M(t) \exp \left\{ i \cdot \alpha \cdot \ln(t) \right\}; \text{ avec } M(t) \geq 0$$

Sous des conditions de phase stationnaire, sa transformée de Fourier s'écrit [6]:

$$z(v) = a(v) \exp \left\{ i \cdot \alpha \cdot \ln(v) \right\}; \text{ avec } a(v) \geq 0$$

La fonction d'ambiguïté s'écrit alors [6]:

$$\chi_z(\eta, \tau) = \sqrt{\eta} G(\tau - \tau_0) \exp \left\{ -i \cdot \alpha \cdot \ln(\eta) \right\}$$

$G(\tau - \tau_0)$  a une structure de fonction d'auto-corrélation (maximale autour de  $\tau_0$ ). Il est intéressant de noter que le terme de phase additionnel comporte une information sur la vitesse. L'observation simultanée du module et de la phase de la fonction d'ambiguïté permet donc d'effectuer simultanément une estimation non biaisée de la date d'arrivée du signal (à partir du module) et une estimation de la vitesse (à partir de la phase à la date d'arrivée).

L'expression en fréquence du signal permet de décrire la géométrie de la fonction d'ambiguïté: de type "muraille" le long des axes du retard; ceci permet d'écrire:

$$\left\{ \frac{\delta |\chi_z(\eta, \tau)|^2}{\delta \tau} \right\} (\tau = \tau_0) = 0, \forall \eta$$

$$\left\{ \frac{\delta |\chi_z(\eta, \tau)|^2}{\delta \eta} \right\} (\eta = 1) = 0, \forall \tau$$

Et, par conséquent:

$$Z\delta_0 = 0 \text{ d'où } \theta_d = 0$$

On peut ainsi montrer que de tels signaux, sous leur forme fréquentielle, sont naturellement tolérants à l'effet Doppler constant.

Parmi les signaux à modulation hyperbolique de fréquence, une famille a particulièrement attiré notre attention [1]. Le signal temporel s'écrit:

$$Z(t) = A \cdot \exp \left\{ \frac{-\ln^2(t/t_0)}{2 \ln(g)} \right\} \exp \left\{ \frac{2i\pi b \ln(t/t_0)}{\ln(g)} \right\} \cdot U(t)$$

Sous les conditions de phase stationnaire, le signal fréquentiel possède une expression similaire:

$$z(v) = D \exp \left\{ \frac{-\ln^2(v/v_0)}{2 \ln(g)} \right\} \exp \left\{ \frac{2i\pi b \ln(v/v_0)}{\ln(g)} \right\} \cdot u(v)$$

avec:

A et D constantes complexes,

$B = v_2 - v_1$  bande du signal, pour une atténuation  $\alpha$

$$v_1 = v_0 \exp \left\{ -\sqrt{2 \ln(g) \ln(\alpha)} \right\}$$

$$v_2 = v_0 \exp \left\{ +\sqrt{2 \ln(g) \ln(\alpha)} \right\}$$

$$v_0 = \sqrt{v_1 \cdot v_2}$$

$$g = \exp \left[ \frac{\ln^2(v_2/v_1)}{8 \ln(\alpha)} \right] \text{ définit la bande relative}$$

$T = t_2 - t_1$  durée utile du signal, pour une atténuation  $\alpha$

$$t_1 = t_0 \exp \left\{ -\sqrt{2 \ln(g) \ln(\alpha)} \right\}$$

$$t_2 = t_0 \exp \left\{ +\sqrt{2 \ln(g) \ln(\alpha)} \right\}$$

$$t_0 = \sqrt{t_1 \cdot t_2}$$

$$b = -v_0 t_0 g \ln(g)$$

Pour de tels signaux, exprimés en temps, les paramètres géométriques de la fonction d'ambiguïté s'écrivent [4]:

$$\lambda^2 z = \frac{1}{t_0^2} \left\{ \frac{1}{2 \ln(g)} + \frac{1}{4} + \frac{4\pi^2 b^2}{\ln^2(g)} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{g}} \right) \right\}$$

$$Z\delta_0 = \frac{1}{t_0} \left\{ g^{-1/4} \cdot \frac{1}{2 \ln(g)} \right\}$$

$$Z\delta_1 = \frac{1}{2 \ln(g)} - \frac{1}{4} + \frac{4\pi^2 b^2}{\ln^2(g)} (1 - \sqrt{g})$$

La date de découplage obtenue pour de tels signaux exprimés en fréquence est nulle. Pour ces mêmes signaux exprimés en temps, celle-ci est proche de zéro, dans la plupart des cas; ceci tend à montrer que l'approximation de phase stationnaire se retrouve sur la fonction d'ambiguïté et sur les paramètres caractéristiques du signal.

## EFFET DOPPLER VARIABLE

Dans le cas d'effet Doppler variable à accélération constante  $\gamma_r$ , la position du mobile à l'instant  $t$  s'écrit:

$$D(t) = d_0 + V_r \cdot t + \frac{\gamma_r}{2} \cdot t^2$$

sous l'hypothèse:

$$D(t) - d_0 \ll d_0$$

le signal reçu s'écrit [4]:

$$E(t) = \sqrt{\eta_r - 2\alpha(t-\tau)} Z[(t-\tau) \cdot (\eta_r - \alpha(t-\tau))]$$

avec:

$$\eta_r = \frac{c - V_r - \gamma_r \cdot \tau / 2}{c + V_r + \gamma_r \cdot \tau / 2} \quad \text{et}$$

$$\alpha = \gamma_r c^2 / (c + V_r)^3$$

Le biais d'estimation de la date d'arrivée s'écrit comme la somme d'un biais dû à la vitesse constante et d'un biais dû à la variation de vitesse:

$$\frac{Z\delta_0}{\lambda^2 z} (\eta_r - 1) + \frac{Z\delta_1}{\lambda^2 z} \cdot \alpha$$

avec:

$$Z\delta_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |Z(t)|^2 dt - 1/2 + \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} Z^*(t) Z(t) dt - \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 Z^*(t) Z(t) dt \right\}$$

Pour un signal tolérant à l'effet Doppler constant (décalé de  $\theta d$ ), le biais s'écrit:

$$\frac{Z\delta_1}{\lambda^2 z} \cdot \alpha$$

Dans le cas de l'accélération constante, le choix de signaux optimaux est plus délicate et la représentation graphique des performances moins évidente et non unique. En toute rigueur, elle devrait tenir compte de toute la trajectoire du mobile. Dans des perspectives opérationnelles, on s'intéressera à des variations autour d'une vitesse initiale. On peut alors calculer des "fonctions d'ambiguïté accélération" en fixant la vitesse initiale au début du signal et en traçant la sortie en fonction de la vitesse finale du mobile en fin de signal ou alors en fixant la variation de vitesse durant la durée du signal et en traçant la sortie en fonction de la vitesse de départ. Pour chiffrer les performances de détection et d'estimation, les coupes de ces fonctions sont à comparer à l'auto-corrélation du signal émis. Dans ce cas, un simple décalage de signal ne suffit pas pour annuler le biais d'estimation. Pour les signaux choisis, cette dernière relation conduit à une équation du second degré reliant le paramètre  $g$  (lié à la bande relative) au paramètre  $b$  (lié à la durée). Ainsi pour une bande donnée ( $f_0$  et  $g$  donnés), on peut trouver la durée ( $b$ ) d'un signal tolérant à l'effet Doppler variable. Ceci conduit, malheureusement à des signaux à faible produit durée-bande. La figure 3 montre un exemple de tels signaux et la fonction d'ambiguïté à Doppler variable associée. Malgré l'intérêt de tels signaux, leur utilisation en trajectographie est peu intéressante en raison du faible gain de traitement associé. Recherchant des signaux énergétiques (donc de grande durée), nous avons essayé d'inverser le sens de la contrainte obtenue: à durée donnée, trouver la bande optimale. L'équation obtenue n'a malheureusement pas pu être résolue. Nous nous sommes donc orientés, pour une fréquence centrale donnée, vers l'exploration systématique de la durée correspondant à une bande relative donnée (valeurs croissantes de  $g$ ) [2]. Ceci a conduit, dans tous les cas envisagés à un produit durée-bande (à - 60 dB) n'excédant pas 1,2 (soit 0,12 à - 6 dB) et donc à des gains de traitement peu intéressants.

## SOLUTION SOUS-OPTIMALE

De ce fait, nous nous orientons vers des signaux de la même famille mais plus énergétiques (meilleur gain de traitement). Ces signaux étant naturellement tolérants à l'effet Doppler constant, nous allons chiffrer le biais ramené par la variation de vitesse. Un exemple de tels signaux est donné en figure 4a ainsi que sa fonction d'ambiguïté à accélération constante. Le

biais dû à la variation de vitesse est alors inférieur à 0,4 ms (i.e. 0,6 m.). Compte tenu des variations "sévères" considérées pour cette simulation: variation du taux de compression Doppler de 0,01 en 20 ms, un tel ordre de grandeur reste fort acceptable pour des applications de type trajectographie.

## CONCLUSION

La conception de signaux tolérants à l'effet Doppler conduit naturellement à des signaux à modulation hyperbolique de fréquence (i.e. phase logarithmique). Du fait des propriétés des fonctions logarithmes, le biais en sortie de filtre adapté est nul (à vitesse constante) et la perte de contraste minimale. Il est évident que toute opération de translation (temporelle ou fréquentielle) conduit à des pertes de performances. Parmi ces signaux, une classe peut être rendue optimale dans le cas de vitesse variable. La contrainte induite conduit à des signaux peu énergétiques. L'utilisation de signaux énergétiques, quoique sous optimaux, conduit à des pertes de performances fort acceptables pour des domaines de vitesses "raisonnables" en acoustique sous-marine. De tels signaux ont été utilisés, avec succès, lors de trajectographie à grande vitesse (>20 noeuds) sur le polygone TREMAIL. Les résultats des premiers dépouillements confirment l'intérêt de tels signaux. Une évaluation quantitative, en temps réel, est en cours de mise au point. Elle comportera particulièrement un couplage de la trajectographie acoustique à une trajectographie optique (grande précision). La comparaison des deux trajectoires obtenues (pour un même mobile) permettra alors une validation de l'intérêt de tels signaux dans un cas réel.

## REMERCIEMENTS

Cette étude a été réalisée avec le soutien de la DRET/ETCA/CTME.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] R.A. Altes and E.L. Titlebaum: "Graphical derivations of radar, sonar and communication signals." I.E.E.E. Transactions aerospace and electronic systems Vol. AES-11, N° 1 January 1975; pp. 38-44.
- [2] A. Guigal: "Performances du filtrage adapté en présence de Doppler quelconque." Rapport de stage de D.E.A., I.N.P. Grenoble, Septembre 1990.
- [3] M. Mamode et B. Escudié: "Signaux à grand produit durée-bande pour l'estimation optimale non corrélée de paramètres dépendants du type distance-vitesse; Comparaison avec les signaux sonar de certaines chauves-souris." Septième colloque sur le traitement du signal et de ses applications, GRETSI, Nice Juin 1979; pp. 21/1-21/7.
- [4] M. Mamode: "Estimation optimale de la date d'arrivée d'un écho sonar perturbé par l'effet Doppler. Synthèse de signaux large-bande tolérants." Thèse de Docteur-Ingénieur, I.N.P. Grenoble, 1981.
- [5] A.W. Rihaczek: "Doppler-tolerant signal waveforms." Proceedings of I.E.E.E., Vol. 54, N°6, pp. 849-857.
- [6] M. Zakharia et J.M. Pey: "Détection et comptage de poissons par sonar haute fréquence. Possibilités de reconnaissance des espèces et d'estimation de la taille." Neuvième colloque sur le traitement du signal et de ses applications, GRETSI, Nice, mai 1983; pp. 753-761.

NOTE: pour les signaux décrits dans les figures, la bande (définie à -40 dB) est: [8, 10 kHz]. La durée (définie à -40 dB) est de 20 ms pour les signaux MLF et MHF2 et de 0,5 ms pour le signal MHF1.

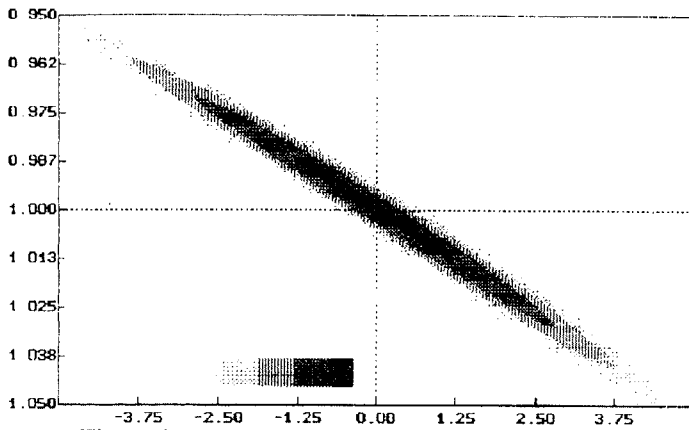


Figure 1: fonction d'ambiguïté à vitesse constante; Signal MLF; pas de retard de compensation (axes: cf. 3b). (échelle logarithmique: 2dB par niveau de gris)

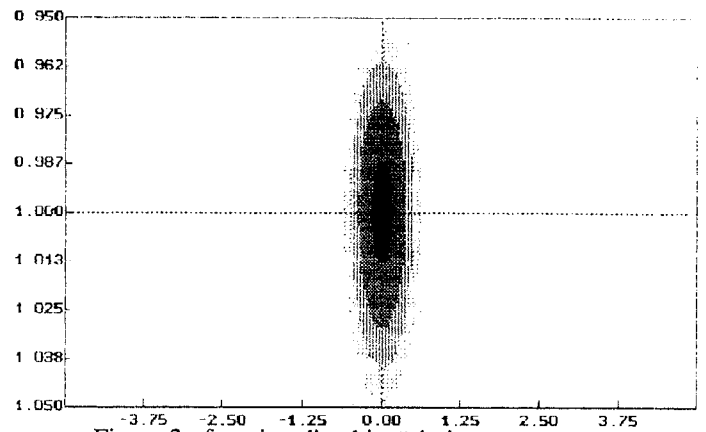


Figure 2 : fonction d'ambiguïté vitesse constante; Signal MLF; avec retard de compensation (axes: cf. 3b). (échelle logarithmique: 2dB par niveau de gris)

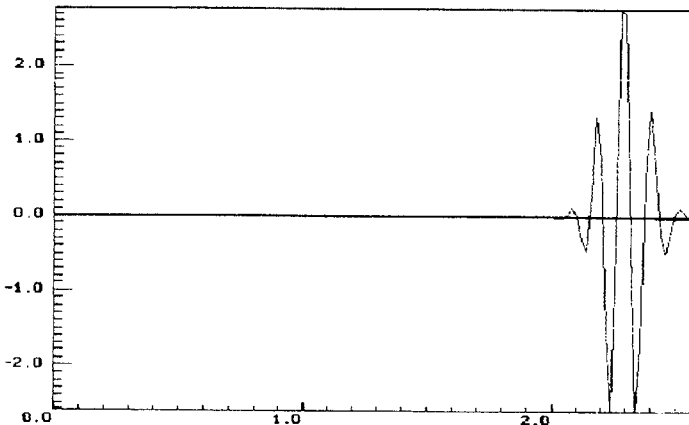


Figure 3a: Signal MHF1 optimal; HOR.: x 1 ms.

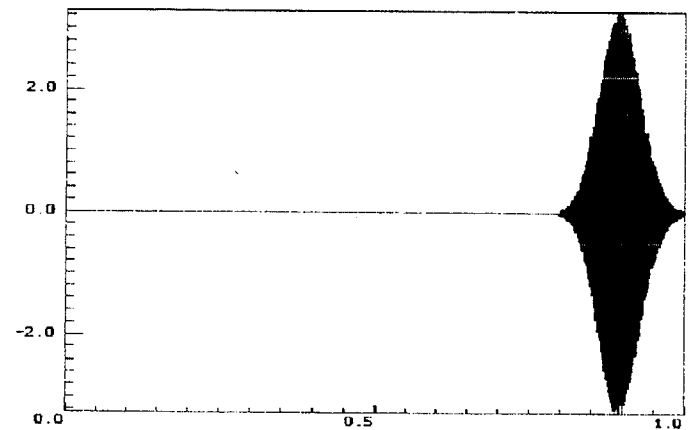


Figure 4a: Signal MHF2 sous-optimal; HOR.: x 100 ms.

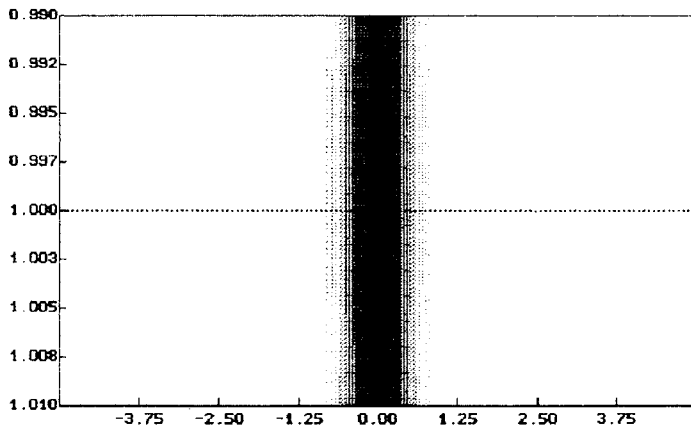


Figure 3b: Fonction d'ambiguïté à vitesse constante; MHF1; axes: HOR: retard (ms); VERT: taux Doppler  $\eta$ ; 2dB/ niveau.

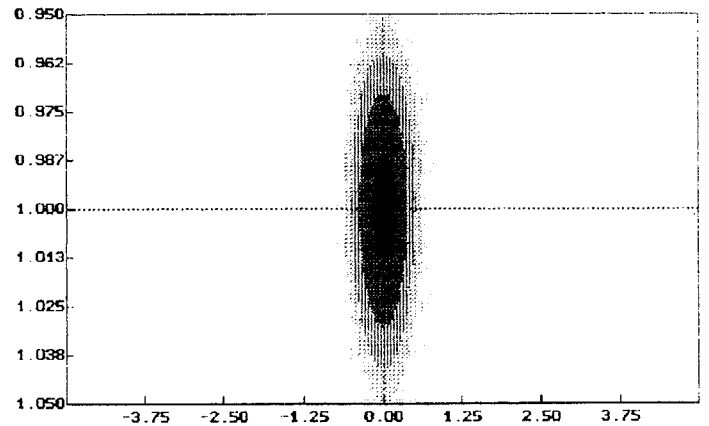


Figure 4b: Fonction d'ambiguïté à vitesse constante, MHF2 HOR: retard (ms); VERT: taux Doppler  $\eta$ ; 2dB/ niveau.

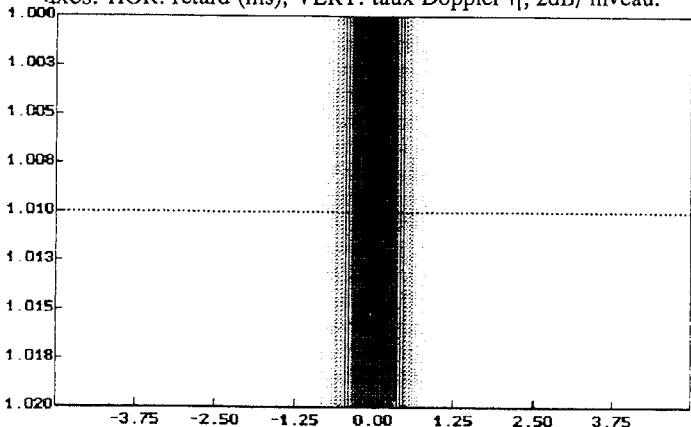


Figure 3c: Fonction d'ambiguïté à accélération cst., MHF1 HOR: retard (ms); VERT:  $\eta$  final;  $\eta$  initial = 1,01; 2dB/ niveau.

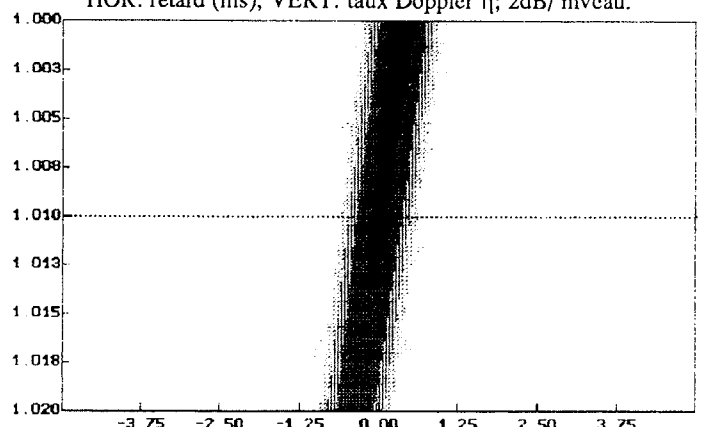


Figure 4c: Fonction d'ambiguïté à accélération cst., MHF2 HOR: retard (ms); VERT:  $\eta$  final;  $\eta$  initial = 1,01; 2dB/ niveau.